

(علمی-ترویجی)

# ارزیابی مدل تقریبی کیدان در تحلیل ارتعاشات آزاد صفحات تقویت شده مشبک کامپوزیتی تحت شرایط مرزی مختلف

در این پژوهش، مساله ارتعاش آزاد صفحات تقویت شده مشبک کامپوزیتی با سه نوع طرح تقویتی مختلف (لوزی، مربعی و ترکیبی) تحت شرایط مرزی مختلف به صورت تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین، در بررسی ارتعاشات آزاد ورق مشبک کامپوزیتی علاوه بر شرایط مرزی، پارامترهای دیگری مانند اثر لایه چینی و اثر کسر حجمی تقویت کننده‌ها نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در روش تحلیلی از فرضیات تئوری کیدان استفاده شده و حل عددی مساله به وسیله نرم افزار المان محدود آباکوس انجام شده است. از نتایج مهم قابل ذکر در تحقیق حاضر، رابطه بین زاویه قرارگیری تقویت کننده‌ها و لایه چینی ورق کامپوزیتی می باشد که هرچه این زاویه‌ها به یکدیگر نزدیک تر باشند، فرکانس طبیعی آن ورق بیشتر است. یکی دیگر از نتایج مهم قابل ذکر، بررسی هم زمان شرایط مرزی و افزایش کسر حجمی تقویت کننده‌ها می باشد که با افزایش کسر حجمی و تغییر شرایط مرزی از تکیه گاه ساده به تکیه گاه گیردار، فرکانس طبیعی صفحه مشبک کامپوزیتی افزایش می یابند.

**واژه‌های کلیدی:** ارتعاشات آزاد، صفحات تقویت شده مشبک کامپوزیتی، تئوری کیدان، المان محدود

محمد علیمحمدی<sup>۱\*</sup>، علی داوور<sup>۱\*\*</sup>، محسن حیدری بنی<sup>۱\*\*\*</sup>، جعفر اسکندری جم<sup>۱\*\*\*\*</sup> و مجید اسکندری شهرکی<sup>۲\*\*\*</sup>

۱- مجتمع دانشگاهی مواد و فناوری‌های ساخت، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، کدپستی: ۱۷۷۴-۱۵۸۷۵

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه فردوسی مشهد، کدپستی: ۹۱۷۷۹۴۸۹۷۴، مشهد، ایران

\* دانش‌آموخته کارشناسی ارشد

\*\* دانشیار (نویسنده پاسخگو)، ایمیل:

a\_davar@mut.ac.ir

\*\*\* دانشجوی دکتری

\*\*\*\* استاد

## Evaluation of Kidane Approximate Model in Free Vibration Analysis of Grid Stiffened Composite Plates with Different Boundary Conditions

Microgravity and cosmic radiation are the space environmental stresses which can cause DNA damage in living organisms. Radiations injure the cell DNA directly through the interaction of charged particles with DNA molecules or indirectly by the production of free radicals. In addition, radiation can alter cell wall composition, activate free radical scavenging enzymes, and accumulate antioxidant compounds. Although plants have evolved some mechanisms to deal with the damages, space conditions, especially microgravity can play a role in repairing DNA damage. More DNA damages can induce double strands breaks of DNA, chromosome abnormality, micro-nuclei formation, and increase the risk of cell death. In this study, effect of space environmental stresses on DNA damage and response mechanisms will be investigated in space flight or simulated conditions.

**Keywords:** Radiation, Microgravity, DNA Damage, Phenolic Compounds, Antioxidant Enzymes

M. Alimohammadi<sup>1\*</sup>, A. Davar<sup>1\*\*</sup>, M. Heydari Beni<sup>1\*\*\*</sup>, J. Eskandari Jam<sup>1\*\*\*\*</sup>, and M. Eskandari Shahraki<sup>2\*\*\*</sup>

1- Faculty of Materials & Manufacturing Technologies, Malek Ashtar University of Technology, Postal Code: 1477893855, Tehran, IRAN

2- Department of Aerospace Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Postal Code: 9177948974, Mashhad, IRAN

\* M.Sc. Holder

\*\* Associate Professor (Corresponding Author): Email:

a\_davar@mut.ac.ir

\*\*\* Ph.D. Student

\*\*\*\* Professor

## (علمی-ترویجی)

محمد علیمحمدی، علی داور، محسن حیدری بنی، جعفر اسکندری جم و مجید اسکندری شهرکی

## ۱- مقدمه

با پیشرفت علم مواد و فناوری تولید، ویژگی‌های برجسته مواد مرکب از جمله استحکام و سفتی ویژه، ضد خوردگی و دارا بودن قابلیت طراحی و غیره سبب جایگزین شدن این مواد با مواد مرسوم نظیر فولاد و بتن شده‌اند. در بین این مواد، سازه‌های کامپوزیتی با تقویت‌کننده‌های مشبک به جهت استحکام بالا، نسبت وزنی کم، انعطاف‌پذیری در طراحی، کارایی بالای سازه‌ای و هزینه پایین دارای قابلیت‌های کاربردی بیشتری نسبت به سازه‌های فلزی می‌باشد و مورد مطالعه بسیاری از محققان واقع شده‌اند و از قرن نوزدهم میلادی به بعد، استفاده از سازه‌های مشبک با هدف افزایش استحکام گسترش یافت. مهم‌ترین کاربردهای سازه‌های مشبک استفاده در هواپیماها، پوسته کشتی‌ها، خودروها، سکوها نفتی، پل‌ها و غیره می‌باشد.

ابتدا ساختارهای مشبک فلزی در چهارچوب هواپیمای بمب افکن انگلیسی دیبلو-دیبلو-آی-آی و لینگتون<sup>۱</sup> [۱] مورد استفاده قرار گرفت. طراحی سازه‌های مشبک در روسیه، با ساخت برج رادیویی مسکو با ارتفاع ۱۴۸/۳ متر توسط شوخوف<sup>۲</sup> در سال ۱۹۲۱ [۲] آغاز شد. تاریخچه ساخت سازه‌های مشبک از جنس آلومینیوم با خواص همسانگرد در شرکت مک دونالد داگلاس شروع شد که به‌عنوان یک لایه میانی در پیشرانه دلتا مورد استفاده قرار گرفت. این سازه‌ها توسط ماشین‌کاری قالب‌های آلومینیومی به شکل مثلث‌های متساوی‌الاضلاع همراه با پوسته ضخیم ساخته شدند. سازه‌های همسانگرد، خواص مکانیکی همسانگردی در صفحه از خود نشان می‌دهند [۳]. یکی از اولین پژوهش‌ها در زمینه ارتعاشات ورق‌های مشبک در سال ۱۹۷۲ توسط امید واران<sup>۳</sup> و دلاگازا<sup>۴</sup> [۴] صورت گرفت. در این پژوهش رفتار دینامیکی ورق مشبک و فرکانس‌های طبیعی این ورق مورد مطالعه قرار گرفت. بات<sup>۵</sup> و همکاران [۵] در پژوهشی با عنوان ارتعاشات ورق کامپوزیتی تقویت‌شده بهبررسی فرکانس‌های طبیعی ورق کامپوزیتی تقویت‌شده به روش تحلیلی ریتز پرداخته‌اند. یکی از جدیدترین، جامع‌ترین و صنعتی‌ترین تحقیقاتی که در سال‌های اخیر انجام شده است مربوط به وسیله<sup>۵</sup> و همکارانش [۲] است که نتایج آن در مقاله‌ای در سال ۲۰۰۱ به چاپ رسیده است. در این تحقیقات یک فرآیند کامل از طراحی، ساخت و تست

ساختارهای مشبک که با روش رشته پیچی خشک و تر پیچی ساخته می‌شوند و در بدنه موشک‌ها و هواپیماها به کار می‌روند، ارائه شده است. چو<sup>۶</sup> و همکاران [۶] در پژوهشی با عنوان بررسی عددی ارتعاشات آزاد ورق تقویت‌شده کامپوزیتی به بررسی اثر تقویت‌کننده‌ها بر فرکانس طبیعی پرداختند. فروردین<sup>۷</sup> و همکاران [۷] در مقاله‌ای مروری به مطالعه فرآیند ساخت سازه‌های مشبک کامپوزیتی پرداختند. اسکندری جم و نورآبادی [۸] در پژوهشی به تحلیل کماتش صفحه ساندویچی با هسته مشبک پرداختند. در این پژوهش اثر ضخامت و سایر پارامترهای هندسی ورق مشبک بر روی کماتش این ورق مورد بررسی قرار گرفته است. نگوین-توی<sup>۸</sup> و همکاران [۹] در پژوهشی ارتعاشات آزاد ورق تقویت‌شده را به روش عددی مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله، ورق با تقویت‌کننده‌های مختلف طولی مورد بررسی قرار گرفته است. ساهو<sup>۹</sup> [۱۰] در پژوهشی به بررسی ارتعاشات آزاد ورق مشبک کامپوزیتی با حفره‌های مرکزی مختلف تحت شرایط مرزی مختلف پرداخت. طالع‌زاده و رحیمی [۱۱] به بررسی ارتعاشات آزاد استوانه مشبک کامپوزیتی تحت شرایط مرزی مختلف پرداختند که یکی دیگر از زمینه‌های کاری موجود در داخل کشور می‌باشد. چو<sup>۱۰</sup> [۱۲] فرکانس‌های طبیعی ورق تقویت‌شده تحت شرایط مرزی مختلف را به روش عددی و تحلیلی مورد مطالعه قرار داد. چو و همکاران [۱۳] در پژوهشی به بررسی ارتعاشات تحت تحریک نیروی خارجی ورق مشبک تقویت‌شده کامپوزیتی پرداختند. جادهاو<sup>۱۱</sup> و همکارانشان مطالعاتی را در زمینه صفحات مشبک کامپوزیتی تقویت‌شده انجام داده‌اند. در یکی از این پژوهش‌ها [۱۴] به بررسی جذب انرژی توسط ورق کامپوزیتی تقویت‌شده در اثر وارد شدن نیروی عرضی پرداخته شده است. کیدان<sup>۱۲</sup> و همکاران [۱۵] در مقاله‌ای به تحلیل بار کماتشی در یک استوانه کامپوزیتی تقویت شده با ساختار مشبک ارائه کردند. در یک پژوهش، ریکاردز<sup>۱۳</sup> و همکاران [۱۶] به بررسی ارتعاشات ورق تقویت‌شده با یک تقویت‌کننده پرداختند. در این پژوهش که به روش‌های تحلیلی، عددی و تجربی صورت پذیرفت، فرکانس‌های طبیعی ورق تقویت‌شده برای مودهای ۱ تا ۲۴ استخراج شده‌اند. افتخاریان و مختاریان [۱۷] در مقاله‌ای با

6. Cho  
7. Farvardin  
8. Nguyen-Thoi  
9. Sahoo  
10. Cheo  
11. Jadhav  
12. Kidane  
13. Rikards

1. WWII Wellington  
2. Shukhov  
3. Omid Varent and Delagaza  
4. Bath  
5. Vassiliev

## ۲-۱- حل تحلیلی

یک صفحه مشبک کامپوزیتی از یک پوسته و تعدادی تقویت کننده بر روی آن تشکیل شده است. ورق مورد بررسی مربع بوده که پارامترهای مهم و تأثیرگذار آن عبارتند از: تعداد تقویت کننده‌ها، زاویه الیاف‌های به کار رفته، زاویه قرارگیری تقویت کننده‌ها و ضخامت تقویت کننده‌ها. ابتدا به بررسی ماتریس‌های سفتی این ورق کامپوزیتی تقویت شده پرداخته شده است. با توجه به تئوری کیدان، ماتریس معادل صفحه تقویت شده از اصل برهم‌نهی به دست می‌آید. یک صفحه کامپوزیتی به همراه تقویت کننده‌های آن، صفحه مشبک کامپوزیتی را تشکیل می‌دهند که ماتریس‌های سفتی آن به صورت زیر به دست می‌آیند [۹]:

$$[A] = V_{st} [A]^{st} + V_{sh} [A]^{sh} \quad (1)$$

$$[B] = V_{st} [B]^{st} + V_{sh} [B]^{sh} \quad (2)$$

$$[D] = V_{st} [D]^{st} + V_{sh} [D]^{sh} \quad (3)$$

که در این رابطه  $st$  بیانگر ترم‌های تقویت کننده‌ها و  $sh$  بیانگر ترم‌های صفحه کامپوزیتی می‌باشد. ماتریس‌های  $A, B, D$  برای یک صفحه کامپوزیتی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$(A_{ij}^{sh}, B_{ij}^{sh}, D_{ij}^{sh}) = \sum_{k=1}^p \int_{t_{k-1}}^{t_k} Q_{ij}^{(k)}(1, z, z^2) \quad (4)$$

در ادامه ترم‌های ماتریس‌های  $A, B, D$  برای تقویت کننده‌های یک صفحه مشبک کامپوزیتی معرفی می‌شوند. در مساله پیش رو فقط ترم‌های ماتریس  $D$  در معادلات به کار برده می‌شوند، از این رو، برای طرح‌های تقویتی مختلف این ماتریس محاسبه می‌شود و ماتریس‌های  $A$  و  $B$  در حد معرفی در معادلات (۵) و (۶) قابل مشاهده می‌باشند.

$$[A]^{st} = AE_1 \begin{bmatrix} \frac{2c^3}{a_0} & \frac{2s^2c}{a_0} & 0 \\ \frac{2c^2s}{b_0} & \frac{2s^3}{b_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2c^2s}{b_0} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[B]^{st} = AE_1 \begin{bmatrix} \frac{tc^3}{a_0} & \frac{ts^2c}{a_0} & 0 \\ \frac{tc^2s}{b_0} & \frac{ts^3}{b_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{tc^2s}{b_0} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ماتریس  $D$  نیز به صورت رابطه (۷) بیان می‌شود:

عنوان بررسی ارتعاشات آزاد ورق مشبک تحت بارگذاری حرارتی، به استخراج فرکانس‌های طبیعی ورق مشبک با ایجاد تغییراتی روی شرایط مرزی و پارامترهای هندسی پرداخته‌اند. لیو و سان [۱۸] رفتار ارتعاش آزاد ساختار ساندویچی استوانه‌ای تاشو تقویت شده با فیبر کربن را پیش‌بینی و آزمایش کردند. آنها دریافتند در شرایط تقریباً یکسان ساختارهای ساندویچی استوانه‌ای تاشو تقویت شده با فیبر کربن در مقایسه با سایر استوانه‌های ساندویچی تقویت شده با فیبر کربن سستی، همیشه فرکانس اساسی بالاتری دارند که نشان‌دهنده استحکام بیشتر آنهاست. لی و همکاران [۱۹] به تحلیل ارتعاش پوسته‌های مخروطی کوتاه با فوم فلزی متخلخل با شرایط مرزی عمومی با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته پرداختند. آنها اثرات تخلخل، توزیع منافذ، هندسه، شرایط مرزی پوسته مخروطی و سفتی الاستیک را مورد مطالعه قرار دادند.

طبق بررسی‌ها و جستجوهای به عمل آمده در حوزه ارتعاشات ورق‌های کامپوزیتی مشبک، خلاءهایی وجود داشتند که در این پژوهش سعی بر آن بوده که تعدادی از این خلاءها پوشش داده شوند که عبارتند از: (الف) کمبود پژوهش در حوزه بررسی هم‌زمان اثر لایه‌چینی و شرایط مرزی روی کامپوزیت‌های تقویت شده، (ب) بررسی رابطه‌ای بین زاویه قرارگیری تقویت کننده‌ها روی صفحه کامپوزیتی و لایه‌چینی ورق کامپوزیتی و تقویت کننده‌ها، (ج) بررسی اثر شرایط مرزی روی فرکانس‌های طبیعی و (د) بررسی اثر نسبت پهنا به ضخامت تقویت کننده‌ها بر ارتعاشات آزاد ورق تقویت شده. در این پژوهش سعی شده است این موارد به‌طور تفکیکی بررسی و اثر هر کدام از آنها مورد بحث قرار بگیرد.

## ۲- روش تحقیق

اصولاً روش تحقیق و طراحی در مورد سازه‌های مشبک کامپوزیتی به دو روش کلی صورت می‌پذیرد که عبارتند از:

- روش تحلیلی با استفاده از روابط ریاضی و نرم‌افزار متلب و
- روش آنالیزی با استفاده از نرم‌افزارهای المان محدود.

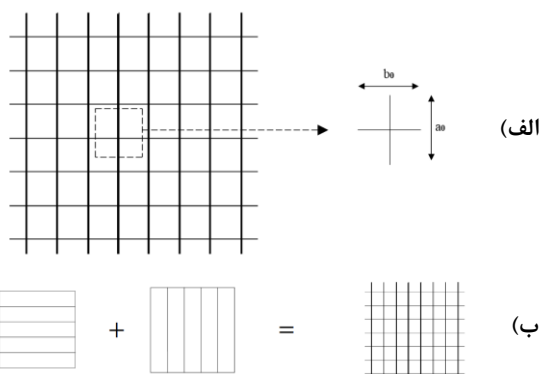
در این مقاله هر دو روش مورد استفاده قرار گرفته است و طراحی ورق مشبک کامپوزیتی بر اساس روابط ریاضی استخراج شده از مراجع مختلف بوده است که در زیر به تفصیل این روابط بررسی خواهند شد.

(علمی-ترویجی)

محمد علیمحمدی، علی داور، محسن حیدری بنی، جعفر اسکندری جم و مجید اسکندری شهرکی

مقطع که همگی در قسمت قبلی معرفی شد، همگی در این قسمت نیز صادق می‌باشند. ماتریس  $D$  برای طرح تقویتی مربعی نیز همانند تقویت‌کننده لوزوی، مطابق شکل ۳ از مجموع دو طرح با زوایای ۰ و ۹۰ درجه به دست می‌آید. به عبارت دیگر در معادله (۷) یک بار به جای زاویه  $\varphi$  ۰ درجه و یک بار ۹۰ درجه اعمال می‌شود.

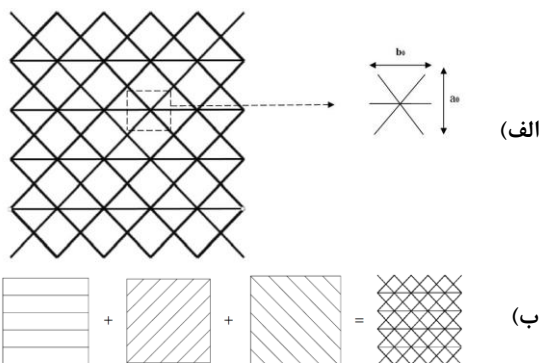
$$D_{\varphi}^{st} = D_0^{st} + D_{90}^{st} \quad (9)$$



شکل (۳): الف) تقویت‌کننده‌های مربعی و سلول واحد آن و ب) نحوه اعمال طرح تقویتی مربعی.

**ماتریس  $D$  برای طرح مثلثی-لوزوی:** مطابق شکل ۴ الف، طرح تقویتی مثلثی-لوزوی به همراه سلول واحد نشان داده شده است. ماتریس سفتی برای این طرح تقویتی نیز از معادله ۷ به دست می‌آید. همان‌طور که در بخش‌های قبل پارامترهای استفاده شده در این معادله معرفی شد، برای این طرح تقویتی نیز این پارامترها صادق بوده و به کار برده می‌شوند. همانند دو نمونه بالا، ماتریس  $D$  برای این طرح تقویتی نیز از حاصل جمع دو طرح با زوایای ۰، ۴۵ و ۱۳۵ درجه به وجود آمده است. در شکل ۴ ب نحوه اعمال این حاصل جمع نشان داده شده است.

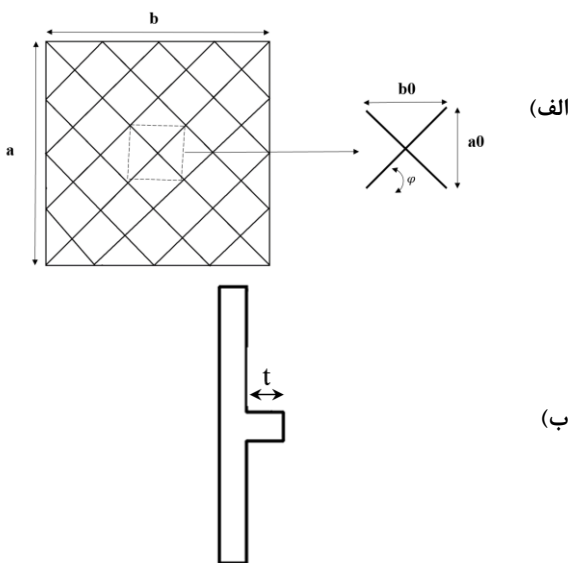
$$D_{\varphi}^{st} = D_0^{st} + D_{-45}^{st} + D_{+45}^{st} \quad (10)$$



شکل (۴): تقویت‌کننده‌های مثلثی-لوزوی و سلول واحد آن، ب) نحوه اعمال طرح تقویتی مثلثی-لوزوی.

$$[D]^{st} = AE_1 \begin{bmatrix} \frac{t^2 c^3}{2a_0} & \frac{t^2 s^2 c}{2a_0} & 0 \\ \frac{t^2 c^2 s}{2b_0} & \frac{t^2 s^3}{2b_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{t^2 c^2 s}{2b_0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

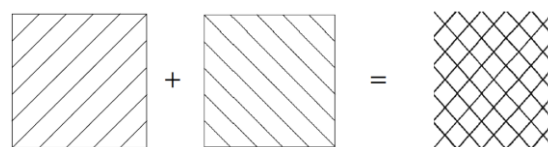
که در این روابط  $c$  بیانگر  $\cos \varphi$  و  $s$  بیانگر  $\sin \varphi$  بیانگر سطح مقطع تقویت‌کننده،  $E_1$  مدول الاستیکی در جهت اصلی،  $a_0$  و  $b_0$  طول و عرض سلول واحد و  $t$  ضخامت تقویت‌کننده می‌باشد (شکل ۱) [۸].



شکل (۱): الف) ورق کامپوزیتی تقویت‌شده و سلول واحد مورد نظر و ب) ضخامت تقویت‌کننده مورد نظر.

**ماتریس  $D$  برای طرح لوزوی:** برای محاسبه ماتریس  $D$  برای طرح لوزوی، باید مجموع دو تقویت‌کننده با زوایای ۴۵ و ۱۳۵ + اعمال شود (شکل ۲).

$$D_{\varphi}^{st} = D_{-45}^{st} + D_{+45}^{st} \quad (8)$$



شکل (۲): نحوه اعمال طرح تقویتی لوزوی.

**ماتریس  $D$  برای طرح مربعی:** مطابق شکل ۳ الف، طرح کلی تقویت‌کننده مربعی به همراه سلول واحد و پارامترهای موثر برای محاسبه ماتریس سفتی قابل مشاهده می‌باشد. پارامترهای موثر در معادله (۷) مانند زاویه تقویت‌کننده ها، ضخامت و سطح

$$w = X(x)Y(y) \sin(\omega_{mn} t) \quad (18)$$

که در این رابطه  $X(x)$  و  $Y(y)$  توابع شکل ورق مشبک می‌باشند که با توجه به شرایط مرزی تعیین می‌شوند و  $\omega_{mn}$  فرکانس طبیعی سازه می‌باشد. ترم سفتی ورق تقویت شده نیز به صورت زیر به دست آمده است [۱۵]:

$$K = \int_{y=0}^{y=b} \int_{x=0}^{x=a} \left[ D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial w}{\partial y} + (2D_{12} + 4D_{66}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \frac{\partial w}{\partial x} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] w \quad (19)$$



شکل (۵): ضخامت ورق کامپوزیتی و تقویت کننده.

**شرایط مرزی:** تابع شکل با توجه شرایط مرزی به دست می‌آید. در اینجا سه نوع شرط مرزی مورد بررسی قرار گرفته است که عبارت اند از: الف) شرایط تکیه گاهی ساده (هر چهار طرف)، ب) شرایط تکیه گاهی گیردار (هر چهار طرف) و ج) شرایط تکیه گاهی ترکیبی (دو طرف ساده دو طرف گیردار).

**تکیه گاه ساده:** جهت حل ارتعاشات ورق تحت شرایط تکیه گاهی ساده، تابع شکل‌های  $X(x)$  و  $Y(y)$  به صورت زیر لحاظ می‌شوند:

$$X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (20)$$

$$Y_m(y) = \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right)$$

که در این شرایط مرزی، خیز و گشتاور در دو سر ورق برابر صفر است:

$$w|_{x=0,a} = 0, Mx|_{x=0,a} = 0 \quad (21)$$

$$w|_{y=0,b} = 0, My|_{y=0,b} = 0$$

که با جاگذاری رابطه (۲۰) در رابطه (۲۱)، مقادیر فرکانس‌های طبیعی محاسبه می‌شوند.

**تکیه گاه گیردار:** جهت حل ارتعاشات ورق تحت شرایط تکیه گاهی گیردار، تابع شکل‌های  $X(x)$  و  $Y(y)$  به صورت زیر لحاظ می‌شوند:

**حل معادلات:** روش گلرکین روشی مناسب برای به دست آوردن مسائل با شرایط مرزی مختلف می‌باشد. این نظریه برای اعمال مسائل خم، پیچش و ارتعاشات آزاد مناسب می‌باشد. همه این مسائل با روش انرژی که به فرم زیر نوشته می‌شود قابل حل می‌باشد.

$$\pi(u_0, v_0, w_0) = k \quad (11)$$

که در این مسئله  $k$  مقداری ثابت و  $\pi$  برابر با مجموع انرژی درونی و انرژی جنبشی که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\pi = U + T \quad (12)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[ D_{11} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{22} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4 \left( D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + 4D_{66} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (13)$$

$$T = \frac{I_1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[ \left( \frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_0}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy \quad (14)$$

که در این معادلات  $D_{ij}$  ترم‌های ماتریس سفتی می‌باشند. منظور از  $u, v, w$  ترم‌های جابه‌جایی در جهت‌های  $x, y, z$  می‌باشند که با توجه به مساله پیش رو فقط ورق مشبک کامپوزیتی فقط در جهت  $z$  جابه‌جایی داشته و از این رو فقط ترم‌های  $w$  مورد استفاده قرار می‌گیرند. در معادله (۱۴) ضریب  $I_1$  که جرم در واحد سطح می‌باشد، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_1 = I_1^{sh} V_{sh} + I_1^{st} V_{st} \quad (15)$$

که در این معادله منظور از  $V_{sh}$  کسر حجمی ورق کامپوزیتی و منظور از  $I_1^{st}$  و  $I_1^{sh}$  به ترتیب حاصل ضرب چگالی در ضخامت ورق کامپوزیتی و تقویت کننده می‌باشند که این مقادیر به صورت روابط زیر به دست می‌آیند:

$$I_1^{st} = \rho \times t_{st} \quad (16)$$

$$I_1^{sh} = \rho \times t_{sh} \quad (17)$$

با توجه به شکل ۵، ضخامت‌های مورد نظر در روابط بالا قابل مشاهده می‌باشند.

همان‌طور که اشاره شد،  $w$  خیز ورق در راستای عمود بر سطح ورق تقویت شده می‌باشد که به صورت زیر مد نظر قرار می‌گیرد:

(علمی-ترویجی)

محمد علیمحمدی، علی داور، محسن حیدری بنی، جعفر اسکندری جم و مجید اسکندری شهرکی

در مرحله بعد و در ماژول Property ابتدا در قسمت Create Material خواص مکانیکی مورد نظر تولید و در قسمت Create Composite Layup لایه چینی و ضخامت‌های مد نظر برای صفحه کامپوزیتی و تقویت‌کننده ها اعمال می‌شوند. در محیط Assemble قطعه تولیدشده مد نظر به محیط نرم‌افزار اضافه شد. جهت اعمال نوع تحلیل مد نظر، در قسمت Step یک تحلیل جدید به صورت تحلیل فرکانسی تعریف می‌شود. روش حل و به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی در این مرحله تعریف می‌شود. برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی، روش حل مد نظر باید در این مرحله اعمال شود. دو روش حل موجود در این مرحله عبارت‌اند از Lanezos و Subspace که اولی برای حل هندسه‌های پیچیده تر و Subspace برای هندسه‌های ساده تر همانند ورق مشبک تقویت شده به کار می‌روند. در محیط Load شرایط مرزی برای صفحه تقویت شده اعمال شدند. در این محیط در قسمت Boundary Condition Manager شرایط مرزی دلخواه اعمال می‌شود. در این پژوهش، سه نوع شرط مرزی تکیه‌گاه ساده (SS)، تکیه‌گاه مرکب (SS-C) و تکیه‌گاه گیردار (C) اعمال می‌شوند. در شکل ۸ این شرایط مرزی اعمالی قابل مشاهده می‌باشند.

در ماژول Mesh، ابتدا از پنجره Mesh Controls از زیر شاخه Technique گزینه Structure برای المان‌دهی انتخاب می‌شود. برای اعمال نوع المان در قسمت Element type و در زیر شاخه Element library گزینه Explicit را فعال کرده و در زیر شاخه فعال شده Family گزینه Shell را انتخاب می‌شود. از پنجره Global seeds اندازه المان مد نظر اعمال می‌شود. اندازه انتخاب شده برای هر ساختار با توجه به مقدار پیچیدگی آن انتخاب شده است.

در این پژوهش سه نوع ورق تقویت شده با سه نوع تقویت کننده مورد بررسی قرار گرفته است. در هر سه مورد، تقویت کننده ها از تعداد کمتر به بیشتر در حال افزایش می‌باشد. اندازه المان اعمالی نیز بسته به نوع ورق انتخاب شده است. برای ورق با کمترین تعداد تقویت کننده، مقدار ۰/۰۱ و برای ورق با بیشترین تعداد تقویت کننده مقدار ۰/۰۰۵ لحاظ شدند. در نهایت در ماژول Job در قسمت Create job با تعریف حل عددی و انتخاب گزینه Submit، مساله مد نظر حل می‌شود. در ماژول Visualization خروجی‌های مد نظر در قسمت Result و زیر شاخه Step/Farm قابل مشاهده می‌باشند.

$$X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (22)$$

$$Y_m(y) = \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$$

که در این روابط  $n$  و  $m$  شماره مودهای مورد نظر می‌باشند و  $a$  و  $b$  به ترتیب طول و عرض ورق مورد نظر می‌باشند.

**تکیه‌گاه ترکیبی:** همان‌طور که از نام تکیه‌گاه ترکیبی مشخص است، ورق تقویت شده تحت این نوع تکیه‌گاه، هم دارای شرایط تکیه‌گاه ساده و هم گیردار می‌باشد. تابع شکل‌های این تکیه‌گاه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

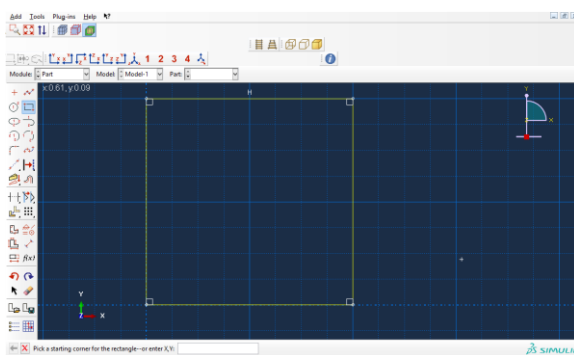
$$X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (23)$$

$$Y_m(y) = \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right)$$

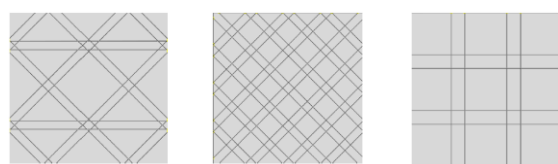
که جزییات و ثوابت به کار رفته در این روابط در شرایط مرزی بالا گفته شده است [۲۰].

۲-۲- حل عددی

ابتدا از محیط Part هندسه مد نظر با المان Shell استخراج شد. بدین گونه که ورق مربعی شکل به ضلع ۰/۴ متر رسم شد (شکل ۶). سپس با استفاده از ماژول Create partition با توجه به هندسه تقویت کننده، Partition مد نظر اعمال می‌شود. در شکل ۷ چند نمونه از صفحات کامپوزیتی تقویت شده در محیط Part که Partition مد نظر بر روی آن‌ها اعمال شده است، قابل مشاهده می‌باشند.



شکل (۶): محیط Part نرم‌افزار آباکوس و ورق مربع اولیه رسم شده.



شکل (۷): چند نمونه از ورق‌های مشبک کامپوزیتی با پارتیشن‌بندی

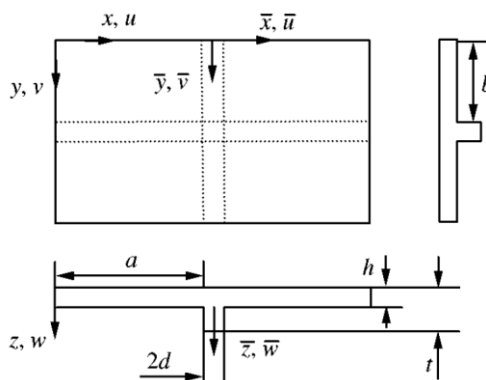
مختلف.

### ۳- نتایج و بحث

در این بخش نتایج حاصل از پژوهش انجام شده ارائه شده و مورد بحث قرار می‌گیرد.

#### ۳-۱- اعتبارسنجی صفحه تقویت شده

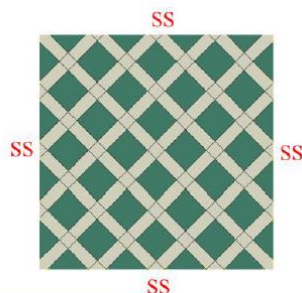
در مرجع [۲۱] زنگ<sup>۱</sup> و همکاران به بررسی ارتعاشات آزاد ورق تقویت شده با یک تقویت کننده تحت شرایط مرزی ساده و گیردار پرداختند، که در این مطالعه هم تحلیل عددی و هم تئوری به صورت کامل صورت گرفته است. در مقاله حاضر با مدل سازی پوسته مشبک ارائه شده در مرجع [۱۹]، تحلیل ارتعاشی پوسته به وسیله نرم افزار اجزای محدود آباکوس و همچنین حل تحلیلی به وسیله نرم افزار متلب صورت گرفته تا با راستی آزمایی نتایج، بر درستی نتایج بعدی صحت گذاشته شود. در این بررسی مطابق شکل ۹، تقویت کننده بر روی صفحه قرار گرفته است. ابعاد به کار رفته در این پژوهش در جدول ۱ آورده شده است. همچنین، خواص مکانیکی ماده به کار رفته عبارتند از:  $E_{11} = 211 \text{ GPa}$ ،  $\rho = 7830 \text{ kg/m}^3$  و  $\nu = 0.3$ . فرکانس طبیعی برای سه مود اول ارتعاشی به دست آمده در مقاله مرجع [۱۹] و کار حاضر به روش های تحلیلی و عددی برای شرایط مرزی ساده در جدول ۲ آورده شده است. در ادامه فرکانس های طبیعی برای چهار مود اول ورق گیردار در جدول ۳ آورده شده است.



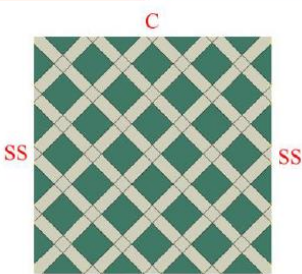
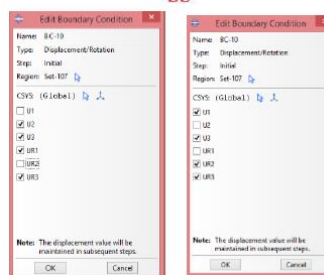
شکل (۹): مشخصات هندسی ورق تقویت شده [۱۹].

جدول (۱): مشخصات هندسی ورق تقویت شده در مرجع [۱۹].

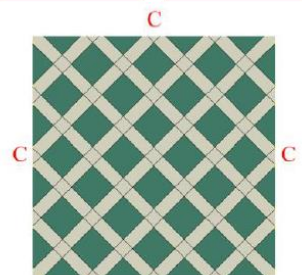
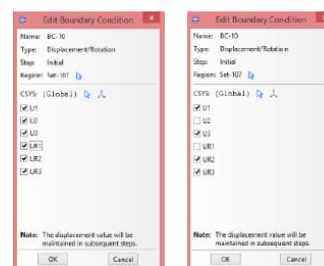
اندازه (بر حسب متر)	مشخصه
a	۰/۶
b	۰/۴۱
2d	۰/۰۱۲۷
t	۰/۰۲۸۵۵



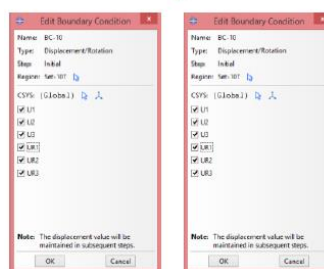
(الف)



(ب)



(ج)



شکل (۸): نحوه اعمال شرایط مرزی برای ورق تقویت شده (الف) شرط مرزی تکیه گاه ساده (SS)، (ب) تکیه گاه مرکب (SS-C) و (ج) تکیه گاه گیردار (C).

## (علمی-ترویجی)

محمد علیمحمدی، علی داور، محسن حیدری بنی، جعفر اسکندری جم و مجید اسکندری شهرکی

جدول (۲): مقایسه نتایج کار حاضر با مرجع [۱۹] برای شرایط تکیه‌گاه ساده.

مود	مرجع [۱۹]-تئوری	مرجع [۱۹]-عددی	کار حاضر-تئوری	کار حاضر-عددی	درصد خطای حل تئوری	درصد خطای حل عددی
۱	۲۵۵/۱۶	۲۵۰/۲۷	۲۵۷/۱۹	۲۵۴/۵۴	۰/۸۱	۱/۷۰
۲	۲۷۵/۴۴	۲۷۴/۴۹	۲۸۹/۲۴	۲۸۶/۵۳	۵/۰۱	۴/۳۸
۳	۵۲۲/۹۹	۵۱۷/۷۷	۵۸۸/۸۴	۵۵۶/۶۵	۶/۸۵	۷/۵۰

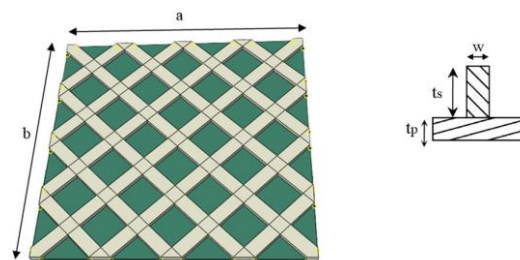
جدول (۳): مقایسه نتایج کار حاضر با مرجع [۱۹] برای شرایط تکیه‌گاه گیردار.

مود	مرجع [۱۹]-تئوری	مرجع [۱۹]-عددی	کار حاضر-تئوری	کار حاضر-عددی	درصد خطای حل تئوری	درصد خطای حل عددی
۱	۷۱۸	۷۰۲/۱	۷۲۳/۵۴	۷۱۰/۵۳	۰/۷۷	۱/۲۰
۲	۷۵۱/۴	۷۳۵/۱	۷۶۸/۴۵	۷۵۳/۶۵	۲/۲۷	۱/۱۶
۳	۹۹۷/۴	۱۰۰۴/۷	۱۰۳۴/۴۳	۱۰۵۶/۸۴	۵/۱۸	۱/۲۰
۴	۱۴۱۹/۸	۱۴۰۳/۶	۱۴۸۴/۴۳	۱۴۷۴/۳۴	۵/۵۵	۵/۰۴

## ۳-۲- پارامترهای هندسی و مکانیکی صفحه مشبک

## مورد مطالعه

در شکل ۱۰ و جدول ۴ مشخصات هندسی ورق کامپوزیتی تقویت‌شده آورده شده است. همچنین، مشخصات مکانیکی صفحه تقویت‌شده در جدول ۵ آورده شده است [۲۲]. مطالعه صورت گرفته روی این صفحات با چهار نوع لایه‌چینی و سه نوع شرایط مرزی مختلف صورت پذیرفته است. لایه‌چینی‌های مورد مطالعه در حل عددی این نمونه در جدول ۶ آورده شده است. شرایط تکیه‌گاهی مورد مطالعه نیز مطابق شکل ۸ به سه صورت ساده (SSSS)، گیردار (CCCC) و ترکیبی ساده-گیردار (SCSC) می‌باشد.



شکل (۱۰): مشخصات هندسی ورق تقویت‌شده لوزوی [۲۰].

جدول (۴): مشخصات هندسی ورق کامپوزیتی و مشخصات هندسی تقویت‌کننده‌ها.

ابعاد ورق کامپوزیتی مورد مطالعه بر حسب میلی‌متر	$a = b = 400, t_p = 4$
ابعاد تقویت‌کننده به کار رفته بر حسب میلی‌متر	$t_s = 6, w = 50$

جدول (۵): مشخصات مکانیکی صفحه تقویت‌شده [۲۰].

مدول یانگ (GPa)	$E_{11} = 38.6, E_{22} = \frac{E_{11}}{25}$
مدول برشی (GPa)	$G_{12} = \frac{E_{22}}{2}$
نسبت پواسون	$\nu_{12} = 0.3$
چگالی ( $kg/m^3$ )	$\rho = 3000$

جدول (۶): انواع لایه‌چینی‌های مورد مطالعه عددی در این پژوهش.

حالت	لایه‌چینی ورق کامپوزیتی	لایه‌چینی تقویت‌کننده
حالت اول	$[0,90]_s$	$[0,90]_s$
حالت دوم	$[0,90]_s$	$[45, -45, 45]_s$
حالت سوم	$[45, -45]_s$	$[45, -45, 45]_s$
حالت چهارم	$[0,0,90,90]$	$[45,45,45, -45, -45, -45]$

## ۳-۳- اعتبارسنجی روش‌های مورد مطالعه

دو مسئله برای بررسی اعتبار مسئله روش‌های مورد مطالعه در نظر گرفته شده است که در ادامه ارائه خواهد شد.

اعتبارسنجی فرکانس‌های طبیعی ورق مشبک به روش اعمال کسر حجمی در ماتریس  $D$ : در این قسمت به بررسی اثر کسر حجمی تقویت‌کننده‌ها بر فرکانس‌های طبیعی پرداخته می‌شود. روش تحلیلی به کار رفته در این روش همانند توضیحات پیشین می‌باشد. با این تفاوت که در روش توضیح داده شده در بخش‌های قبلی، ماتریس  $D$  به روش کیدان محاسبه شد ولی در این روش همانند ورق معمولی محاسبه می‌شود و مقدار کسر حجمی هر کدام از ورق‌ها در آن ضرب می‌شود:

$$D_{ij}^{sh} = \nu_f \sum_{k=1}^p \int_{t_{k-1}}^{t_k} Q_{ij}^{(k)}(z^2) dz \quad (24)$$

در این رابطه  $\nu_f$  کسر حجمی ورق و تقویت‌کننده‌های به کار رفته می‌باشد. در شکل ۱۱ فرکانس‌های طبیعی مود اول ورق

(علمی-ترویجی)

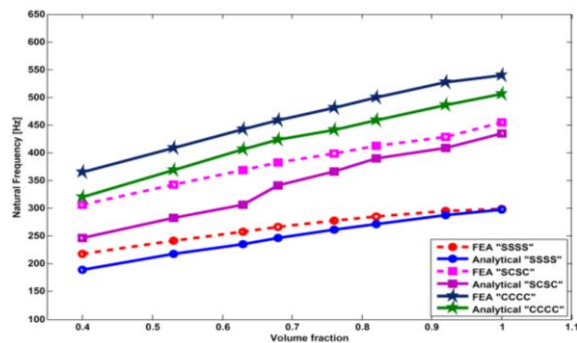
ارزیابی مدل تقریبی کیدان در تحلیل ارتعاشات آزاد صفحات تقویت‌شده مشبک کامپوزیتی تحت شرایط مرزی مختلف

۳-۴- فرکانس طبیعی ورق با تقویت‌کننده‌های لوزوی

در جدول ۷ مشخصات ورق‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های لوزوی، مانند کسر حجمی هر یک از ورق‌ها و تقویت‌کننده‌ها و همچنین مقدار چگالی در واحد سطح برای هر کدام از این ورق‌های تقویت‌شده آورده شده است. فرکانس‌های طبیعی ورق مشبک لوزوی نوع ۱ تحت شرایط مرزی مختلف با دو نوع حل عددی و تحلیلی در شکل ۱۳ الف آورده شده است. در این تحلیل، لایه‌چینی ورق به صورت  $s [45, -45]$  و لایه‌چینی الیاف‌ها در تقویت‌کننده‌ها طبق فرضیات کیدان در جهت تقویت‌کننده‌ها در نظر گرفته شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود، ورق با شرایط تکیه‌گاهی گیردار دارای بیش‌ترین فرکانس طبیعی و تحت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده دارای کمترین مقدار فرکانس طبیعی می‌باشد. در شکل ۱۳ ب فرکانس‌های طبیعی ورق با تقویت‌کننده‌های لوزوی نوع ۱ با سه نوع لایه‌چینی مختلف برای ورق کامپوزیتی قابل مشاهده می‌باشد. این لایه‌چینی‌ها بصورت  $s [45, -45]$ ،  $s [0,90]$  و  $s [0,0,90,90]$  مفروض می‌باشند. این مقایسه بین سه نوع لایه‌چینی مختلف تحت شرایط تکیه‌گاهی ساده در نظر گرفته شده است. این نتایج، حاصل حل تحلیلی ورق تقویت‌شده می‌باشند.

فرکانس‌های طبیعی ورق کامپوزیتی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های لوزوی نوع ۲، تحت شرایط مرزی مختلف برای لایه‌چینی  $s [0,90]$  در شکل ۱۴ الف آورده شده است. این نتایج، حاصل حل تحلیلی می‌باشند. در شکل ۱۴ ب برای ورق تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های لوزوی نوع ۳، نتایج حاصل از حل تحلیلی این نوع ورق تحت شرایط مرزی گیردار با نتایج ورق‌های مشبک نوع ۱ و ۲ تحت همین شرایط مرزی مورد بررسی قرار گرفته است. لایه‌چینی ورق کامپوزیتی مفروض برای این نمونه‌ها  $s [45, -45]$  برای شرایط مرزی گیردار مورد تحلیل قرار گرفته است. یکی از اهداف این پژوهش بررسی اثر شرایط مرزی مختلف می‌باشد، به همین منظور با استفاده از نرم‌افزار آباکوس می‌توان اثر شرایط مرزی مختلف را روی ورق کامپوزیتی تقویت‌شده مشاهده نمود. در شکل ۱۵، اثرات سه نوع شرط مرزی مورد بحث در این پژوهش مشاهده می‌شود.

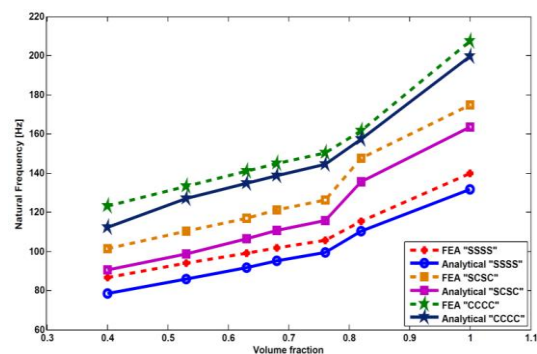
مشبک آیزوتروپیک با کسر حجم‌های مختلف و شرایط مرزی مختلف به روش اعمال کسر حجمی در ماتریس  $D$  آورده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، هر چه کسر حجمی ورق افزایش می‌یابد، یعنی ورق از حالت مشبک به سمت ورق معمولی بدون تقویت‌کننده متمایل می‌شود، میزان هم‌گرایی فرکانس‌های طبیعی به‌دست آماده افزایش پیدا کرده و مقدار خطا کاهش پیدا می‌کند.



شکل (۱۱): فرکانس‌های طبیعی مود اول ورق مشبک آیزوتروپیک با کسر حجم‌های مختلف و شرایط مرزی مختلف به روش اعمال کسر حجمی در ماتریس  $D$ .

اعتبارسنجی فرکانس‌های طبیعی ورق مشبک کامپوزیتی

به روش کیدان: یکی از روش‌های محاسبه ماتریس  $D$  ورق مشبک کامپوزیتی روش کیدان می‌باشد که در بخش‌های قبلی به تفصیل راجع به آن بحث شد. در شکل ۱۲ فرکانس‌های طبیعی مود اول ورق مشبک کامپوزیتی با کسر حجم‌های مختلف و شرایط مرزی مختلف به روش کیدان آورده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، هر چه کسر حجمی ورق افزایش می‌یابد، یعنی ورق از حالت مشبک به سمت ورق معمولی بدون تقویت‌کننده متمایل می‌شود، فرکانس طبیعی افزایش پیدا می‌کند. ضمناً میزان هم‌گرایی فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده افزایش قابل توجهی نداشته و مقدار خطا به میزان کمتری نسبت به روش اعمال کسر حجمی کاهش پیدا می‌کند.






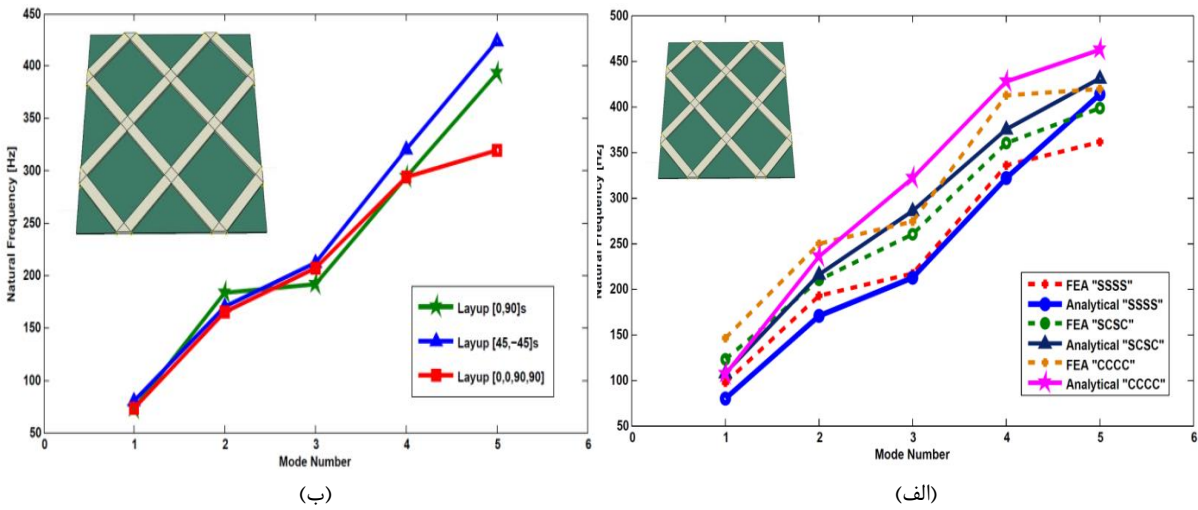
شکل (۱۲): فرکانس‌های طبیعی مود اول ورق مشبک آیزوتروپیک با کسر حجم‌های مختلف و شرایط مرزی مختلف به روش کیدان.

(علمی-ترویجی)

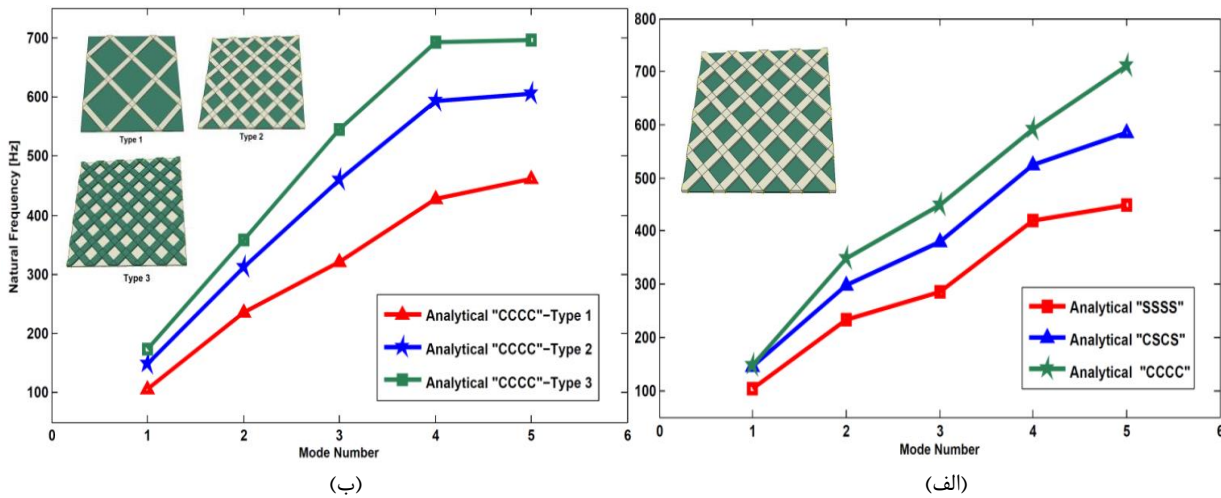
محمد علیمحمدی، علی داور، محسن حیدری بنی، جعفر اسکندری جم و مجید اسکندری شهرکی

جدول (۷): مشخصات ورق‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های لوزی.

ورق تقویت‌شده لوزی نوع ۱	ورق تقویت‌شده لوزی نوع ۲	ورق تقویت‌شده لوزی نوع ۳
		
کسر حجمی ورق: ۰/۷	کسر حجمی ورق: ۰/۶۴	کسر حجمی ورق: ۰/۵۸
کسر حجمی تقویت‌کننده: ۰/۳	کسر حجمی تقویت‌کننده: ۰/۳۶	کسر حجمی تقویت‌کننده: ۰/۴۲
$I_1 = 13.80$	$I_1 = 14.16$	$I_1 = 14.52$



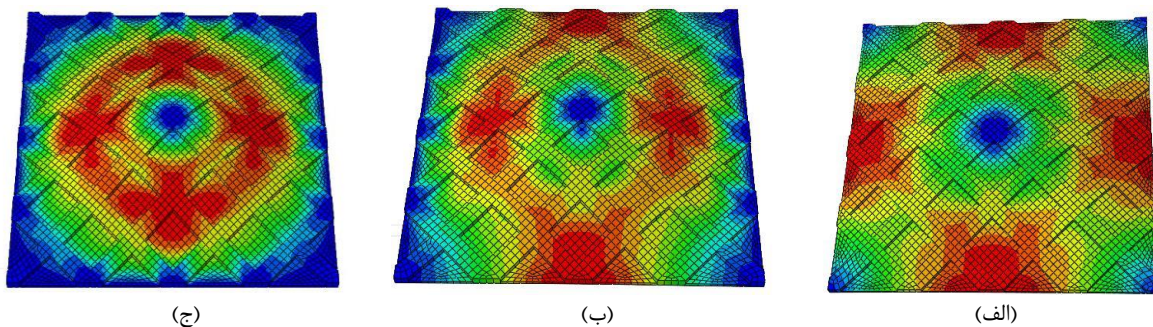
شکل (۱۳): مقایسه فرکانس‌های طبیعی ورق مشبک با تقویت‌کننده‌های لوزی نوع ۱، (الف) تحت شرایط مرزی مختلف و (ب) تحت سه نوع لایه‌چینی مختلف برای ورق کامپوزیتی تحت شرایط تکیه‌گاهی ساده.



شکل (۱۴): (الف) مقایسه فرکانس‌های طبیعی ورق مشبک با تقویت‌کننده‌های لوزی نوع ۲ تحت شرایط مرزی مختلف و (ب) مقایسه فرکانس‌های طبیعی ورق تقویت‌شده نوع ۱، ۲ و ۳ تحت شرایط تکیه‌گاهی گیردار.

(علمی-ترویجی)

ارزیابی مدل تقریبی کیدان در تحلیل ارتعاشات آزاد صفحات تقویت شده مشبک کامپوزیتی تحت شرایط مرزی مختلف



شکل (۱۵): اثر شرایط مرزی در شکل مود اول (الف) شرط مرزی ساده و (ب) شرط مرزی ترکیبی و (ج) شرط مرزی گیردار

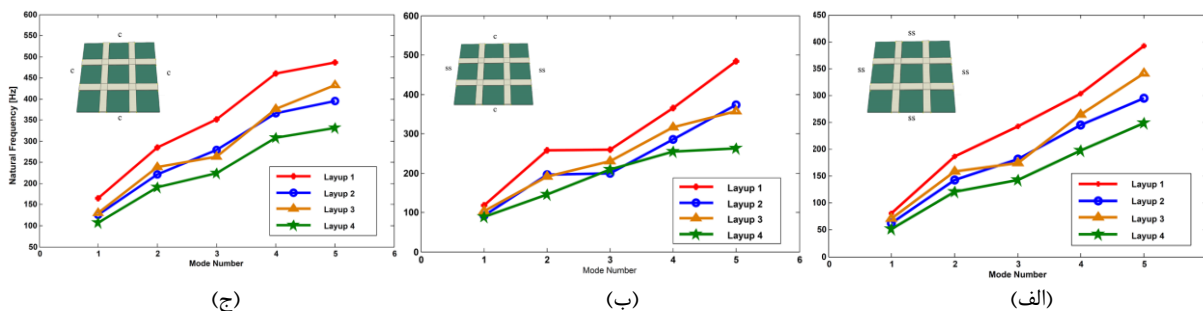
۳-۵- فرکانس طبیعی ورق با تقویت کننده های مربعی به روش عددی

در جدول ۸ مشخصات ورق های کامپوزیتی تقویت شده با تقویت کننده های مربعی، مانند کسر حجمی هر یک از ورق ها و تقویت کننده ها و همچنین مقدار چگالی در واحد سطح برای هر کدام از این ورق های تقویت شده آورده شده است. برای ورق کامپوزیتی تقویت شده با تقویت کننده های مربعی، فرکانس های طبیعی برای لایه چینی های مختلف که در جدول ۶ آورده شده است، مورد بررسی قرار می گیرد. در شکل های ۱۸-۱۶ منظور از Layup1 تا Layup4 همان لایه چینی های مورد بررسی در

جدول ۶ می باشد که مطابق این جدول لایه چینی اول تا سوم به صورت متقارن بوده و لایه چینی چهارم به صورت نامتقارن مورد بررسی قرار گرفته است. همان طور که در شکل های ۱۸-۱۶ هم مشخص می باشد، لایه چینی های متقارن دارای فرکانس های طبیعی بیشتر و لایه چینی نامتقارن دارای کمترین مقدار فرکانس طبیعی می باشد. در جدول ۹، پنج شکل مود اول مربوط به ورق مشبک مربعی نوع ۳ و شرایط تکیه گاهی گیردار آورده شده است. مودهای به دست آمده از حل تحلیلی در نرم افزار متلب استخراج شده اند و مودهای حل عددی از نرم افزار آباکوس استخراج شده اند.

جدول (۸): مشخصات ورق های کامپوزیتی تقویت شده با تقویت کننده های مربعی.

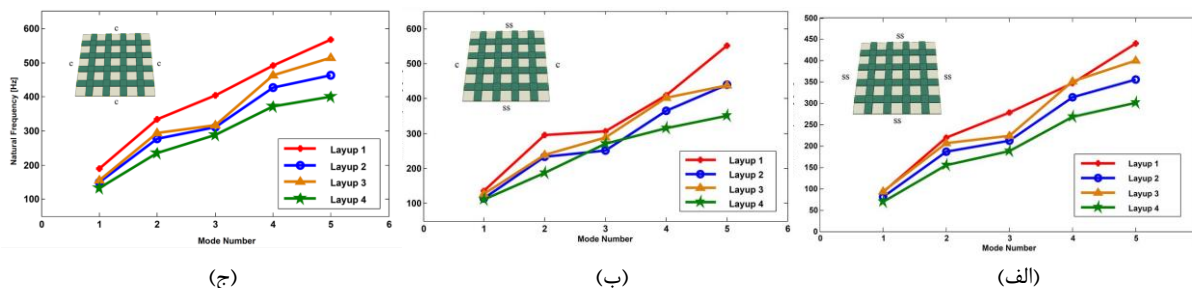
ورق تقویت شده مربعی نوع ۱	ورق تقویت شده مربعی نوع ۲	ورق تقویت شده مربعی نوع ۳
کسر حجمی ورق: ۰/۶۷	کسر حجمی ورق: ۰/۵۴	کسر حجمی ورق: ۰/۳۹
کسر حجمی تقویت کننده: ۰/۳۳	کسر حجمی تقویت کننده: ۰/۴۶	کسر حجمی تقویت کننده: ۰/۶۱
$I_1 = 13.98$	$I_1 = 14.76$	$I_1 = 15.66$



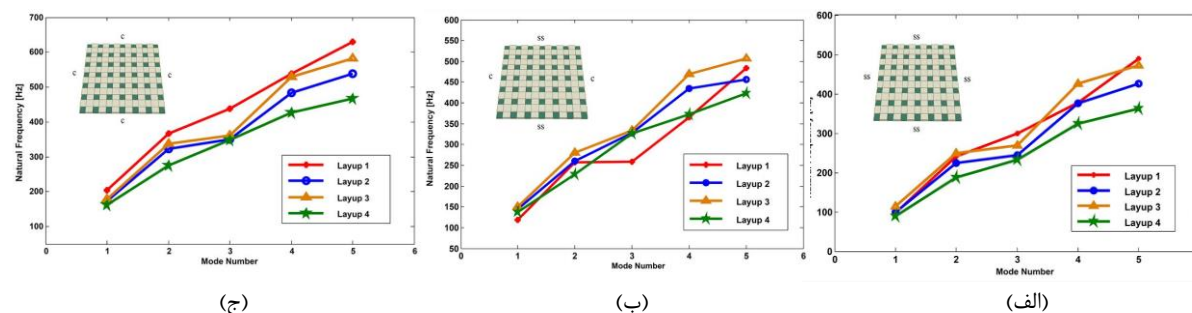
شکل (۱۶): فرکانس طبیعی ورق مشبک مربعی نوع ۱ با لایه چینی های مختلف تحت شرایط تکیه گاهی (الف) ساده، (ب) ترکیبی و (ج) گیردار.

(علمی-ترویجی)

محمد علیمحمدی، علی داور، محسن حیدری بنی، جعفر اسکندری جم و مجید اسکندری شهرکی



شکل (۱۷): فرکانس طبیعی ورق مشبک مربعی نوع ۲ با لایه‌چینی‌های مختلف تحت شرایط تکیه‌گاهی (الف ساده، ب ترکیبی و ج) گیردار.



شکل (۱۸): فرکانس طبیعی ورق مشبک مربعی نوع ۳ با لایه‌چینی‌های مختلف تحت شرایط تکیه‌گاهی (الف ساده، ب ترکیبی و ج) گیردار.

جدول (۹): شکل مودهای ورق‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های مربعی در حل عددی و تحلیلی.

شماره مود	(مود ۱) $n = 1$ $m = 1$	(مود ۲) $n = 2$ $m = 1$	(مود ۳) $n = 1$ $m = 2$	(مود ۴) $n = 2$ $m = 2$	(مود ۵) $n = 3$ $m = 1$
شکل مود در حل عددی					
شکل مود در حل تحلیلی					

۳-۶- فرکانس طبیعی ورق با تقویت‌کننده‌های ترکیبی در جدول ۱۰ مشخصات ورق‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های ترکیبی، مانند کسر حجمی هر یک از ورق‌ها و تقویت‌کننده‌ها و همچنین مقدار چگالی در واحد سطح برای هر کدام از این ورق‌های تقویت‌شده آورده شده است. برای ورق کامپوزیتی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های ترکیبی نوع ۱، فرکانس‌های طبیعی برای سه نوع لایه‌چینی مختلف برای ورق کامپوزیتی تحت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در شکل ۱۹ الف قابل مشاهده می‌باشد. در این شکل سه نوع لایه‌چینی بررسی شده روی ورق کامپوزیتی عبارتند از دو لایه‌چینی متقارن به صورت

۳-۶- فرکانس طبیعی ورق با تقویت‌کننده‌های ترکیبی در جدول ۱۰ مشخصات ورق‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های ترکیبی، مانند کسر حجمی هر یک از ورق‌ها و تقویت‌کننده‌ها و همچنین مقدار چگالی در واحد سطح برای هر کدام از این ورق‌های تقویت‌شده آورده شده است. برای ورق کامپوزیتی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های ترکیبی نوع ۱، فرکانس‌های طبیعی برای سه نوع لایه‌چینی مختلف برای ورق کامپوزیتی تحت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در شکل ۱۹ الف قابل مشاهده می‌باشد. در این شکل سه نوع لایه‌چینی بررسی شده روی ورق کامپوزیتی عبارتند از دو لایه‌چینی متقارن به صورت

(علمی-ترویجی)

ارزیابی مدل تقریبی کیدان در تحلیل ارتعاشات آزاد صفحات تقویت شده مشبک کامپوزیتی تحت شرایط مرزی مختلف

بررسی فرکانس طبیعی برای ورق کامپوزیتی تقویت شده با تقویت کننده های ترکیبی نوع ۳ بدین صورت انجام پذیرفته است که تحت شرایط تکیه گاهی ساده و گیردار فرکانس های طبیعی هر سه ورق مشبک کامپوزیتی با تقویت کننده های ترکیبی مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی که در شکل ۲۱ قابل مشاهده می باشد، فرکانس طبیعی ورق نوع ۳ دارای بیشترین مقدار و فرکانس طبیعی ورق نوع ۱ دارای کمترین مقدار می باشند. شکل ۲۱ الف فرکانس های طبیعی را برای لایه چینی  $s[0,90]$  و شکل ۲۱ ب فرکانس های طبیعی را برای لایه چینی  $s[45, -45]$  نشان می دهد.

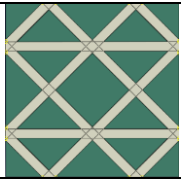
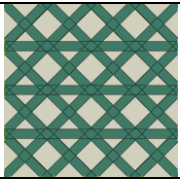
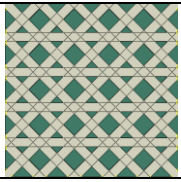
به شکل ۱۹ ب مشاهده می شود که فرکانس های طبیعی برای حالتی که ورق و تقویت کننده ها به صورت  $+45$  و  $-45$  درجه لایه چینی شده اند، دارای بیشترین فرکانس طبیعی هستند. ورق تقویت شده کمترین فرکانس های طبیعی را در لایه چینی نامتقارن دارا می باشد. نکته قابل توجه در این نمودار، رابطه جالب زاویه تقویت کننده ها و زاویه لایه چینی این صفحات تقویت شده می باشد، به طوری که در این نمونه بیشتر تقویت کننده ها به صورت  $45$  درجه و تعدادی از آن ها به صورت صفر درجه روی صفحه کامپوزیتی قرار گرفته اند، حال در نمودار نیز مشاهده می شود که بیشترین فرکانس های طبیعی را لایه چینی  $+45$  و  $-45$  درجه به خود اختصاص داده و پس از آن لایه چینی ترکیبی  $0$  و  $45$  درجه دارای بیشترین فرکانس طبیعی می باشد.

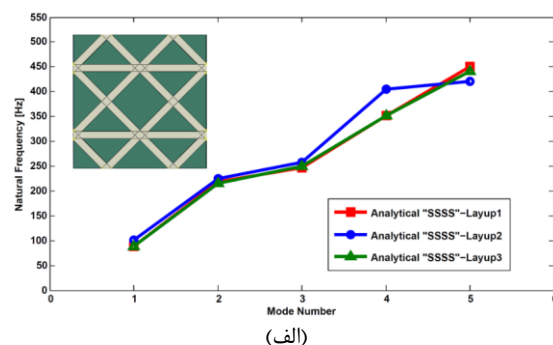
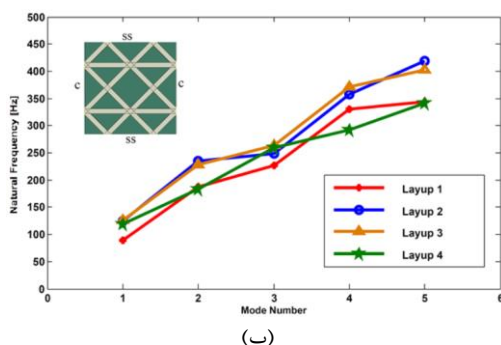
۳-۷- اثر نسبت ضخامت به پهنای تقویت کننده ها بر فرکانس های طبیعی ورق مشبک

در این قسمت اثر نسبت ضخامت به پهنای تقویت کننده ها را در صفحه مشبک کامپوزیتی با تقویت کننده های لوزی و مربعی مورد بررسی قرار می گیرد. فرکانس های طبیعی این صفحات برای شماره مود اول تحت شرایط مرزی مختلف در شکل ۲۲ آورده شده است. بررسی اثر نسبت ضخامت به پهنای تقویت کننده ها در این نوع ورق ها به صورت عددی و با نرم افزار آباکوس صورت گرفته است.

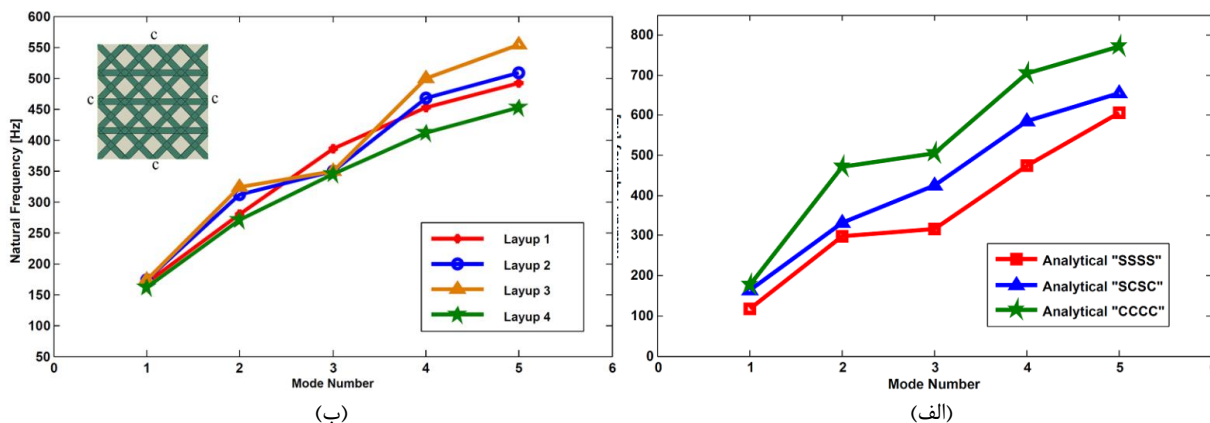
فرکانس های طبیعی ورق کامپوزیتی تقویت شده با تقویت کننده های ترکیبی نوع ۲ نیز با لایه چینی  $s[0,90]$  تحت شرایط مرزی مختلف در شکل ۲۰ الف مشاهده می شود. اثر لایه چینی های مختلف بر روی فرکانس های طبیعی این ورق نیز همانند ورق نوع ۱ به روش عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی اثرات لایه چینی های مختلف تحت شرایط تکیه گاهی گیردار در شکل ۲۰ ب قابل مشاهده می باشد. مقادیر فرکانس های طبیعی به دست آمده برای این نمونه نیز همانند نمونه ۱ می باشد، یعنی فرکانس های طبیعی برای لایه چینی حالت دوم دارای بیشترین مقدار و فرکانس های طبیعی برای لایه چینی حالت چهارم (لایه چینی نامتقارن) دارای کمترین مقدار می باشد.

جدول (۱۰): مشخصات ورق های کامپوزیتی تقویت شده با تقویت کننده های ترکیبی.

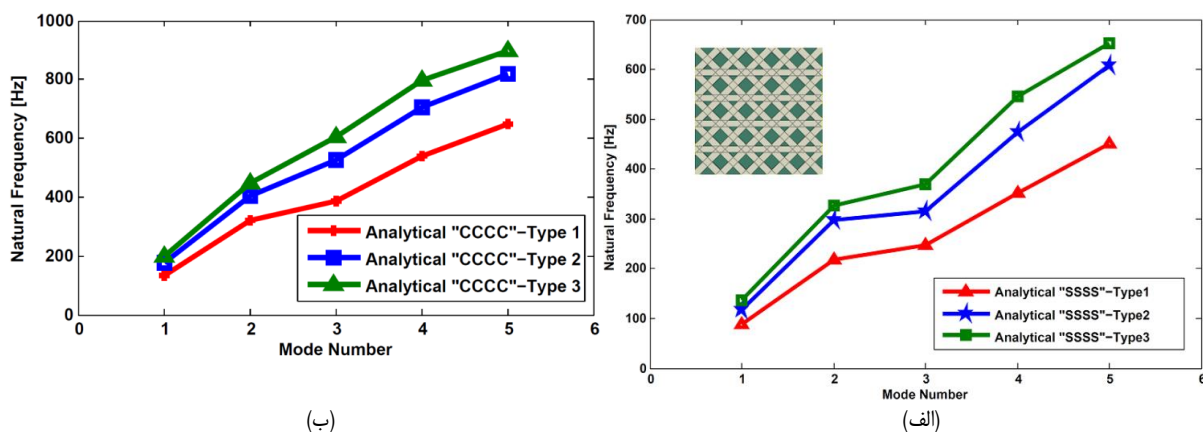
ورق تقویت شده ترکیبی نوع ۱	ورق تقویت شده ترکیبی نوع ۲	ورق تقویت شده ترکیبی نوع ۳
		
کسر حجمی ورق: ۰/۶۱	کسر حجمی ورق: ۰/۵۴	کسر حجمی ورق: ۰/۴۹
کسر حجمی تقویت کننده: ۰/۳۹	کسر حجمی تقویت کننده: ۰/۴۶	کسر حجمی تقویت کننده: ۰/۵۱
$I_1 = 14.06$	$I_1 = 14.87$	$I_1 = 15.69$



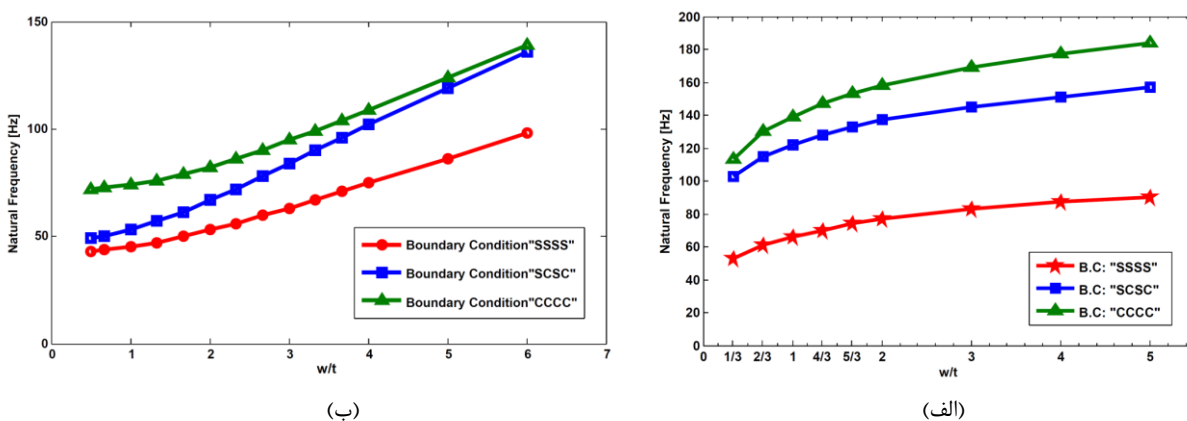
شکل (۱۹): فرکانس های طبیعی ورق مشبک با تقویت کننده های ترکیبی نوع ۱ با لایه چینی های مختلف تحت شرایط تکیه گاهی (الف) ساده و (ب) ترکیبی.



شکل (۲۰): فرکانس‌های طبیعی ورق مشبک با تقویت‌کننده‌های ترکیبی نوع ۲ (الف) تحت شرایط مرزی مختلف و (ب) با لایه‌چینی‌های مختلف تحت شرایط تکیه‌گاهی گیردار.



شکل (۲۱): مقایسه فرکانس‌های طبیعی ورق مشبک با تقویت‌کننده‌های ترکیبی نوع ۱، ۲، و ۳ تحت شرایط تکیه‌گاهی (الف) ساده و (ب) گیردار.



شکل (۲۲): اثر نسبت ضخامت به پهنای تقویت‌کننده‌ها بر فرکانس طبیعی برای (الف) ورق مشبک مربعی و (ب) ورق مشبک لوزی.

تحت بارهای دینامیکی می‌باشد. از این‌رو، گرایش مهندسی به شبیه‌سازی‌هایی با دقت بالا مانند استفاده از روش‌های عددی و نرم‌افزارهای المان محدود افزایش یافته است. موضوع اصلی این پژوهش، بررسی ارتعاشات آزاد ورق کامپوزیتی مشبک تحت شرایط مرزی مختلف می‌باشد. در این تحقیق، معادلات مربوط به صفحه کامپوزیتی تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های

#### ۴- نتیجه‌گیری

توسعه روزافزون صنعت و هزینه‌های قابل توجه طراحی، طراحان را بر آن داشته است که هزینه‌های جاری را کاهش دهند و طراحی‌هایی با قابلیت اطمینان بالاتر ارائه نمایند. یکی از راه‌ها کاهش هزینه‌های شناسایی فرکانس‌های طبیعی اجزاء

مختلف تحت شرایط مرزی مختلف استخراج شد. در تحلیل‌های صورت گرفته از روش گلرکین برای به‌دست آوردن فرکانس‌های طبیعی استفاده شده است. جهت راستایی آزمایشی روش تحلیلی، فرکانس‌های طبیعی به روش عددی نیز با استفاده از نرم‌افزار آباکوس استخراج شدند.

در طراحی صفحه کامپوزیتی مشبک تعداد ریب‌ها، فواصل ریب‌ها از یکدیگر و ضخامت ریب‌ها از اهمیت بالایی برخوردارند. در تحلیل ارتعاشات آزاد صفحه مشبک کامپوزیتی علاوه بر عوامل طراحی، عوامل دیگری نیز دخیل هستند. یکی از مهمترین عوامل موثر در ارتعاشات آزاد ورق کامپوزیتی تقویت شده، شرایط مرزی این ورق‌ها می‌باشد. از آنجا که در تحلیل دینامیکی سازه‌های مشبک کامپوزیتی نحوه اتصال این ورق‌ها به محل مورد نظر از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پژوهش آثار شرایط مرزی در ارتعاشات آزاد ورق‌های مشبک کامپوزیتی مورد مطالعه قرار گرفت. یکی از مشخصه‌های مهم دیگر در تحلیل ارتعاشات ورق‌های کامپوزیتی تقویت شده، بررسی اثر لایه‌چینی می‌باشد. لایه‌چینی صفحه کامپوزیتی و تقویت کننده‌ها اثرات مهمی بر اندازه فرکانس‌های طبیعی سازه دارند که در نتایج به‌دست آمده زیر به آن‌ها اشاره شده است.

- فرکانس‌های طبیعی ورق کامپوزیت تقویت شده در شرایط تکیه‌گاهی تمام گیردار بیشتر از فرکانس‌های طبیعی در شرایط

تکیه‌گاهی ترکیبی و ساده می‌باشد. به‌طوریکه از چهار وجه ورق کامپوزیتی هر چه تعداد تکیه‌گاه‌های گیردار افزایش یابد، فرکانس‌های طبیعی نیز افزایش می‌یابند.

- در بررسی اثر ضخامت تقویت کننده‌ها در فرکانس‌های طبیعی به این نتیجه دست یافته شد که هر چه ضخامت تقویت کننده‌ها افزایش می‌یابد، فرکانس‌های طبیعی نیز افزایش پیدا می‌کنند.

- با افزایش شماره مود ارتعاشی در همه شرایط مرزی، فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد.

- در بررسی ارتباط بین لایه‌چینی متقارن و نامتقارن بر ورق کامپوزیتی تقویت شده، به این نتیجه دست‌یافته شد که فرکانس‌های طبیعی در حالت متقارن بیشتر از لایه‌چینی در حالت نامتقارن می‌باشد.

- در بررسی رابطه بین لایه‌چینی ورق و تقویت کننده‌ها با زاویه قرارگیری تقویت کننده‌ها روی پوسته کامپوزیتی این نتیجه حاصل شد که هر چه زاویه لایه‌چینی ورق و تقویت کننده به زاویه قرارگیری تقویت کننده‌ها نزدیک‌تر باشد، فرکانس‌های طبیعی نیز افزایش پیدا می‌کنند.

- روش تقریبی کیدان در اعتبارسنجی فرکانس‌های طبیعی ورق مشبک از روش اعمال کسر حجمی از دقت کمتری برخوردار است.

## ۵- مراجع

- Architecture, Electrical and Mechanical Engineering, 2015 .
- [12] D. S. Cho, B. H. Kim, J. -H. Kim, T. M. Choi, and N. Vladimir, "Free vibration analysis of stiffened panels with lumped mass and stiffness attachments," *Ocean engineering*, vol. 124, pp. 84-93, 2016 .
- [13] D. S. Cho, B. H. Kim, J. -H. Kim, N. Vladimir, and T. M. Choi, "Forced vibration analysis of arbitrarily constrained rectangular plates and stiffened panels using the assumed mode method," *Thin-walled structures*, vol. 90, pp. 182-190, 2015 .
- [14] P. Jadhav, P. R. Mantena, and R. F. Gibson, "Energy absorption and damage evaluation of grid stiffened composite panels under transverse loading," *Composites Part B: Engineering*, vol. 37, pp. 191-199, 2006 .
- [15] S. Kidane, G. Li, J. Helms, S. -S. Pang, and E. Woldeesenbet, "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders," *Composites Part B: Engineering*, vol. 34, pp. 1-9, 2003 .
- [16] R. Rikards, A. Chate, and O. Ozolinsh, "Analysis for buckling and vibrations of composite stiffened shells and plates," *Composite structures*, vol. 51, pp. 361-370, 2001 .
- [17] A. M. S. A. Eftekharian, "Study of free vibrations of lattice sheet under thermal loading and sliding friction boundary conditions," presented at the International Conference on Engineering Research, Istanbul, Turkey, 2016 .
- [18] B. Liu and Y. Sun, "Prediction and experiment on the free vibration behavior of carbon-fiber-reinforced cylindrical foldcore sandwich structure," *Composite Structures*, vol. 277, p. 114620, 2021 .
- [19] H. Li, Y. Hao, W. Zhang, L. Liu, S. Yang, and D. Wang, "Vibration analysis of porous metal foam truncated conical shells with general boundary conditions using GDQ," *Composite Structures*, vol. 269, p. 114036, 2021 .
- [20] T. Hideo, "Static analyses of elastic plates with voids," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 28, pp. 179-196, 1991 .
- [21] H. Zeng and C. Bert, "A differential quadrature analysis of vibration for rectangular stiffened plates," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 241, pp. 247-252, 2001 .
- [22] A. A. Ali and A. K. Farhood, "The static analysis of composite aircraft wing-box structure," *Journal of Engineering*, vol. 17, 2011.
- [1] P. Mavidis, "FE based design of anisogrid lattice shells," 2007 .
- [2] V. Vasiliev, V. Barynin, and A. Rasin, "Anisogrid lattice structures—survey of development and application," *Composite structures*, vol. 54, pp. 361-370, 2001 .
- [3] V. Vasiliev and A. Razin, "Anisogrid composite lattice structures for spacecraft and aircraft applications," *Composite structures*, vol. 76, pp. 182-189, 2006 .
- [4] C. Onmid'Varan and W. Delagarza, "Vibration of monolithic grid-stiffened plates," *Journal of Sound Vibration*, vol. 26, pp. 21-28, 1973 .
- [5] R. B. Bhat, "Natural frequencies of rectangular plates using characteristic orthogonal polynomials in Rayleigh-Ritz method," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 102, pp. 493-499, 1985 .
- [6] D. S. Cho, N. Vladimir, and T. M. Choi, "Numerical procedure for the vibration analysis of arbitrarily constrained stiffened panels with openings," *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, vol. 6, pp. 763-774, 2014 .
- [7] A. Fadavian, A. Davar, J. Jam, and S. Taghavian, "A comparative review study on the manufacturing processes of composite grid structures," *Metallurgical and Materials Engineering*, vol. 21, pp. 79-88, 2015 .
- [8] M. N. J. Eskandari Jam, "Analysis of buckling of sandwich plates with mesh core under axial load and uniform pressure on the plate," presented at the 13th Marine Industry Conference, 2011 .
- [9] T. Nguyen-Thoi, T. Bui-Xuan, P. Phung-Van, H. Nguyen-Xuan, and P. Ngo-Thanh, "Static, free vibration and buckling analyses of stiffened plates by CS-FEM-DSG3 using triangular elements," *Computers & structures*, vol. 125, pp. 100-113, 2013 .
- [10] S. Sahoo, "Laminated composite stiffened shallow spherical panels with cutouts under free vibration—A finite element approach," *Engineering Science and Technology, An International Journal*, vol. 17, pp. 247-259, 2014 .
- [11] G. H. R. A. Talezadeh, "The effect of helical reinforcements on the buckling behavior of composite lattice shells under axial load and lateral compression," presented at the The Second National Conference on Axial Development of Civil Engineering,