

## علمی - ترویجی

# بررسی روش‌های محاسبه ضریب انتقال حرارت جابجایی در محفظه‌های احتراق و در نازل‌های همگرا-واگرا

این مقاله شامل بررسی و مقایسه روش‌های محاسبه ضریب انتقال حرارت جابجایی در محفظه احتراق و در نازل همگرا-واگرا می‌باشد. به این منظور، ابتدا تاریخچه‌ای از روش‌های مختلف محاسبه ضریب انتقال حرارت جابجایی بیان شده و سپس جریان داخلی نازل به روش صریح مک-کورمک حل شده است. روش‌های بارتز، استانتون، پریکسون و آدمی در بین روش‌های مطرح این حوزه انتخاب شده و با استفاده از CFD در نازل باتس (BATES) مقایسه شده است. در ادامه، در یک موتور سوخت جامد، با در نظر گرفتن پارامترهای جریان در محفظه موتور، ضریب انتقال حرارت جابجایی محاسبه و نشان داده شده که هر چه به سمت نازل حرکت شود، با افزایش سرعت، ضریب انتقال حرارت افزایش می‌یابد. این بررسی نشان می‌دهد که ماکزیمم ضریب انتقال حرارت جابجایی در روش‌های تحلیلی در گلوگاه نازل اتفاق می‌افتد، در حالیکه آنالیز CFD نشان می‌دهد که حداکثر ضریب انتقال حرارت در بالادست نازل است. اگرچه CFD از دقت بالاتری برای محاسبه ضریب انتقال حرارت، نسبت به روش‌های تحلیلی، برخوردار است، اما نیازمند زمان محاسباتی بسیار است. بنابراین، در طراحی اولیه می‌توان از روش‌های تحلیلی به علت زمان محاسبات سریع استفاده نمود، به ویژه در گلوگاه. در نهایت، با بررسی انجام شده، نشان داده شد که راهکار ابتکاری ترکیب روش‌های آدمی و بارتز کمترین خطا را نسبت به CFD دارد.

**واژه‌های کلیدی:** ضریب انتقال حرارت جابجایی، محفظه احتراق، نازل همگرا-واگرا، جریان داخلی، گلوگاه

## Investigation of Calculation Methods for Heat Transfer Coefficient in Convective Combustion Chambers and in Converging-Diverging Nozzles

*This paper reports a review and comparison of the methods used for calculating convective heat transfer coefficient in combustion chambers and in diverging-converging nozzles. Therefore, a history of applying different methods for calculating the convective heat transfer coefficient is explained first. Then, the nozzle flow is numerically solved, using the explicit McCormack method. In a Bates nozzle, The methods of Bartz, Stanton, Preiskorn, and Adami were selected among the proposed methods and were compared with CFD. Convective heat transfer coefficient of a solid fuel engine was calculated by taking into account the flow parameters in the engine chamber. Consequently, it was found that as wet move to the nozzle, heat transfer coefficient increases with velocity of the flow. This results revealed that in analytical methods, the maximum convective heat transfer coefficient occurs in the nozzle throat, while CFD results show that the maximum occurs upstream of the nozzle throat. These methods require less computational time than CFD, however CFD has to be considered more accurately. As a result, during a preliminary design procedure, the much faster and slightly less precise method can be used, in particular at the throat where the relative difference between the methods is quite low. Finally, it was shown that the innovative approach of combining Adami and Bartz methods has the lowest possible error, compared to the CFD.*

**Keywords:** Convective Heat Transfer Coefficient, Combustion Chamber, Converging-Diverging Nozzle, Internal Flow, Throat

محمد رزمجویی<sup>۱</sup>، دانشجوی دکتری، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

زهیر صبوحي<sup>۲\*</sup>، استادیار، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

\*نویسنده مخاطب: آدرس: تهران، کدپستی: ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱

M. Razmjooei<sup>1</sup>, PhD Student, Aerospace Research Institute, Ministry of Science, Research, and Technology

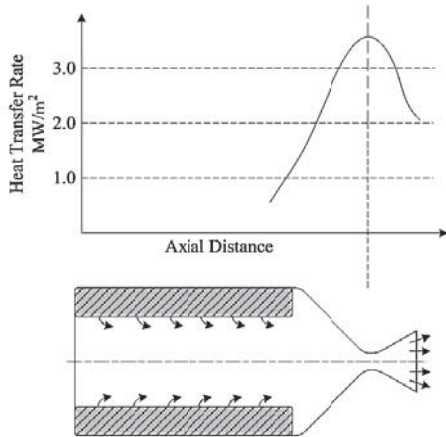
Z. Saboohi<sup>2\*</sup>, Assistant Professor, Aerospace Research Institute, Ministry of Science, Research, and Technology

\* Corresponding Author, Postal Code: 1465774111, Tehran, IRAN  
saboohi@ari.ac.ir

می‌گیرد [۱]. محصولات احتراق انرژی خود را توسط  $\dot{q}_r^Y$  و  $\dot{q}_h^Y$  انتقال حرارت جابه‌جایی و تشعشع) از دست می‌دهد. شار حرارتی وارد بر سطح دیواره می‌تواند با در نظر گرفتن تشعشع و جابه‌جایی به صورت زیر تخمین زده شود:

$$\begin{cases} \dot{q}_h^Y = h_r(\bar{T} - T_s), \\ \dot{q}_r^Y = \varepsilon_r \sigma T_0^4, \\ \sigma = 5.6697 \times 10^{-8} \frac{W}{(m^2 \cdot K^4)}, \\ \bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}. \end{cases} \quad (1)$$

در رابطه (۱)  $T_s$  دمای دیواره،  $\bar{T}$  دمای متوسط،  $T_2$  دما بعد از انتقال حرارت (دمای واقعی)،  $T_2$  با در نظر گرفتن فرض تعادل انرژی در سطح دیواره بدست می‌آید. مهمترین بخش مدل‌سازی حرارتی پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی  $h_r$  در محفظه احتراق و نازل می‌باشد [۲].



شکل (۱): نمونه‌ای از توزیع انتقال حرارت در نازل [۲].

مدل‌های متفاوتی تاکنون برای پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ارائه شده است. بسیاری از این روابط به صورت تجربی یا نیمه تجربی می‌باشد. در این روابط از پارامترهای متعددی استفاده می‌شود. این پارامترها جهت محاسبات تنش حرارتی پوسته نازل مورد نیاز می‌باشد که معمولاً با اندازه‌گیری تعیین می‌شود. نصب دماسنج در سطح داخلی نازل همراه با مشکلات عدیده‌ای است. از جمله اینکه با سوراخ کردن پوسته نازل جهت نصب ترموکوپل امکان صدمه خوردن به ساختار نازل وجود دارد و معمولاً ترموکوپل تاب و توان تحمل درجه حرارت‌های بالا و فرسایش ناشی از حرکت گازهای داخل نازل را ندارد. به عنوان مثال یکی از روش‌هایی که می‌توان جایگزین این مورد به کار برد، می‌توان ترموکوپل را در پوسته خارجی نازل نصب کرد و با استفاده از روش هدایت حرارتی معکوس پارامترهای مورد نظر را تخمین زد. همچنین، می‌توان از روش‌های CFD جهت محاسبه ضریب انتقال حرارت استفاده نمود. تاکنون تمامی پژوهش‌های ارائه شده معمولاً بر روی یک روش تمرکز داشته و به طور مشخص تاکنون هیچ

## مقدمه

تعیین توزیع دما در پوسته محفظه و نازل مستلزم علم و آگاهی به حرارت انتقال یافته از گازهای ناشی از احتراق به سطح درونی نازل می‌باشد. قسمت عمده این حرارت از طریق جابه‌جایی و بر طبق فرمول سرمایش نیوتن  $q'' = h_g(T_s - T_{aw})$  به سطح انتقال می‌یابد. پارامترهای مهم در فرمول فوق ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی  $h_g$  و دمای آدیاباتیک دیواره  $T_{aw}$  می‌باشد. به طور کلی، تعیین ضریب انتقال حرارت سمت گاز ( $h_g$ ) مسئله پیچیده‌ای می‌باشد. در این مورد، نتایج تحلیلی با تجربی متفاوت بوده که این اختلاف به علت وجود فرضیات اولیه در محاسبات تحلیلی است. لایه مرزی که کنترل‌کننده نرخ انتقال حرارت به دیواره می‌باشد، توسط جریان احتراق مغشوش، ترکیب و دمای محلی گاز تحت تأثیر قرار می‌گیرد. این نتایج سبب انحراف از فرض محصولات گازی همگن در محاسبات می‌شود. علل کمتر بودن مقدار محاسبه‌ای از مقدار واقعی عبارت است از:

۱. تشعشع قابل توجه گازهای احتراقی،
  ۲. تجزیه قابل توجه و به دنبال آن ترکیب دوباره نزدیک دیواره و
  ۳. ناپایداریهای قوی جریان، فرکانس بالا.
- از طرف دیگر، بالا بودن مقدار محاسبه‌ای از مقدار واقعی نیز ناشی از موارد زیر می‌باشد:
۱. کامل نبودن واکنش‌های احتراقی در محفظه،
  ۲. رسوب ذرات جامد روی دیواره محفظه توسط گازهای احتراقی و عمل کردن آن‌ها به عنوان عایق و
  ۳. استفاده از لایه مرزی خنک‌کاری شده.

به طور کلی، هدف از تعیین ضریب انتقال حرارت سمت گاز، محاسبه میزان شار حرارتی وارد بر دیواره می‌باشد. شکل ۱ شماتیک چگونگی نرخ انتقال حرارت را در نازل موتور نشان می‌دهد. بنابراین، برای تعیین میزان انتقال حرارت ابتدا لازم است ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محاسبه شود. گرما از تمام بخش‌های در معرض گرما مانند صفحه انژکتور، دیواره محفظه و نازل منتقل می‌شود. تنها ۰/۵ تا ۵ درصد از کل انرژی تولیدی توسط گاز به صورت گرما به دیواره محفظه منتقل می‌شود. مقدار نرخ انتقال حرارت در راکت‌ها تا  $16 \text{ kW/cm}^2$  می‌رسد. حداکثر مقدار انتقال حرارت در ناحیه گلوگاه نازل و کمترین مقدار در ناحیه خروجی از نازل یا در محفظه‌های تراست کوچک فشار پایین رخ می‌دهد. مقدار انتقال حرارت هدایتی از گاز به دیواره در محفظه تراست ناچیز است. بخش زیادی از انتقال حرارت به صورت جابه‌جایی منتقل می‌شود. در محفظه احتراق با توجه به دمای بالا، حدود ۵ تا ۲۵ درصد انتقال حرارت نیز به صورت تشعشعی صورت

پاولی<sup>۳</sup> و همکارانش [۵] در سال ۱۹۶۶، معادله (۴) را برای بهبود معادله اصلی بارتز ارائه کردند که شامل عدد رینولدز و دو فاکتور تصحیح‌کننده می‌باشد. فاکتور اصلاح دما  $K_T$ ، که یک دمای مرجع جدید بین دمای دیواره و دمای استاتیک جریان گاز آزاد محاسبه می‌شود. علاوه بر این، از آنجاکه پارامتر مرجع هندسی در معادله اصلی بارتز قطر گلوگاه است، فاکتور اصلاح  $K_X$  برای در نظر گرفتن رشد لایه مرزی در ناحیه محفظه و نازل اضافه شده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} h_\gamma = 0.023 Re^{-0.2} Pr^{-0.6} C_p \\ \left( \frac{\dot{m}}{A_{cross}} \right) K_T K_X \\ K_T = \left( \frac{T_\gamma}{\bar{T}} \right)^e \\ K_X = \left( \frac{R}{R_{Throat\ curve}} \right)^f \\ \bar{T} = \frac{T_0 + T_{wall}}{2} \end{array} \right. \quad (4)$$

هازل<sup>۴</sup> و همکارانش [۶] در سال ۱۹۹۲ معادله (۵) را برای پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت پیشنهاد نمودند.

$$h_\gamma = \frac{0.026}{D_t^{0.2}} \left( \frac{\mu^{0.2} C_p}{Pr^{0.6}} \right) \left( \frac{P_0 g}{C^*} \right)^{0.8} \left( \frac{D_t}{R_{Throat\ Curve}} \right)^{0.1} \left( \frac{A_t}{A} \right)^{0.9} \sigma \quad (5)$$

در این رابطه،  $D_t$  قطر گلوگاه نازل،  $R_{Throat\ curve}$  شعاع انحنای نازل در گلوگاه،  $A_t$  سطح مقطع گلوگاه،  $A$  سطح مقطع عمومی نازل،  $C^*$  بیانگر سرعت مشخصه و مقدار  $\sigma$  براساس دمای سکون نازل، دمای محلی دیواره محفظه سمت گاز و عدد ماخ محلی به صورت رابطه (۶) بدست می‌آید.

$$\sigma = \frac{1}{\left[ \frac{1}{2} \frac{T_{surface}}{T_{ogas}} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) + \frac{1}{2} \right]^{0.8-0.2\omega} \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{0.2\omega}} \quad (6)$$

در این رابطه،  $\gamma = C_p / C_v$  گرمای ویژه گازهای حاصل از احتراق،  $\omega$  نشان‌دهنده رابطه بین دما و ویسکوزیته ( $\mu = T^\omega$ ) می‌باشد که برای گازهای دواتمی  $\omega \cong 0.67$  می‌باشد. بنابراین، فرم اصلاح شده معادله (۶) را می‌توان به صورت رابطه (۷) بازنویسی کرد.

$$\sigma = \frac{1}{\left[ \frac{1}{2} \frac{T_{surface}}{T_{ogas}} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) + \frac{1}{2} \right]^{0.68} \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{0.12}} \quad (7)$$

آستریوم<sup>۵</sup> در سال ۲۰۰۱ [۷] رابطه (۸) را براساس دو فاکتور اصلاح‌کننده و اثر سطح مقطع عبوری ارائه کرد.

پژوهشی در این راستا انجام نشده است که روش‌های مختلف محاسبه ضریب انتقال حرارت را در یک مورد خاص مورد بررسی قرار داده باشد. بنابراین، در این مقاله سعی شده است با در نظر گرفتن مدل‌های ارائه شده تاکنون به محاسبه ضریب انتقال حرارت در یک نازل مشخص پرداخته و مزایا و معایب هر کدام از روش‌های ارائه شده نیز بیان شود، به وضوح روشن است که روش‌های تحلیلی در مقایسه با روش‌های عددی از دقت کمتری برخوردار است اما روش‌های عددی زمان بسیار بیشتری را صرف محاسبات می‌کند. بنابراین، در این مقاله بر آن شدیم که روش‌های مختلف محاسبه ضریب انتقال حرارت را با روش CFD مقایسه کرده که بتوان در نهایت بهترین روش را با کمترین خطا مشخص نمود یا بتوان از ترکیب روش‌های ارائه شده جهت دستیابی به کمترین میزان خطا استفاده نمود. در ادامه برخی از روش‌هایی که تاکنون برای محاسبه ضریب انتقال حرارت توسط محققان بیان شده است، مورد بررسی قرار گرفته است. به طور کلی، بسیاری از این روش‌ها با استفاده از ضرایب تصحیح‌کننده اصلاح شده‌اند.

## مدل‌های ارائه شده برای محاسبه ضریب انتقال حرارت

بارتز<sup>۱</sup> [۳] در سال ۱۹۶۳ رابطه‌ای تجربی برای پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت ارائه نمود، که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$h_\gamma = 0.026 \mu^{0.2} C_p^{0.4} \left( \frac{K_{gas}}{\mu} \right)^{0.6} \left( \frac{\dot{m}_{Throat}^{0.8}}{A^{0.9}} \right) \left( \frac{\pi D_t}{4 R_{Throat\ curve}} \right)^{0.1} \quad (2)$$

باک<sup>۲</sup> و همکارانش [۴] در سال ۱۹۶۴ رابطه‌ای برای محاسبه ضریب انتقال حرارت در نازل‌های همگرا-واگرا پیشنهاد نمودند که مشخصات انتقال حرارت از اصلاح آنالیز لایه مرزی آشفته بدست آمده است. این رابطه عبارت است از:

$$\frac{h}{\rho_e u_e C_p} = K^* \frac{C_f^*}{2} \left( \frac{\phi}{\theta} \right)^n \quad (3)$$

$$K^* = \left\{ \sqrt{\left( \frac{C_f^*}{2} \right)} \left[ 5pr + 5Ln(5Pr + 1) - 14 + 2Cf^* - 1 \right] \right.$$

که در آن،  $K^*$  فاکتوری مشابه عدد پرانتل می‌باشد. همچنین،  $C_f^*$  ضریب اصطکاک دیواره است. برای پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت جابجایی با استفاده از معادله (۳) نیازمند انتخاب مناسب  $n$  و دما می‌باشیم.

3. Pavli  
4. Huzel  
5. Astrium

1. Bartz  
2. Back

که در آن،  $w$  سرعت جریان محلی،  $r$  شعاع محلی کانال نازل،  $k_g$  هدایت حرارتی است که توسط رابطه زیر تخمین زده می‌شود:

$$k_g = 2.442 \times 10^{-4} T^{0.82}. \quad (۱۴)$$

ویسکوزیته سینماتیکی  $\nu_g$  از چگالی واقعی گاز  $\rho_g$  و ویسکوزیته دینامیکی  $\mu_g$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\nu_g = \frac{\mu_g}{\rho_g} = \frac{\mu_g}{P} RT, \quad (۱۵)$$

$$\mu_g(T) = 17.3 \times 10^{-6} \left( \frac{T}{273.15} \right)^{0.62}.$$

در بیشتر روابط ارائه شده، معادلات مورد نظر نیازمند محاسبه دمای دیواره می‌باشد. در حقیقت تمامی فاکتورهای اصلاح‌کننده براساس نسبت دما توسعه داده شده‌اند، برای مدل‌سازی حرارتی درون محفظه احتراق، دمای دیواره باید با استفاده از معادلات انرژی حل شود. در معادلات بالا نیازمند پارامترهایی مانند  $(a, b, e, f, T_w, T_\gamma)$  است.

در سال ۲۰۱۵ آدمی<sup>۱۰</sup> و همکارانش [۱۱] برای مدل‌سازی سریع انتقال حرارت روابطی ارائه دادند. براساس روابط یاد شده،  $h_\gamma$  تابعی از ترم‌های عنوان شده در رابطه (۱۶) است.

$$h_\gamma = f(Re, Pr, C_p, \dot{m}, A, \mu, T) \quad (۱۶)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۱۶)، برای ضریب انتقال حرارت را برای یک صفحه مسطح داریم:

$$h_\gamma = Z_c 0.5 \rho^a V^b C_p^c \mu^d Pr^e. \quad (۱۷)$$

با استفاده از تعادل جرم در محفظه احتراق و نازل رابطه (۱۸) حاصل می‌شود.

$$\left. \begin{matrix} a = 1 \\ b = 1 \end{matrix} \right\} \rightarrow 0.5 \rho^a V^b = \frac{\dot{m}}{2A_{cross}} \quad (۱۸)$$

در رابطه (۱۸)  $A_{cross}$  سطح مقطع هر بخش و  $\dot{m}$  نرخ جریان جرم عبوری است، سایر پارامترهای اصلاح‌کننده عبارتند از:

$$\left\{ \begin{matrix} c = 1, \\ d = 0.3, \\ e = -\frac{2}{3}, \\ Z_c = \frac{A_{comb}}{A_{lat}}, \end{matrix} \right. \quad (۱۹)$$

که در این روابط،  $A_{comb}$  سطح مقطع محفظه احتراق،  $A_{lat}$  سطح مقطع کل (شامل سطح مقطع نازل) است. بنابراین، در نهایت می‌توان ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی سمت گاز را به صورت رابطه (۲۰) بیان نمود.

$$h_\gamma = Z_c 0.5 \rho_{comb} V_{flow} C_p \mu^{-0.3} Pr^{-\frac{2}{3}} = Z_c \frac{\dot{m}_{propellant}}{2A} C_p \mu^{-0.3} Pr^{-\frac{2}{3}} \quad (۲۰)$$

در رابطه (۲۰) برای مقدار  $\mu$  و  $Z_c$  داریم:

$$\mu = (1.78 \times 10^{-7}) M_g^{0.5} T^{0.6}, Z_c = \frac{\pi R_{comb}^2}{A_{lat}}, \quad (۲۱)$$

$$h_\gamma = 0.026 \mu^{0.2} C_p^{0.4} \left( \frac{K_{gas}}{\mu} \right)^{0.6} \left( \frac{\dot{m}_{throat}^{0.8}}{A^{0.9}} \right) \left( \frac{\pi D_t}{4R_{throatcurve}} \right)^{0.1} K_T K_X \quad (۸)$$

$$K_T = \left( \frac{T_\gamma}{\bar{T}} \right)^a, K_X = \left( \frac{R}{R_{throatcurve}} \right)^b, \bar{T} = \frac{T_o + T_{wall}}{2}$$

ساتن  $[\lambda]$  رابطه (۹) را برای محاسبه  $h_\gamma$  و  $\dot{q}_r^\gamma$  در سال ۲۰۱۰ ارائه نمود که عبارتند از:

$$\left\{ \begin{matrix} h_\gamma = \frac{k_d}{d} 0.0162 Pr_g^{0.82} Re_g^{0.82} \left( \frac{T_{aw}}{T_{wg}} \right)^{0.35}, \\ \dot{q}_r^\gamma = \dot{q}_r^{CO_2} + \dot{q}_r^{H_2O} \\ \dot{q}_r^{CO_2} = 3.5^3 \sqrt{P_{CO_2} L_e} \left[ \left( \frac{T_{aw}}{100} \right)^{0.35} - \left( \frac{T_{wg}}{100} \right)^{0.35} \right], \\ \dot{q}_r^{H_2O} = 3.5 P_{CO_2}^{0.8} L_e^{0.6} \left[ \left( \frac{T_{aw}}{100} \right)^3 - \left( \frac{T_{wg}}{100} \right)^3 \right]. \end{matrix} \right. \quad (۹)$$

بولتر<sup>۷</sup> [۹] رابطه (۱۰) را براساس عدد پراتل و رینولدز پیشنهاد کرد که عبارتست از:

$$\left\{ \begin{matrix} h_{Gn} = \frac{C_{Gn} K_{GXn}}{d_{Gn}} Re_{GXn}^{0.8} Pr_{GXn}^{0.3}, \\ Re_{GXn} = \frac{4\dot{w}_G}{\pi d_{Gn} \mu_{GXn}} \frac{T_{GSn}}{T_{GXn}}, \\ Pr_{GXn} = \frac{C_p C_{Xn} \mu_{GXn}}{K_{GXn}}, C_{Gn} = 0.023. \end{matrix} \right. \quad (۱۰)$$

رابطه (۱۰) برای شرایط زیر برقرار است:

$$\left\{ \begin{matrix} 0.7 < Pr < 160, \\ Re > 10^4. \end{matrix} \right.$$

همچنین، بولتر رابطه زیر را برای محاسبه عدد ناسلت در مایعات با عدد پراتل بالا پیشنهاد کرده است که عبارتست از:

$$Nu = 0.0225 Re^{0.795} Pr^{0.495} \exp[-0.0225 (\ln Pr)^2], \quad (۱۱)$$

$$0.3 < Pr < 300, 4 \times 10^4 < Re < 10^6.$$

پریسکورن<sup>۸</sup> و همکارانش [۱۰] در سال ۲۰۱۱ براساس روابط آدامز<sup>۹</sup> فرمولی را برای محاسبه ضریب انتقال حرارت پیشنهاد نمودند، این رابطه براساس عدد ناسلت تخمین زده می‌شود و داریم:

$$Nu = 0.026 Re^{0.8} Pr^{0.4}, \quad (۱۲)$$

که برای محاسبه عدد ناسلت و رینولدز مطابق داریم:

$$Nu = \frac{h_g(z) 2r(z)}{k_g [T(z)]}, Re = \frac{w(z) 2r(z)}{\nu_g [T(z)]}, \quad (۱۳)$$

6. Sutton  
7. Bolter  
8. Preiskorn  
9. Adams

بررسی روش‌های محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در محفظه احتراق و نازل (علمی-ترویجی)

برای رژیم جریان آرام داریم:

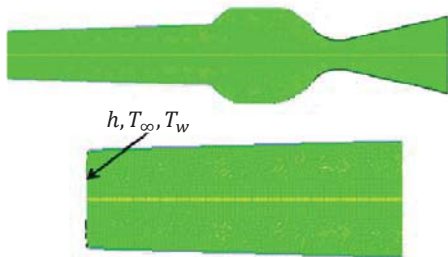
$$Nu_d = 0.332 Re_d^{0.5} \left(\frac{x}{d}\right)^{0.333} \quad (27)$$

همچنین، برای رژیم جریان آشفته داریم:

$$Nu_d = 0.023 Re_d^{0.8} Pr_d^{0.4} \left(\frac{x}{d}\right)^{0.8} \quad (28)$$

در این روابط،  $k$  ضریب انتقال حرارت هدایت گاز،  $d$  قطر داخلی دیواره و  $X$  قسمتی از طول دیواره می‌باشد. همچنین، برای  $Re_d$  و  $Pr$  عدد رینولدز و پرانتل می‌باشد و از روابط (۲۹) محاسبه می‌شود [۱۲].

$$Re_d = \frac{du_{hg} \rho_{hg}}{\mu}, Pr = \frac{C_p \mu}{k} \quad (29)$$



شکل (۳): شماتیک محفظه موتور سوخت جامد [۱۲].

بر اساس نتایج تجربی برای جریان مغشوش می‌توان از رابطه (۳۰) که توسط کالبرن [۱۳] تعیین شده، ضریب انتقال حرارت سمت گاز را بصورت زیر بدست آورد:

$$Nu = CR_e^{0.8} Pr^{0.34} \quad (30)$$

در رابطه (۳۰)،  $Nu = \frac{h_g D}{K}$  عدد ناسلت و  $C$  ضریب ثابت بدون بعد می‌باشد. هنگام محاسبه شار حرارتی می‌توان از رابطه‌های تجربی استفاده کرد، به خصوص معادله (۳۱) در این مورد از معروف است [۱۳].

$$Nu_d = 0.485 (Re_d Pr)^{0.63} \left(1 + \frac{x}{d}\right)^{-0.59} \quad (31)$$

با معادله (۳۱) می‌توان مجموع جریان حرارتی که از طرف محصولات حاصل از احتراق سوخت و آتشزنه به جدارهای موتور و گرین آن وارد می‌شود را تعیین نمود. همچنین، از رابطه استانتون (رابطه (۳۲) [۱۲]) می‌توان برای بدست آوردن ضریب انتقال حرارت در گلوگاه و نازل (شکل ۴) استفاده نمود.

$$St = \frac{0.0287 Pr^{-0.4} R^{0.25} (T_w - T_{hg})^{0.25} \mu^{0.2}}{\left[ \int_0^l R^{1.25} (T_w - T_{hg})^{1.25} \rho_{hg} u_{hg} dl \right]^{0.2}} \quad (32)$$

در رابطه (۳۲)،  $St$  معرف عدد استانتون،  $\rho_{hg}$  چگالی گاز،  $u_{hg}$  سرعت گازهای حاصل از احتراق،  $Pr$  عدد پرانتل،  $\mu$

که در آن،  $R$  پارامتر ثابت محصولات گازی احتراق،  $Pr$  عدد پرانتل،  $\mu$  ویسکوزیته،  $M_g$  وزن مولکولی،  $C_p$  گرمای ویژه در حجم ثابت،  $A$  سطح مقطع جریان ( $A^* < A < A_{comb}$ )،  $A_{lat}$ ، سطح مقطع جانبی و  $Z_c$  فاکتور تصحیح است که به هندسه محفظه احتراق بستگی دارد. در روابط ذکر شده اگر مقدار  $Pr$ ،  $C^*$ ،  $\mu$ ،  $C_p$  برای مخلوط گاز احتراق در دسترس نباشد، از معادلات (۲۲-۲۵) می‌توان استفاده نمود.

$$\mu = (46.6 \times 10^{-10}) M^{0.5} T^{0.6} \quad (22)$$

$$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (23)$$

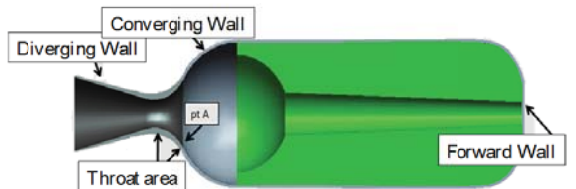
$$Pr = \frac{4\gamma}{(9\gamma - 1)} \quad (24)$$

$$C^* \cong \frac{\sqrt{\gamma R (T_c)}}{\gamma \sqrt{\left[ \frac{2}{\gamma + 1} \right]^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}}}} \quad (25)$$

در این روابط،  $T$  دمای جریان گاز،  $M$  وزن مولکولی می‌باشد. رابطه (۲۰) بدون محاسبه دمای سطح می‌تواند ضریب انتقال حرارت را در محفظه و نازل همگرا-واگرای موتورهای سوخت جامد و مایع محاسبه کند. تفاوت این مدل با سایر مدل‌ها در این است که تمامی مدل‌های ارائه شده وابسته به دمای سطح دیواره بوده و این خود نیازمند تقریب مناسبی از دمای سطح دیواره می‌باشد و ممکن است گاهی سبب ایجاد خطا در محاسبات شود. اما، در مواقعی که معادلات حاکم بر دیواره نیز در معادلات وارد و حل می‌شود و در هر گام زمانی دمای سطح دیواره بدست می‌آید، با دقت مناسبی می‌توان از سایر روش‌ها نیز ضریب انتقال حرارت را بدست آورد.

### تعیین ضریب انتقال حرارت در موتور سوخت جامد

به طور کلی در موتور سوخت جامد چهار ناحیه وجود دارد که گرما از طریق موتور و نازل تلف می‌شود (یعنی شار به دیواره منتقل می‌شود) که در شکل ۲ این چهار ناحیه نشان داده شده است.

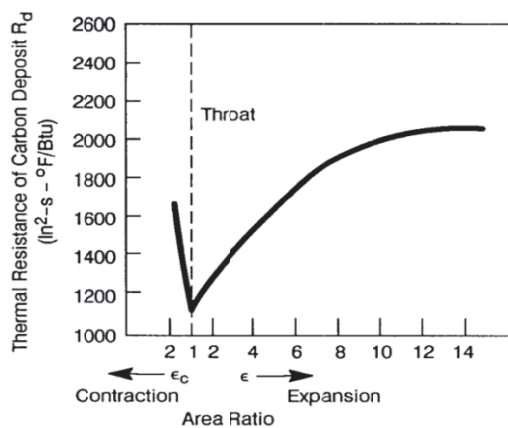


شکل (۲): شماتیک محفظه و نازل موتور فضایی سوخت جامد [۱۲].

برای محاسبه ضریب انتقال حرارت در محفظه موتور سوخت جامد (شکل ۳)، رابطه (۲۶) بر حسب عدد ناسلت بیان شده است.

$$h_g = \frac{Nu_d k}{d} \quad (26)$$

کرده و به شکل لایه مؤثری از عایق در می‌آیند. در نتیجه لازم است تا محاسبات انتقال حرارت تصحیح شود. این مقدار تصحیح از نتایج تجربی بدست می‌آید. به عنوان مثال در ترکیب LO2/RP\_1 (در فشار محفظه پایین‌تر از 1500 psia) ذرات کربن بر روی دیواره رسوب کرده و بعد از فرآیند سوخت کربن محفظه تراست را سیاه می‌کند. کربن در سطوح خارجی به صورت دوده ظاهر شده که به سادگی با ساییدن برداشته می‌شود. زیر لایه بیرونی، یک لایه گرافیت‌مانند سخت بوده که برداشتن آن مشکل‌تر است. این رسوب کربن به طور قابل ملاحظه مقاومت حرارتی سمت گاز را افزایش می‌دهد. زمانی که ضخامت کربن افزایش یابد، دمای سطح مشترک رسوب کربن در سمت گاز گرم به دمای گاز نزدیک می‌شود. مقادیر مقاومت حرارتی رسوب کربن برای محفظه تراست با شکل ۵ نشان داده شده است [۱۵].



شکل (۵): مقاومت حرارتی رسوب کربن برای محفظه احتراق به صورت تجربی [۱۵].

در محاسبات انتقال حرارت سمت-گاز با در نظر گرفتن رسوب ذرات جامد در دیواره محفظه احتراق می‌توان از معادله (۳۵) استفاده کرد [۱۵].

$$h_{gc} = \frac{1}{\frac{1}{h_g} + Ra} \quad (35)$$

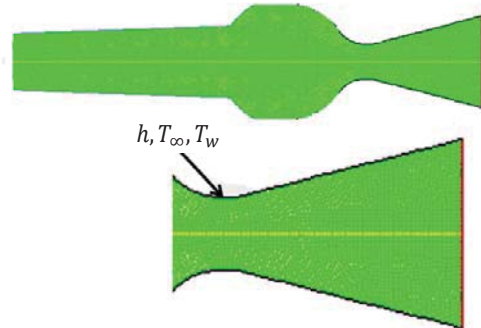
در این رابطه،  $Ra$  مقاومت حرارتی ناشی از رسوب ذرات است.

تزریق جرم در لایه مرزی سبب کاهش ضریب انتقال حرارت می‌شود که تحت عنوان اثر Blowing شناخته می‌شود. به عنوان مثال، این پدیده در پدیده خنک‌کاری تعریقی، خنک کاری فیلمی و محافظ‌های حرارتی فناشونده اتفاق می‌افتد. برای مثال در عایق‌های حرارتی فناشونده این اثر با استفاده از فاکتور اصلاح به صورت رابطه (۳۶) بدست می‌آید [۱۶].

$$h_g = h_{g0} \Omega_{blow} \quad (36)$$

ویسکوزیته گاز می‌باشد. بنابراین ضریب انتقال حرارت را می‌توان از رابطه (۳۳) تعیین نمود [۱۲].

$$h_g = St u_{hg} \rho_{hg} C_p \quad (33)$$



شکل (۴): شماتیک نازل همگرا-واگرای راکت سوخت جامد [۱۲].

در صورت وجود مقادیر بسیار زیاد ذرات میعان شده در محصولات حاصل از احتراق، نقش مؤلفه هدایتی شار حرارتی افزایش می‌یابد. به این ترتیب در بخش مافوق صوت نازل به علت برخورد ذرات جامد به جداره‌های نازل، تخریب مکانیکی نازل امکان‌پذیر است. در سکوه‌های پرتاب موشک از نوع چاه به علت برخورد اکسید ذرات جامد به دیواره‌های چاه به ناچار باید از ساختارهای مختلفی که باعث افزایش دوام و پایداری مجموعه پرتاب می‌شود استفاده نمود.

مقدار مشخص شار حرارتی هدایتی که بر المان‌های سازه موتور موشک سوخت جامد تأثیر می‌گذارد را می‌توان با روش آنالیز عددی بدست آورد. در این نوع آنالیز، محاسبه جریان دوفازی محصولات حاصل از احتراق و همچنین تحلیل تأثیرات آن بر المان‌های سازه موتور، انجام می‌شود. رابطه کلی شار حرارتی هدایتی با مشخصه‌های بالستیک داخلی موتورهای سوخت جامد به شکل رابطه (۳۴) نشان داده می‌شود [۱۴].

$$q_{cond} = q(\rho(m), N, \Delta T(m), S(m), \alpha_w, \alpha(m)) \quad (34)$$

در این رابطه،  $\rho(m)$  توزیع چگالی ذرات در طول سطح،  $N$  تعداد ذرات چسبیده شده بر روی سطح،  $\Delta T(m)$  اختلاف دماها بین ذرات دارای جرم  $m$  و سطح ماده،  $S(m)$  مساحت تماس ذرات ذرات با سطح،  $\alpha_w$  رسانایی حرارتی سطح و  $\alpha(m)$  رسانایی حرارتی ذرات می‌باشد.

## اثر تصحیح نرخ دمش بر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی

در ترکیبات پیشران و محصولات احتراق، مقدار کمی ذرات جامد وجود دارد. این ذرات بر روی دیواره‌های محفظه رسوب

## معادلات حاکم بر جریان داخلی درون نازل همگرا-واگرا

برای محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نیازمند محاسبه پارامترهای جریان گاز نظیر عدد ماخ، توزیع فشار، توزیع دما، چگالی و سایر پارامترهای جریان گاز است. در اینجا جهت محاسبات جریان گاز داخلی از روش صریح مک کورمک استفاده شده است. معادلات اصلی برای جریان تراکم‌پذیر و غیرویسکوز معادلات اویلر هستند. معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی معادلات حاکم بر جریان سیال درون نازل می‌باشند. در اینجا معادلات به صورت شبه یک‌بعدی فرض شده است. در بیشتر موارد، بهتر است تمامی پارامترها به صورت بدون بعد و نرمال شده نوشته شوند که مقادیر آن می‌تواند بین صفر و ۱ متغیر باشد که این کار سبب ساده‌تر شدن معادلات می‌شود. برای پارامترهای بدون بعد استفاده شده در این مقاله عبارتند از [۱۸]:

$$T' = \frac{T}{T_0}, \rho' = \frac{\rho}{\rho_0}, x' = \frac{x}{L}, V' = \frac{V}{a_0}$$

$$t' = \frac{t}{L/a_0}, A' = \frac{A}{A^*}, P' = \frac{P}{P_0}, a_0 = \sqrt{\gamma RT_0}$$

بنابراین، با در نظر گرفتن اعداد بدون بعد بالا می‌توان معادلات حاکم را به صورت زیر اصلاح نمود:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t'} = -\rho' \frac{\partial V'}{\partial x'} - \rho' V' \frac{\partial (\ln A')}{\partial x'} - V' \frac{\partial \rho'}{\partial x'}, \quad (45)$$

معادله پیوستگی،  
معادله مومنتوم،

$$\frac{\partial V'}{\partial t'} = -V' \frac{\partial V'}{\partial x'} - \frac{1}{\gamma} \left( \frac{\partial T'}{\partial x'} + \frac{T'}{\rho'} \frac{\partial \rho'}{\partial x'} \right), \quad (46)$$

معادله انرژی،

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} = -V' \frac{\partial T'}{\partial x'} - (\gamma - 1) T' \left( \frac{\partial V'}{\partial x'} + V' \frac{\partial (\ln A')}{\partial x'} \right). \quad (47)$$

### روش صریح مک کورمک

روش مک-کورمک انتگرال زمانی را در دو مرحله پیش‌بینی و تصحیح‌کننده انجام می‌دهد. فرمول‌های پیش‌بینی‌کننده<sup>۱۲</sup> با استفاده از روش‌های تفاضل محدود عبارتند از [۱۸]:

$$\left( \frac{\partial \rho'}{\partial t'} \right)_i^t = -\rho'_i{}^t \frac{(V'_{i+1}{}^t - V'_i{}^t)}{\Delta x}$$

$$-\rho'_i{}^t V'_i{}^t \frac{(\ln A_{i+1} - \ln A_i)}{\Delta x} - V'_i{}^t \frac{(\rho'_{i+1}{}^t - \rho'_i{}^t)}{\Delta x}, \quad (48)$$

$$\left( \frac{\partial V'}{\partial t'} \right)_i^t = -V'_i{}^t \frac{(V'_{i+1}{}^t - V'_i{}^t)}{\Delta x} - \frac{1}{\gamma} \left( \frac{(T'_{i+1}{}^t - T'_i{}^t)}{\Delta x} \right) + T'_{i+1}{}^t \rho'_{i+1}{}^t - T'_i{}^t \rho'_i{}^t, \quad (49)$$

برای رابطه (۳۶) داریم:

$$\Omega_{blow} = \frac{\xi}{e^{\xi} - 1}, \quad (37)$$

$$\xi = \frac{2\lambda(\dot{m}_g + \dot{m}_c)}{g_{HO}} \quad (38)$$

رابطه (۳۶) اثر نفوذ گازهای فناشوندگی (گازهای تجزیه شده، گازهای ناشی از اکسیداسیون و تصعید سطح) به داخل لایه مرزی را بیان می‌کند که باعث کاهش ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی می‌شود. در رابطه (۳۸) مقدار  $\lambda$  با توجه به اثرات Blowing بر روی لایه‌های مرزی آرام و آشفته بدست می‌آید. با توجه به بررسی‌های انجام شده در عایق‌های فناشونده، مقدار این پارامتر برای لایه مرزی آرام ( $\lambda = 0.5$ ) و برای لایه مرزی آشفته ( $\lambda = 0.4$ ) می‌باشد. همچنین، نرخ جریان گازهای پیرولیز  $\dot{m}_c$  نرخ زغال تشکیل شده بر روی سطح می‌باشد. مقدار  $g_{HO}$  نیز از رابطه (۳۹) بدست می‌آید [۱۶].

$$g_{HO} = \rho_e u_e St \quad (39)$$

در رابطه (۳۹)، عدد استانتون گاز درون محفظه می‌باشد. همچنین، کایز<sup>۱۱</sup> [۱۷] یک رابطه جدید برای عدد استانتون در دیواره محفظه تراست که در معرض جریان خنک‌کننده تعریقی قرار دارد بدست آورد که عبارتست از:

$$\frac{St_{hg}}{St_{hg,0}} = \frac{b_h}{e^{bh} - 1}, \quad (40)$$

که در این رابطه برای  $b_h$  داریم:

$$b_h = \frac{F}{St_{hg,0}}, \quad (41)$$

که  $St_{hg,0}$  نشان‌دهنده عدد استانتون برای حالت بدون خنک‌کاری تعریقی است و  $F$  نشان دهنده نسبت دمش است که رابطه (۴۲) تعریف می‌شود.

$$F = \frac{(\rho u)_{coolant}}{(\rho u)_{main flow}} \quad (42)$$

در حالت انتقال حرارت یک جریان آشفته کاملاً توسعه یافته در یک مجرا برای بدست آوردن عدد استانتون در حالت بدون خنک‌کاری تعریقی بصورت زیر داریم:

$$St_{hg,0} = 0.026 Re_{hg}^{-0.2} Pr_{hg}^{-0.6}. \quad (43)$$

زمانی که عدد استانتون محاسبه شد، برای ضریب انتقال حرارت داریم [۱۷]:

$$h_g = St_{hg} \rho_{hg} c_{p,hg} V_{hg}. \quad (44)$$

بنابراین، اگر هدف بررسی میزان شار حرارتی وارده بر دیواره عایق فناشونده یا شار حرارتی در خنک‌کاری تعریقی باشد، باید در محاسبه ضریب انتقال حرارت به روابط گفته شده توجه نمود.

بنابراین، گام زمانی با استفاده از حداقل مقدار گام زمانی در هر گره بدست می‌آید. در ورودی زیرصوت شرایط مرزی عبارتند از:

$$V_1 = 2V_2 - V_3,$$

$$\rho_1 = 1,$$

$$T_1 = 1.$$

اگر فرض شود جریان خروج از مخزن به صورت ایده‌آل است، مقادیر  $T_1$  و  $V_1$  به زمان بستگی ندارد. همچنین، برای شرایط مرزی در خروجی مافوق صوت داریم [۱۸]:

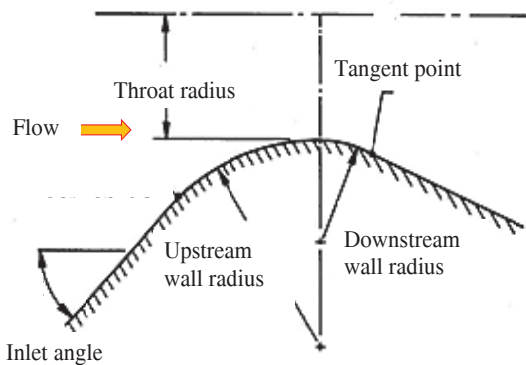
$$V_N = 2V_{N-1} - V_{N-2},$$

$$\rho_N = 2\rho_{N-1} - \rho_{N-2},$$

$$T_N = 2T_{N-1} - T_{N-2}.$$

### هندسه نازل BATES

نازل باتس یک نازل مخروطی شکل می‌باشد که پارامترهای طراحی این نازل در جدول ۱ ذکر شده است [۱۹]. هدف از بررسی این نازل محاسبه جریان گاز داخلی و سپس ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در این نازل می‌باشد. بنابراین، ابتدا با در نظر گرفتن روابط ریاضی مربوطه و پارامترهای هندسی نازل، پروفیل یک نازل انتخاب شده است (شکل ۶). سپس، با در نظر گرفتن روابط جریان گاز داخلی و پروفیل نازل، پارامترهای جریان گاز داخلی مانند عدد ماخ، فشار، توزیع دما و چگالی جریان گاز بدست آمده است. در نهایت با طراحی نازل مورد نظر شکل نهایی دو بعدی این نازل به صورت شکل ۷ بدست می‌آید.



شکل (۶): پارامترهای هندسی گلوگاه نازل [۱۹].

جدول (۱): پارامترهای طراحی نازل باتس [۱۹].

مقدار	پارامترهای هندسی
1 in	شعاع گلوگاه
45	نیم زاویه همگرا
1.6 in	شعاع بالادست دیواره
2 in	شعاع پایین دست دیواره
15	نیم زاویه واگرا
10.2	نسبت انبساط

$$\left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_i^t = -V'^t_i \frac{(T'_{i+1}^t - T'^t_i)}{\Delta x} - (\gamma - 1) T'_{i+1}^t V'^t_i + 1 - V'^t_i \Delta x + V'^t_i \ln A_{i+1} - \ln A_i \Delta x \quad (50)$$

با استفاده از روش مرتبه اول اویلر برای مقادیر توابع در گام زمانی بعد خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}'_i^{t+\Delta t} &= \rho'^t_i + \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_i^t \Delta t, \\ \bar{V}'_i^{t+\Delta t} &= V'^t_i + \left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_i^t \Delta t, \\ \bar{T}'_i^{t+\Delta t} &= T'^t_i + \left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_i^t \Delta t. \end{aligned} \quad (51)$$

همچنین، فرمول‌های اصلاح‌کننده<sup>۱۳</sup> با استفاده از روش تفاضل محدود پسرو عبارتند از:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} &= -\bar{\rho}'_i^{t+\Delta t} \frac{(\bar{V}'_i^{t+\Delta t} - \bar{V}'_{i-1}^{t+\Delta t})}{\Delta x} - \bar{\rho}'_i^{t+\Delta t} \bar{V}'_i^{t+\Delta t} \frac{(\ln A_i - \ln A_{i-1})}{\Delta x} - \bar{V}'_i^{t+\Delta t} \frac{(\bar{\rho}'_i^{t+\Delta t} - \bar{\rho}'_{i-1}^{t+\Delta t})}{\Delta x}, \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{V}'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} &= -\bar{\rho}'_i^{t+\Delta t} \frac{(\bar{V}'_i^{t+\Delta t} - \bar{V}'_{i-1}^{t+\Delta t})}{\Delta x} - \bar{\rho}'_i^{t+\Delta t} \bar{V}'_i^{t+\Delta t} \frac{(\ln A_i - \ln A_{i-1})}{\Delta x} - \bar{V}'_i^{t+\Delta t} \frac{(\bar{\rho}'_i^{t+\Delta t} - \bar{\rho}'_{i-1}^{t+\Delta t})}{\Delta x}, \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{T}'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} &= -\bar{V}'_i^{t+\Delta t} \frac{(\bar{V}'_i^{t+\Delta t} - \bar{V}'_{i-1}^{t+\Delta t})}{\Delta x} - \frac{1}{\gamma} \left( \frac{(\bar{T}'_i^{t+\Delta t} - \bar{T}'_{i-1}^{t+\Delta t})}{\Delta x} + \frac{\bar{T}'_i^{t+\Delta t}}{\bar{\rho}'_i^{t+\Delta t}} \frac{(\bar{\rho}'_i^{t+\Delta t} - \bar{\rho}'_{i-1}^{t+\Delta t})}{\Delta x} \right). \end{aligned} \quad (54)$$

برای مقادیر میانگین مشتق‌های اصلاح شده داریم:

$$\left(\frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial t'}\right)_{av} = 0.5 \left[ \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_i^t + \left(\frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} \right], \quad (55)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{V}'}{\partial t'}\right)_{av} = 0.5 \left[ \left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_i^t + \left(\frac{\partial \bar{V}'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} \right], \quad (56)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{T}'}{\partial t'}\right)_{av} = 0.5 \left[ \left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_i^t + \left(\frac{\partial \bar{T}'}{\partial t'}\right)_i^{t+\Delta t} \right]. \quad (57)$$

در نهایت، برای محاسبه متغیرهای اصلاح شده جریان داریم:

$$\rho'_i^{t+\Delta t} = \rho'^t_i + \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t'}\right)_{av} \Delta t,$$

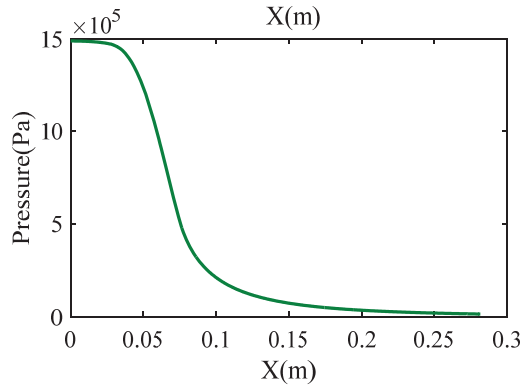
$$V'^t_{i+\Delta t} = V'^t_i + \left(\frac{\partial V'}{\partial t'}\right)_{av} \Delta t, \quad (58)$$

$$T'^t_{i+\Delta t} = T'^t_i + \left(\frac{\partial T'}{\partial t'}\right)_{av} \Delta t.$$

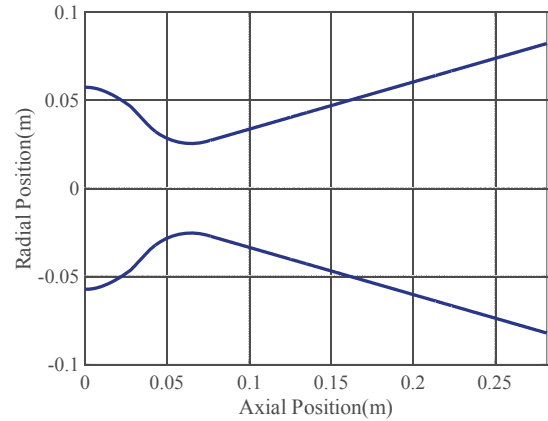
همچنین، گام زمانی با استفاده از رابطه (۵۹) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} (\Delta t)_i^t &= C \frac{\Delta x}{a_i^t + V_i^t} \\ \Delta t &= \text{minimum}(\Delta t_1^t, \Delta t_2^t, \Delta t_3^t, \dots, \Delta t_N^t) \end{aligned} \quad (59)$$





شکل (۸): (ادامه).



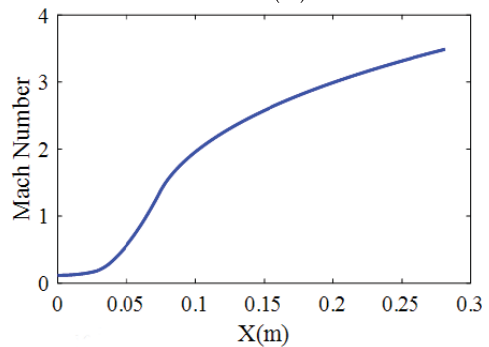
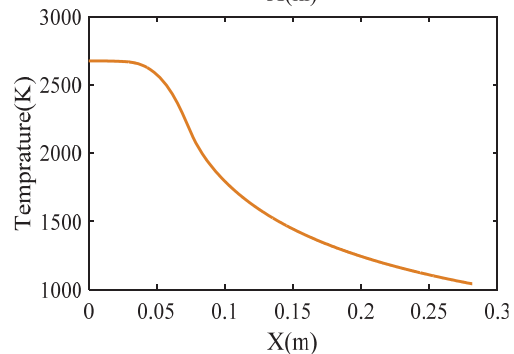
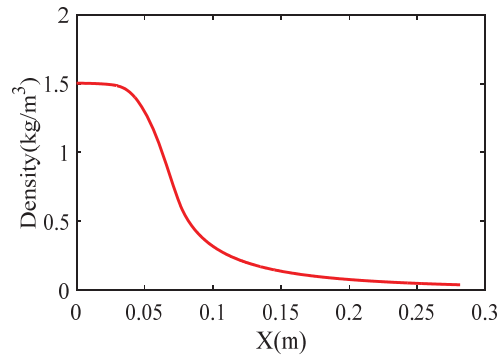
شکل (۷): پروفیل دوبعدی نازل BATES.

### مقایسه بین روش CFD و روش‌های بارتز، استانتون، آدمی و پریکسون در نازل BATES برای محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی

در این بخش چهار روش بارتز، استانتون، پریکسون و آدمی انتخاب شده و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، از هر چهار روش محاسبه شده است. بنابراین، به همین منظور ابتدا نازل مورد نظر طراحی و سپس با استفاده از روش صریح مک کورمک خواص جریان گاز درون موتور محاسبه شد. در شکل ۹ بین روش‌های بیان شده و روش CFD در مرجع [۱۹]، مقایسه‌ای انجام شده است. به طور کلی، روش‌های CFD از دقت بالاتری برای محاسبه ضریب انتقال حرارت نسبت به روش‌های تحلیلی مانند بارتز، استانتون و پریکسون و روش تصحیح عدد پرانتل<sup>۱۴</sup> برخوردار است. اما، از طرف دیگر این روش‌ها نیازمند زمان محاسبات بسیار کمتری می‌باشد. بنابراین، در طراحی اولیه می‌توان از این روش‌ها به علت کمتر بودن زمان محاسبات استفاده نمود. از مقایسه نتایج نمودار شکل ۹ نتایج زیر حاصل می‌شود:

- ماکزیمم مقدار ضریب انتقال حرارت در روش‌های تحلیلی در گلوگاه نازل اتفاق می‌افتد. در حالیکه آنالیز CFD نشان می‌دهد که حداکثر ضریب انتقال حرارت در بالادست نازل اتفاق می‌افتد.
- به دلیل رشد لایه مرزی در قسمت همگرای نازل، راه‌حل CFD مقدار ضریب انتقال حرارت بیشتری را نسبت به حل تحلیلی نشان می‌دهد.
- در قسمت واگرای نازل راه‌حل تحلیلی مقدار ضریب انتقال حرارت را بیشتر از حل CFD نشان می‌دهد.

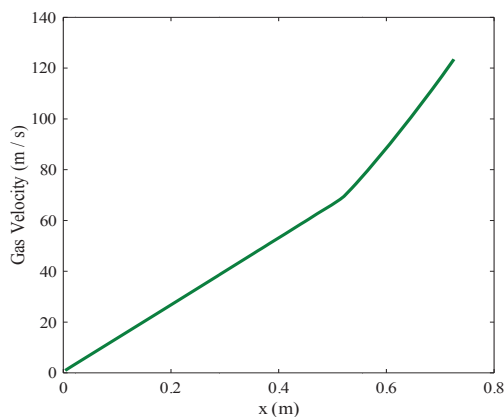
فشار استاتیک ۱۵ بار و دمای شعله درون محفظه احتراق ۲۶۸۰ کلوین در نظر گرفته شده است. بنابراین، می‌توان با در نظر گرفتن روابط جریان گاز، پارامترهای جریان را مطابق شکل ۸ بدست آورد. نمودارهای موجود در این شکل، چگالی، عدد ماخ، دما و فشار را بر حسب موقعیت را نشان می‌دهد.



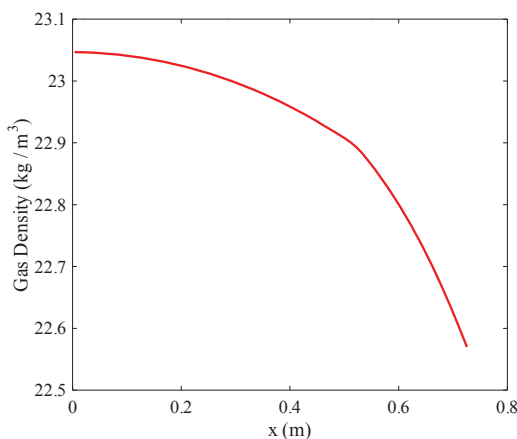
شکل (۸): توزیع عدد ماخ، چگالی، فشار و دما در نازل همگرا-واگرا.

محاسباتی یاد شده به صورت شبه یک‌بعدی است. بنابراین، تمامی پارامترهای مورد نیاز در هر المان در راستای طولی محفظه محاسبه می‌شود. به عنوان مثال، در یک موتور با سوخت جامد درون‌سوز-برون‌سوز ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در موتور بدست آمده است. دمای شعله ۲۲۰۰ درجه کلوین می‌باشد. شکل‌های ۱۰ و ۱۱ روند تغییرات سرعت و چگالی را در راستای طولی موتور نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است سرعت جریان گاز از ابتدای موتور تا ابتدای نازل افزایش پیدا می‌کند. همچنین، چگالی گاز با توجه به معادله حالت به دلیل کاهش فشار کاهش پیدا می‌کند (تغییرات دما ناچیز است).

با توجه به شکل‌های ۱۰ و ۱۲ ضریب انتقال حرارت به دلیل افزایش سرعت جریان از سر موتور تا ابتدای نازل افزایش می‌یابد. همچنین، تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در راستای طولی نازل با توجه به مدت زمان سوزش در شکل ۱۳ مشخص شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با توجه به کاهش فشار و کاهش چگالی گاز و سرعت جریان گاز در مدت زمان سوزش مقدار ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نیز طی زمان سوزش کاهش پیدا می‌کند.



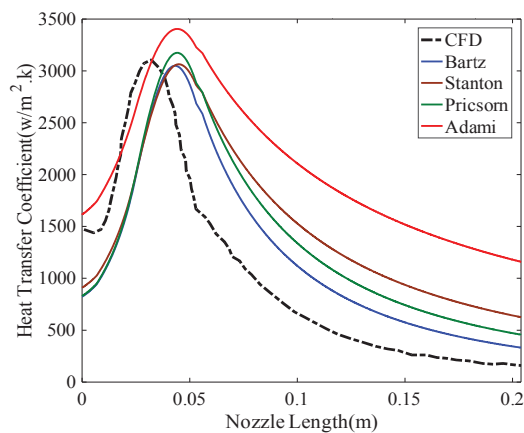
شکل (۱۰): تغییرات سرعت گاز در راستای طولی موتور.



شکل (۱۱): تغییرات چگالی گاز در راستای طولی موتور.

- سه روش بارتز، استانتون و پریکسون نتایج نسبتاً نزدیکی به همدیگر دارند و
- از آنجاکه روش آدمی بر حسب تخمین دمای سطح نمی‌باشد و ضریب تصحیح براساس قسمت همگرای نازل استخراج شده است. بنابراین، در ناحیه همگرا نتایج روش آدمی نسبت به نتایج تحلیلی به روش CFD نزدیک‌تر می‌باشد. اما، در ناحیه گلوگاه و اگر مقدار بیشتری را نسبت به روش CFD نشان می‌دهد.

بنابراین، می‌توان با در نظر گرفتن شرایط موجود در مسئله از هر کدام از روش‌های موجود استفاده نمود. به عنوان مثال در مسائلی که اهمیت قسمت همگرای نازل مورد توجه است، می‌توان از روش آدمی با دقت خوبی استفاده نمود. همچنین، با توجه به اینکه مقدار ضریب انتقال حرارت در گلوگاه نازل در سه روش بارتز، پریکسون و استانتون تفاوت بسیار کمی را با روش CFD دارند، به خوبی می‌توان از این روش‌ها استفاده نمود. از طرفی، می‌توان از ترکیب روش آدمی و روش بارتز برای دو قسمت همگرا و واگرای نازل استفاده نمود که می‌تواند در حل تحلیلی بهترین تخمین را داشته باشد.



شکل (۹): مقایسه مقدار ضریب انتقال حرارت در روش بارتز و روش CFD.

## ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در محفظه احتراق موتور سوخت جامد

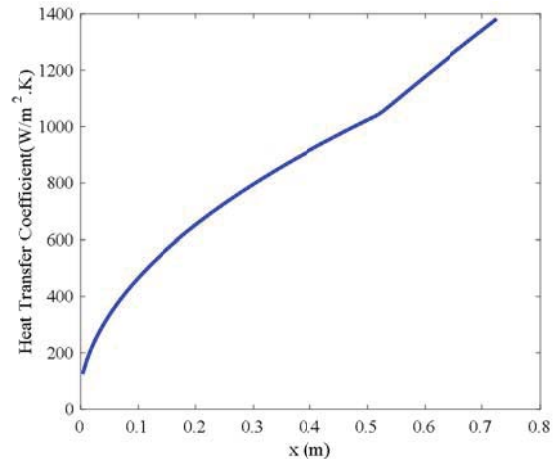
برای محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در محفظه موتور سوخت جامد نیازمند پارامترهایی مانند سرعت جریان گاز، چگالی گاز، عدد پراتنل، قطر هیدرولیکی، دما و عدد رینولدز است. از این‌رو، برای محاسبه این پارامترها از یک کد جریان داخلی شبه یک‌بعدی استفاده شده است. جزئیات و روند مدل‌سازی را می‌توان در مقاله رزمجویی و همکاران [۲۰] مشاهده نمود.

بررسی روش‌های محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در محفظه احتراق و نازل (علمی-ترویجی)

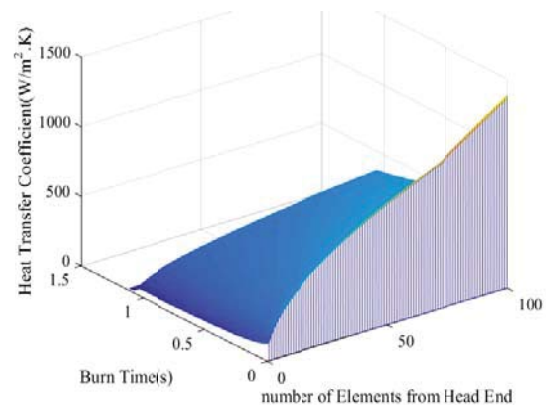
مقدار بیشتری را نسبت به حل تحلیلی نشان می‌دهد. سه روش بارتز، استانتون و پریکسون نتایج نزدیک‌تری به همدیگر دارند. از آنجاکه روش آدمی بر حسب تخمین دمای سطح نمی‌باشد و ضریب تصحیح براساس قسمت همگرای نازل نوشته شده است، بنابراین در ناحیه همگرا نتایج روش آدمی نسبت به نتایج تحلیلی به CFD نزدیک‌تر می‌باشد. اما در ناحیه گلوگاه و واگرا مقدار بیشتری را نسبت به CFD نشان می‌دهد. بنابراین، می‌توان با در نظر گرفتن شرایط موجود در مسئله از هر کدام از روش‌های موجود استفاده نمود. به عنوان مثال، در مسائلی که اهمیت قسمت همگرای نازل مورد توجه می‌باشد می‌توان از روش آدمی با دقت خوبی استفاده نمود. همچنین، با توجه به اینکه مقدار ضریب انتقال حرارت در گلوگاه نازل در سه روش بارتز، پریکسون و استانتون تفاوت بسیار کمی را با CFD دارند، می‌توان از این روش‌ها استفاده نمود. همچنین، نشان داده شد که می‌توان با استفاده از روش‌های بیان شده با داشتن خواص جریان گاز درون موتور مانند فشار، دما و سرعت، ضریب انتقال حرارت را در محفظه احتراق موتور در هر لحظه محاسبه نمود. به طور کلی، با کاهش فشار ضریب انتقال حرارت کاهش و با کاهش دمای سطح ضریب انتقال حرارت افزایش می‌یابد و هرچه از سر موتور به سمت نازل حرکت کنیم ضریب انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

## مراجع

- [1] Darabi, H., Roshanian, J., and Zare, H., "Design of Liquid Propellant Engine, Using Collaborative Optimization and Evolutionary Algorithms", *The Institution of Mech. Engineers, Part G: J. Aerospace Eng., Spain*, 2014.
- [2] Thakre, P., *Chemical Erosion of Graphite and Refractory Metal Nozzles and Its Mitigation in Solid-Propellant Rocket Motors*, Proquest, Umi Dissertation Publishing, Ann Arbor, Michigan, USA, 2008.
- [3] Bartz, D.R., "Turbulent Boundary-Layer Heat Transfer from Rapidly Accelerating Flow of Rocket Combustion Gases and of Heated Air", *Jet Propulsion Lab., California, Tech. Rep. NASA-CR-62615*, 1963.
- [4] Back, L.H., Massier, P.F., and Gier, H.L. "Convective Heat Transfer in a Convergent-Divergent Nozzle", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 7, No. 5, pp. 549-568, 1964.
- [5] Swann, R.T. and Pittman, C.M., "Numerical Analysis of the Transient Response of Advanced Thermal Protection Systems for Atmospheric Entry", *NASA-TN-D-1370, L-1359*, 1964.
- [6] Chung, B.T.F., Chang, T.Y., Hsiao, J.S., and Chang, C.I., "Heat Transfer with Ablation in a Half Space Subjected to Time-Variant Heat Fluxes", *J. Heat Transfer*, Vol. 105, No. 1, pp. 200-203, 1983.



شکل (۱۲): تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در راستای طولی موتور.



شکل (۱۳): تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در راستای طولی موتور در طی مدت زمان سوزش.

## نتیجه‌گیری

هدف از تعیین ضریب انتقال حرارت سمت گاز، محاسبه میزان شار حرارتی وارد بر دیواره موتور و نازل می‌باشد. در بسیاری از مسائل انتقال حرارت، بررسی شار حرارتی و محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی از اهمیت خاصی برخوردار است. نتایج روش‌های تحلیلی با نتایج CFD و تجربی متفاوت است. به طور کلی، روش‌های CFD از دقت بالاتری برای محاسبه ضریب انتقال حرارت نسبت به روش‌های تحلیلی برخوردار است، اما از طرف دیگر روش‌های تحلیلی نیازمند زمان محاسبات بسیار کمتری می‌باشد. بنابراین، در طراحی اولیه می‌توان از این روش‌ها به علت کمتر بودن زمان محاسبات استفاده نمود. با توجه به نتایج نشان داده شد که ماکزیمم مقدار ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در روش‌های تحلیلی در گلوگاه نازل اتفاق می‌افتد، در حالیکه آنالیز CFD نشان می‌دهد که حداکثر ضریب انتقال حرارت در بالادست نازل اتفاق می‌افتد. به دلیل رشد لایه مرزی در قسمت همگرای نازل، راه‌حل CFD

- [14] Ahmad, R.A., "Convective Heat Transfer in the Reusable Solid Rocket Motor of the Space Transportation System", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 26, No. 10, pp.30-45, 2005.
- [15] Huzel, D.K. and Huang, D.H., "Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines", *Volume 147 of Progress in Astronautics and Aeronautics*, AIAA, 1992.
- [16] Cross, P.G. and Boyd, I.D., "Two-dimensional Modeling of Ablation and Pyrolysis with Application to Rocket Nozzles.", *The 46th AIAA Thermophysics Conf.*, p. 3383, 2016.
- [17] Faridani, M. M., "Mathematical Modeling of Transpiration Cooling in Cylindrical Domain", Dissertation, Eastern Mediterranean University (EMU)-Doğu Akdeniz Üniversitesi (DAÜ), Turkey, 2015.
- [18] Anderson, J. D., *Computational Fluid Dynamics the Basic with Applications*, McGraw-Hill, New York, USA, 1995.
- [19] Ruffin, A., "Numerical Investigation of Nozzle Thermochemical Behaviour in Hybrid Rocket Motors (M.Sc. Thesis)", University of Padova, Italy, 2015.
- [20] Razmjooei, M., Shahbazi, M., and Ommi, F., "Quasi-one-dimensional Modeling of Internal Ballistic in Solid Propellant Rocket, Considering Saderholm Erosive Burning Model", *Iranian Scientific Association of Energetic Material*, Vol. 13, No. 3, pp. 197-208, 2019.
- [7] Torres, Y., Stefanini, L., and Suslov, D., "Influence of Curvature in Regenerative Cooling System of Rocket Engine", *Propulsion Physics*, Vol. 1, pp. 171-184, 2009.
- [8] Pizzarelli, M., Nasuti, F., and Onofri, M., "Trade-off Analysis of High-Aspect-Ratio-Cooling Channels for Rocket Engines", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 44, pp. 458-467, 2013.
- [9] Coetzee, N., "Heat Transfer Coefficients of Smooth Tubes in the Turbulent Flow Regime", Dissertation, University of Pretoria, South Africa, 2015.
- [10] Żyluk, A. and Pietraszek, M., "Investigation of an Additional Oxidizer Chage Effect on Elected Characteristics of a Solid-Fuel Rocket Engine", *J. Theoretical and Applied Mech.*, Vol. 52, No. 1, pp. 139-149, 2014.
- [11] Adami, A., Mortazavi, M., and Nosratollahi, M., "Heat Transfer Modeling of Bipropellant Thrusters for using in Multidisciplinary Design Optimization Algorithm", *J. Fluid Flow, Heat and Mass Transfer*, Vol. 2, pp. 40-46, 2015.
- [12] Moore, S.S., "Ballistics Modeling of Combustion Heat Loss Through Chambers and Nozzles of Solid Rocket Motors", Dissertation, California State University, USA, 2010.
- [13] Kays, W., Crawford, M. E., and Weigand, B., *Convective Heat and Mass Transfer*, 4th Ed., McGraw-Hill, New York, USA, 2005.