

(علمی-ترویجی)

مروری بر روش‌های هدایت ورود به جو مبتنی بر تولید مسیر

یکی از مسائل مهم و پیچیده در حوزه مهندسی هوافضا، مسئله بازگشت به جو است. در بسیاری از وسایل پرنده پدیده بازگشت به جو مورد بررسی قرار نمی‌گیرد، چراکه آن را تجربه نمی‌کنند. مطالعه این پدیده تنها در خصوص آن دسته از اجسام پرنده موضوعیت دارد که از جو خارج شده و بازگشت به جو آنها به دلالتی اهمیت دارد. ماموریت‌ها و قیود مختلف در بحث ورود به جو باعث توسعه روش‌های مختلف هدایتی شده است که هر یک دارای مزایای و معایبی بوده که در حال حاضر یکی از حوزه‌های تحقیقاتی کنونی هوافضا را به خود اختصاص داده‌اند. در این مقاله مهم‌ترین روش‌های هدایت ورود به جو مبتنی بر تولید مسیر معرفی می‌شوند. این مقاله تنها روش‌های هدایتی حلقه بسته را مورد توجه قرار داده است.

واژه‌های کلیدی: مرور روش‌های هدایت، بازگشت به جو، وسیله بازگشتی، تولید مسیر

رضا اسماعیل زاده اول\* و فاطمه زهرا رحمانی\*\*

۱- مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، کدپستی: ۱۶۷۸۸۱۵۶۱۱

۲- دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

\* استادیار (نویسنده پاسخگو)، ایمیل:

esmaelzadeh@aut.ac.ir

\*\* دانش‌آموخته کارشناس ارشد

Review of Re-entry Guidance Methods Based on Trajectory Generation

One of the most important and complex issues in the field of aerospace engineering is the returning to the atmosphere. Many flying objects do not experience returning to the atmosphere. The study of this topic is relevant only to those flying objects that have left the atmosphere and their return to the atmosphere is important for some reason. Different missions and constraints in the discussion of entering the atmosphere have led to the development of different methods, each of which has its advantages and disadvantages, which is currently one of the current aerospace research scopes. This article introduces the most important atmospheric reentry guidance methods based on trajectory generation. This paper only considers closed-loop guidance methods.

**Keywords:** Review of Guidance Methods, Re-entry, Guidance, Re-entry Vehicle, Re-entry to Atmosphere, Trajectory Generation

R. Esmaelzadeh Aval<sup>1\*</sup> and F.Z. Rahmani<sup>2\*\*</sup>

1- Aerospace Department, Malek Ashtar University of Technology, Postal Code: 1678815611, Tehran, IRAN

2- Aerospace Department, Amirkabir University of Technology, Tehran, IRAN

\* Assistant Professor (Corresponding Author): Email:

esmaelzadeh@aut.ac.ir

\*\* M.Sc. Holder

## ۱- مقدمه

هدایت، علم یا فعالیتی است که منجر به طراحی و ساخت سیستمی فیزیکی به منظور صدور فرامین لازم جهت کنترل یک وسیله می‌شود تا مرکز ثقل آن وسیله در مسیری مطلوب حرکت نموده و در نهایت به هدفی خاص رسانده شود. طراحی سیستم هدایت بازگشت یکی از اصلی‌ترین حوزه‌های فناوری پروازهای فضایی را شکل می‌دهد. امروزه وسیله‌های بازگشتی پیشرفته نیازمند گونه‌ای از الگوریتم‌های هدایتی بوده که عملکرد آن را در حضور اغتشاشات، بهینه نموده و منجر به فرود یا اصابت به هدفی مشخص با ارضای قیودی در مسیر پرواز شوند. در ماموریت‌های بازگشت از فضا، این الگوریتم‌ها با نیاز به اجتناب از خروج مجدد از اتمسفر و بازگشت به فضا، پیچیده‌تر می‌شوند. طراحی سیستم هدایت و کنترل یک وسیله‌های بازگشتی مصالحه‌ای بین ویژگی‌های مختلف طراحی سازه‌ای پرنده و هدف ماموریت بوده بنابراین طراح سیستم هدایت و کنترل وسیله‌های بازگشتی باید یک مهندس سیستم قادر به فهم پدیده‌های مختلف مرتبط با ورود به جو، باشد.

اگرچه فناوری هدایت بازگشت از روزهای آغازین فضاپیماهای جمنی و آپولو [۱] تا شاتل فضایی [۲]، فضاپیمای X-33 [۳] و نمونه جدید آن X-38 [۴] گام‌های بزرگی برداشته است، ولی چارچوب اصلی روش‌های طراحی هدایت بازگشت تقریباً بدون تغییر باقی مانده است. گستردگی روش‌های هدایتی موجب شده دسته‌بندی‌های متفاوتی برای آنها پیشنهاد شود. مرجع [۵] این روش‌ها را به دو رویکرد اصلی مبتنی بر بهینه‌سازی و مبتنی بر روش‌های هندسی غیرخطی تقسیم نموده است. عمومی‌ترین دسته‌بندی روش‌های هدایت ورود به جو در مرجع [۱ و ۶] پیشنهاد شده است: الف- روش‌های مبتنی بر مسیر نامی و ب- روش‌های مبتنی بر پیش‌بینی و تولید روی خط مسیر توسط حل سریع یا حل تقریبی حلقه بسته معادلات حرکت تقسیم نمود. ترکیبی از دو دسته نیز به کار برده شده است. البته این دسته‌بندی بدین معنی نیست که تمام روش‌های هدایت لزوماً در یکی از آنها قرار گیرند.

در دسته اول، متغیرهای حالت در امتداد مسیر نامی از قبل محاسبه شده و در رایانه پرواز ذخیره می‌شوند. انحرافات مقادیر اندازه‌گیری شده از مقادیر ذخیره شده در منطق هدایت استفاده می‌شود. این انحرافات می‌تواند در هدایت جسم جهت بازگشت به مسیر نامی (کنترل‌کننده مسیر) یا ایجاد مسیر

جدید جهت رسیدن به مقصد (کنترل‌کننده ترمینال) مورد استفاده قرار گیرند [۱ و ۷]. برای این دسته از روش‌ها، باید قبل از ورود به جو یک مسیر نامی دلخواه انتخاب شود. اغلب جهت افزایش قوام روش در برابر تغییرات جوی و تغییر در هدف ماموریت یا قیود در آخرین لحظات، چندین مسیر یا پروفیل فرمان نامی محاسبه شده و در رایانه پرواز بارگذاری می‌شود (مثل روش شبکه‌ای ارائه شده در مرجع [۸]). انتخاب این مسیر نامی ممکن است از روش‌های بهینه‌سازی انجام شود. بهره‌های پسخور ثابت یا متغیر با زمان که به عنوان یک کنترل‌کننده ترمینال یا کنترل‌کننده مسیر حول مسیر نامی، بهینه شده‌اند استفاده می‌شوند. استفاده از مسیرها یا بهره‌های ذخیره شده زیاد در عمل منجر به کندی، پیچیدگی و گرانی روش شده علاوه بر اینکه به رایانه پرواز خاصی وابسته می‌شود، این مسئله انتخاب صحیح متغیرهای هدایت را از اهمیت خاصی برخوردار می‌کند. مسئله اصلی این دسته از روش‌ها انعطاف‌پذیری آنهاست. وقتی مسیر یا مسیرهای نامی برای شرایط خاصی تولید و بارگذاری می‌شود، سیستم کنترل سعی می‌کند مسیر واقعی را به آن مسیر نزدیک کند. این فرایند بدون توجه به اینکه متغیرهای حالت چقدر از مقادیر نامی دور شده‌اند یا اغتشاشات محیطی چقدر بزرگ هستند، انجام می‌شود. در کنترل‌کننده ترمینال نیز مقدار انحرافات بسیار محدود می‌باشند و برای شرایط و فرضیات خاصی از ورود به جو قابلیت دارند [۹]. در هر حال این دسته به سیستم‌های هدایت ساده‌ای منجر می‌شوند که تا حدی شرایط غیر نامی را می‌توانند تصحیح نمایند. روش پرستفاده تنظیم کننده خطی-درجه دوم<sup>۲</sup> [۱۰] و روش‌های هدایت تطبیقی و مقاوم ورود به جو نمونه‌ای از این دسته روش‌ها می‌باشند.

برخلاف روش‌های تعقیب مسیر مرجع، روش‌های دسته دوم براساس اطلاعات لحظه جاری و با انتگرالگیری سریع در رایانه پرواز، ورودی کنترل را برای ادامه مسیری که به هدف مورد نظر ختم می‌شود محاسبه می‌کنند [۶]. تولید مسیر فضایی در رایانه پرواز دارای دو مزیت است [۱۱]. اول اینکه سیستم کنترل برای تعقیب مسیر مرجع به پسخور نیاز ندارد، زیرا در هر لحظه یک ورودی جدید به سیستم فرمان داده می‌شود. مزیت دیگر عدم نیاز به طراحی مسیر نامی و بارگذاری قبلی آن است. این توانایی انعطاف‌پذیری زیادی را به وسیله بازگشتی داده و باعث کاهش حجم کار و هزینه‌های مورد نیاز جهت طراحی قبل از ماموریت می‌شود. پیش‌بینی و تولید مسیر در رایانه پرواز می‌تواند توسط انتگرالگیری سریع

الزامات ابعادی و سرعتی رایانه پرواز، قوام الگوریتم در تمام شرایط پروازی، مصالحه بین محاسبات زمینی و رایانه پرواز و در نظر داشتن مزایای عمومی بودن الگوریتم. در ادامه تعدادی از روش‌ها و رویکردهای هدایتی که در حل مسئله مورد نظر می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد توضیح داده می‌شوند. لازم به ذکر است در این مقاله سیستم‌های هدایت ورود به جو حلقه بسته مدنظر بوده و به آنها اشاره می‌شود.

## ۲- روش هدایت خط شیرجه

این روش هم برای شکل‌دهی مسیر و هم برای اصابت به هدف در ساختار تعادل ثابت قابل استفاده است. قبل از استفاده یک یا چند خط شیرجه ایجاد می‌شود. این خط‌ها در نزدیکی هدف و آخرین خط شیرجه خود هدف را روی زمین قطع می‌کنند. این روش جهت بردار نیروی برا را به گونه‌ای تنظیم می‌کند که بردار سرعت در جهت خط شیرجه قرار گیرد. یک خط شیرجه توسط چهار پارامتر مشخص می‌شود. دو عدد برای مختصات مبدأ خط روی زمین و دو عدد باقیمانده دیگر اعداد سمتی بوده که شیب یا ارتفاع خط را مشخص می‌کنند (یعنی آزیموت صفحه قائم دربرگیرنده خط و زاویه فراز خط شیرجه درون صفحه قائم). جهت اطلاع بیشتر به مراجع [۲۰-۱۷] رجوع شود.

## ۳- روش هدایت تناسبی

هدایت تناسبی و انواع راهبردهای بهبود یافته آن [۲۲-۲۱]، یکی از مشهورترین و پراستفاده‌ترین روش‌های مرسوم هدایت بوده که بیش از چهار دهه در موشک‌های آشیانه‌یاب به کار رفته است. این روش مبتنی بر این واقعیت است که دو جسم نزدیک شونده به هم اگر خط دید بین آنها در فضای اینرسی ثابت باشد، در نهایت برخورد خواهند کرد. بر این اساس در گذشته دریانوردان برای جلوگیری از برخورد دو کشتی در دریا، کشتی را طوری هدایت می‌کردند که امتداد خط دید آن با کشتی‌های دیگر ثابت باقی‌نماند. در اصل، هدایت تناسبی یک کنترل‌کننده تناسبی ساده بوده که سعی بر صفرکردن چرخش خط دید دارد. برای بعضی مدل‌ها، هدایت تناسبی یک هدایت بهینه حداقل تلاش را به نمایش می‌گذارد [۲۳]. در این روش، سرعت زاویه‌ای بردار سرعت متناسب با نرخ

رو به جلوی مسیر باقیمانده یا توسط یک معادله تجربی تقریبی حاصله از حل‌های عددی حلقه بسته معادلات حرکت انجام شود (مرجع [۷] تعداد زیادی از این روابط تجربی را در شرایط مختلف ورود به جو ارائه نموده است).

در پیش‌بینی مسیر، نمونه‌ای از اطلاعات مورد نیاز، مقادیر موقعیت و سرعت وسیله بازگشتی بوده که از آنها نسبت برا به پسا و ضریب بالستیک جسم تخمین زده می‌شود. با استفاده از ترکیبات مختلف این مقادیر می‌توان مسیر را پیش‌بینی نمود. روش‌های پیش‌بینی‌کننده مسیر نسبت به دسته اول شرایط غیر نامی و وسیع‌تری را می‌توانند جبران نموده و تقریباً بر تمام شرایط ممکن پرواز می‌توانند فائق آیند. مشکل اصلی این روش‌ها، نیازشان به سرعت بالای رایانه بوده که استفاده از روابط تجربی می‌تواند این مشکل را رفع نماید [۱]. از طرفی، استفاده از روابط تجربی و تقریبی قابلیت هدایت در شرایط غیرنامی را کاهش می‌دهد (زیرا در بسیاری از روابط تحلیلی تمام متغیرهای حالت وجود ندارند و در صورت در نظر گرفتن تمامشان روابط بسیار پیچیده می‌شود) [۷]. مشکل دیگر استفاده از روابط تقریبی در این است که فقط مسیرهایی که می‌توانند به صورت تحلیلی بیان شوند قابل استفاده‌اند.

انتخاب هریک از روش‌ها وابسته به ملاحظات از قبیل توانایی رایانه پرواز، بازه شرایط ورود به جو که سیستم هدایت باید بر آن فائق آید، انعطاف‌پذیری جهت کنترل بارهای گرمایشی و آیرودینامیکی و اطلاعاتی که معادلات هدایت به سیستم کنترل می‌دهند، می‌باشد. ترکیبی از روش‌های فوق را نیز می‌توان به کار برد.

واضح است، گلوگاه توسعه فناوری هدایت بازگشت در پیش‌بینی و تولید مسیر قرار داشته، زیرا تعقیب یک مسیر نامی فضایی با توجه به پیشرفت‌های قابل توجهی که در سال‌های اخیر در زمینه روش‌های تعقیب انجام یافته [۱۵-۱۲] کار دشواری نخواهد بود. چالش اصلی تولید مسیر بازگشت در طراحی مسیری بوده که تمام محدودیت‌ها را ارضا نماید. روش‌هایی که عموماً برای طراحی مسیر بازگشت مقید استفاده می‌شود، شامل روش‌های جستجو با ابعاد نامحدود نظیر کنترل بهینه، روش‌های جستجو با ابعاد محدود از قبیل بهینه‌سازی پارامتری و روش‌های صریح است. بسیاری از روش‌های پیشنهاد شده با توجه به نسبت برا به پسا یا ماموریت، محدود به نوع خاصی از وسیله‌های بازگشتی شده‌اند.

نکات عمومی که باید در طراحی یک الگوریتم هدایتی برای کاربردی خاص در نظر گرفته شوند عبارتند از [۱۶]:

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{y} \quad (2)$$

هرچند تعریف فوق برای مسئله معکوس بسیار ساده است لیکن روش فوق در حوزه‌های مختلف علوم و مهندسی آنچنان جایگاهی یافته که امروزه دو ژورنال معتبر<sup>۱</sup> منتشره توسط انستیتو فیزیک آمریکا<sup>۲</sup> و انجمن بین المللی مهندسی<sup>۳</sup> توسط انتشارات تیلور و فرانسیس<sup>۴</sup>، تحقیقات در این حوزه را منتشر می‌کنند. مرجع [۲۶] به خوبی مبانی و کاربرد آن را در مهندسی بیان نموده‌است.

این روش در طراحی اتوپیلوت به عنوان وارون دینامیک و خطی‌سازی پسخور شناخته شده و امروزه توجه بسیاری از پژوهشگران را به‌خصوص در کنترل ورود به جو به خود جلب نموده است [۱۲، ۲۷ و ۲۸]. مفهوم وارون دینامیک به دست آوردن یک سیستم حلقه بسته بوده که همانند یک سیستم خطی عمل نماید و بنابراین کنترل‌کننده به نحوی طراحی می‌شود که تمام غیرخطی‌های سیستم حذف شود. به عبارت دیگر، کنترل‌کننده شامل ترم‌های غیرخطی معکوس شده سیستم خواهد بود. خروجی کنترل‌کننده با استفاده از مدل معکوس سیستم حلقه باز محاسبه و سیستم حلقه بسته دلخواه حاصل می‌شود [۲۹].

در کاربردهای هدایت و دینامیک پرواز، عده‌ای این رویکرد را به عنوان حل مستقیم نام برده‌اند ولی تفاوت مفهومی بین آن و روش‌های مستقیم بهینه‌سازی وجود دارد. هدایت صریح یا مسئله معکوس بدین معنی است که باید کنترل‌ها را به گونه‌ای تعریف کرد که مسیر مرجع را ایجاد نماید. در حالی‌که، مسئله مستقیم به محاسبه مسیر با متغیرهای حالت اولیه معلوم و تاریخچه زمانی کنترل‌ها می‌پردازد [۳۰-۳۱].

این رویکرد هدایتی مستقل از مسیر نامی بوده و از آن به عنوان روش‌های هدایتی منحنی مشخصه [۱۸]، منحنی مماسی [۲۵]، صریح [۳۲]، هندسی غیرخطی [۵ و ۳۳] و وارون دینامیک [۳۴] و حل مستقیم [۳۰] نام برده می‌شود. بررسی‌ها نشان داده معادلات صریح هدایت می‌توانند به عنوان ابزاری برای تبدیل داده‌های ناوبری به فرامین اتوپیلوت باشند. سادگی مسائل هدف‌یابی و حساسیت کم ذاتی به پارامترهای خارج از مقادیر نامی نظیر جرم حجمی اتمسفر و آیرودینامیک (جسم پرنده)، سادگی در نظر گرفتن اثر محدودیت‌ها در

چرخش خط دید است و این دلیل نامگذاری این روش می‌باشد.

گونه‌های متفاوت هدایت تناسبی وجود داشته و انواع جدیدی نیز در حال توسعه‌اند [۲۰، ۲۲ و ۲۴]. روش تناسبی خالص، اولین راهبرد قانون هدایت تناسبی بوده که پس از ابداع راهبردهای دیگر هدایت تناسبی، برای مشخص نمودن آن، پسوند خالص به آن اضافه شد. در این روش شتاب جانبی جسم پرنده متناسب با سرعت موشک و عمود بر آن وارد می‌شود.

یکی دیگر از گونه‌ها، روش هدایت تناسبی بایاس یافته بوده که برای بهبود کارایی هدایت تناسبی خالص پیشنهاد شده است. به خاطر یک ترم اضافه، این روش به تلاش کنترلی کمتری نیاز خواهد داشت. عملکرد این روش با مقدار بهینه این ترم اضافی، بهینه خواهد شد. روش هدایت تناسبی حقیقی نوعی دیگر بوده که فرمان شتاب عمود بر خط دید اعمال شده و مقدارش متناسب با نرخ خط دید می‌باشد. یک نوع تصحیح یافته از این گونه نیز پیشنهاد شده که در آن فرمان شتاب عمود بر خط دید و مقدارش متناسب با حاصلضرب سرعت نزدیکی بین دو جسم و نرخ خط دید است. نوعی دیگر، روش هدایت تناسبی تعمیم یافته بوده که فرمان شتاب عمود بر محوری وارد شده که یک زاویه ثابت با خط دید می‌سازد. در هدایت تناسبی افزوده شده که عمدتاً برای اهداف متحرک استفاده می‌شود، فرمان شتاب حاوی ترمی بوده که از تخمین شتاب هدف محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است در این حالت نیز فرمان شتاب عمود بر خط دید است. در هدایت تناسبی ایده‌آل فرمان شتاب عمود بردار سرعت نسبی است.

#### ۴- هدایت ضرب خارجی

این قانون سعی می‌کند در سریعترین زمان ممکن زاویه بردار سرعت با خط دید صفر شود (شبهه قانون هدایت تعقیب). برای مطالعه بیشتر به مراجع [۲۰ و ۲۵] رجوع شود.

#### ۵- روش هدایت صریح یا مسئله معکوس

سیستم معادلات جبری (۱) را در نظر بگیرید [۲۶]:

$$\mathbf{A} \mathbf{U} = \mathbf{y} \quad (1)$$

واضح است برای به دست آوردن حل (U) باید به تعداد مجهولات (ستون‌های ماتریس A)، معادله (سطرهای ماتریس A) داشته باشیم. می‌دانیم یکی از روش‌های حل معادلات فوق، ضرب طرفین آن در معکوس A می‌باشد، یعنی:

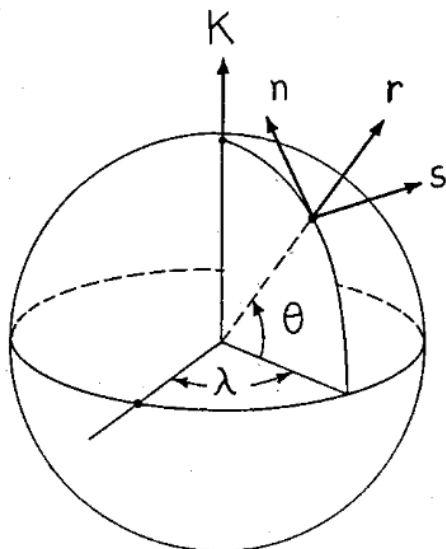
1. Inverse Problems

2. IOP

3. Inverse Problems in Science and Engineering

4. Taylor & Francis

که با دادن مسیر، نیروهای وارده و متغیرهای کنترلی را با استفاده از معادلات حرکت جسم محاسبه نمود. چنین روشی حل مسئله اول مکانیک نامیده می‌شود [۳۵].



شکل (۸): نمایش پارامترهای موقعیت حرکت [۳۲].

گام بعد تولید منحنی‌های فضایی یا توابع نامی بوده که می‌توان به صورت چندجمله‌ای، توانی، مثلثاتی و غیره تشکیل داد. این منحنی‌ها باید پیوسته بوده و شرایط مرزی مسیر را ارضا کنند. همچنین، این توابع باید دارای چند پارامتر متغیر بوده که با استفاده از آنها بتوان رفتار این توابع را تغییر داد. تولید منحنی بسته به نوع کاربرد تاکنون مورد توجه محققین بسیاری بوده است [۲۰، ۳۰، ۳۲، ۳۵ و ۳۶].

واضح است بی‌نهایت مسیر بین نقاط ابتدایی و انتهایی وجود دارد. بنابراین، بی‌نهایت فرمان کنترلی برای ارضای مسئله می‌توان نوشت. در این مواقع برای مسیر مورد نظر، قیود خاصی مثل حداقل سوخت، حداکثر برد و حداقل بار حرارتی تعریف می‌نمایند. به علاوه محدودیت‌هایی را نیز روی کنترل‌ها و مسیر می‌توان اعمال نمود.

مسئله بهینه‌سازی منحنی فضایی متفاوت با مسائل بهینه‌سازی متعارف بوده زیرا معیار عملکرد و معادله سرعت به مشتقات اول و دوم متغیرهای کنترلی از طریق شتاب برا وابسته است. مرجع [۳۲] با حل مسئله دو نقطه مرزی توسط روش شلیک مستقیم توصیه‌هایی نموده است. مراجع [۶، ۱۶ و ۳۰] این مسئله را با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی غیرخطی حل نموده‌اند.

یکی از مشکلات این رویکردها تعداد زیاد متغیرها بوده که با اصل کاهش پارامترهای مسئله بهینه‌سازی پارامتری در

متغیرهای حالت، عدم نیاز به انتگرالگیری مکرر از یک سیستم معادلات دیفرانسیل غیرخطی و در نتیجه کاهش بسیار زیاد حجم محاسبات مورد نیاز برای بهینه‌سازی، امکان حل مسائل مرزی بر حسب توابع کنترلی بدون بسط معادلات حرکت و سادگی ریاضیات از ویژگی‌های این رویکرد می‌باشد. کلمه صریح بدین معنی است که معادلات هدایت تنها شامل مولفه‌های مکان و سرعت نسبت به هدف، بدون توسل به ذخیره‌سازی یک مسیر نامی ورود به جو در رایانه پرواز می‌باشد [۱۸]. همان‌طور که مشاهده خواهد شد تمام این روش‌ها منجر به حصول معادلات هدایتی صریح با بهره‌های متغیر و دلخواه شده و ثابت‌های پارامتری معادله هدایت را به شکل مسیر مرتبط کرده در حالی که قیود نهایی خاصی را ارضا می‌کند. به عبارتی این رویکرد اجازه می‌دهد که با دادن مسیر، نیروهای وارده و متغیرهای کنترلی را با استفاده از معادلات حرکت محاسبه نمود. این رویکرد در سیستم‌هایی که نسبت به شتاب خطی هستند و هدف هدایت یک دینامیک مطلوب است (مسئله معکوس) کاربرد دارد [۵]. به عنوان مثال معادلات حرکت سه درجه آزادی در زمین کروی ثابت (شکل ۱) را در نظر بگیرید [۳۲]:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -a_D - \mu \sin \gamma / r^2 \\ V\dot{\gamma} &= a_{vc} + [V^2 / r - \mu / r^2] \cos \gamma \\ V \cos \gamma \dot{\psi} &= a_{hc} - (V \cos \gamma)^2 \cos \psi \tan \theta / r \\ r\dot{\lambda} \cos \theta &= V \cos \gamma \cos \psi \\ r\dot{\theta} &= V \cos \gamma \sin \psi \\ \dot{r} &= V \sin \gamma \end{aligned} \quad (1)$$

معادلات (۳) شامل شش متغیر حالت  $V, \lambda, \theta, \gamma, \psi, \Gamma$  و  $a_D$  شتاب درگ یا پسای آیرودینامیکی بوده دو متغیر کنترل  $a_{vc}$  و  $a_{hc}$  می‌باشد و به دلیل تعداد مجهولات بیشتر از تعداد معلومات یا معادلات سیستم باز است. اگر متغیرهای کنترل برحسب زمان معرفی شوند، سیستم بسته خواهد شد. با دادن متغیرهای کنترل در طول زمان  $t$  و مقادیر اولیه متغیرهای حالت، کلیه متغیرهای حالت را در هر لحظه از زمان  $t$  می‌توان مشخص نمود. در حالت کلی متغیرهای کنترل از قبل مشخص نیستند. بنابراین، می‌توان  $\lambda(t), \theta(t)$  و  $r(t)$  را معلوم فرض کرده و سایر متغیرها را برحسب آنها به دست آورد. از آنجاکه توابع  $\lambda(t), \theta(t)$  و  $r(t)$  اختیاری هستند، از این رو می‌توان آنها را به گونه‌ای تعریف نمود که شرایط مرزی مسیر ارضا شوند، این توابع را توابع نامی می‌نامیم. این روش اجازه می‌دهد

این ضرایب در ساده‌ترین شکل هدایت ثابت فرض می‌شوند. هرچند ثابت بودن آنها به معنی صرف‌نظر کردن از دینامیک وسیله بوده زیرا حساسیت مسیر به اغتشاشات، به طور بسیار زیادی به این وابسته است که اغتشاشات کی و کجا وارد شده باشند. بنابراین، در روشی که این ضرایب متغیر باشند، تغییرات حساسیت حین بازگشت نیز در نظر گرفته شده و به شکل‌دهی پاسخ مطلوب و افزایش عملکرد سیستم هدایت کمک می‌شود. در مرجع [۷] بحث مفهومی در مورد انتخاب ضرایب متغیر ارائه داده است. به طور کلی، انتخاب بهره‌های هدایت با در نظر داشتن دو اصل انتخاب می‌شود: اول اینکه انتخاب آنها باید با مقدار ضریب برای وسیله بازگشتی مطابقت داشته باشد و دوم مسیر منتج در همسایگی مسیر نامی باشد زیرا در به‌دست آوردن تابع این ضرایب از جملات خطی بسط تیلور استفاده می‌شود. استفاده از روش‌های بهینه‌سازی در انتخاب این ضرایب جهت اکستریم کردن معیار عملکرد خاصی منجر به روش‌های هدایتی متفاوتی شده است که در [۷ و ۹] می‌توان با جزئیات بیشتر آنها آشنا شد.

متغیرهای نامی را می‌توان برحسب پارامتر زمان یا هر متغیر حالت دیگر مثل سرعت بیان نمود. مولفین مختلف بسته به نوع وسیله بازگشتی و ماموریت آن پارامترهای مختلفی را به عنوان متغیرهای نامی در نظر گرفته‌اند. مرجع [۹] انتخاب سرعت را به عنوان پارامتر مستقل متغیرهای نامی پیشنهاد نموده زیرا سرعت معرف خوبی جهت بیان محدودیت‌های پروازی بوده و همچنین خصوصیات آیرودینامیکی وسیله را به خوبی با آن می‌توان تقریب زد. به علاوه استفاده از سرعت باعث افزایش توانایی کنترل جسم حول مسیر نامی خواهد شد [۷]. استفاده از متغیر مستقل زمان بیشتر در کاربردهای فضایی که زمان از اهمیت بیشتری برخوردار است معمول می‌باشد.

در مرجع [۷] مولفه‌های سرعت و موقعیت به صورت توابعی از زمان و سرعت افقی به عنوان متغیر نامی بررسی شده است. در مرجع [۳۹] با استفاده از این ایده قوانینی پیشنهاد شده که در یکی مولفه‌های مکان و سرعت در صفحه قائم به صورت تابعی از زمان و در دیگری متغیرهای برد و سرعت در جهت برد به صورت تابعی از ارتفاع به عنوان متغیرهای نامی پیشنهاد شده است. در روش پیشنهادی مرجع [۴۰] پارامترهای زاویه مسیر پرواز، شتاب پسا و برد به عنوان متغیر نامی تعریف و با استفاده از بهره‌های متغیر، قانون هدایتی خود را پیشنهاد نموده است. در این قانون متغیرهای نامی قبل از پرتاب محاسبه و ذخیره نشده بلکه در فاصله خروج از مدار و ورود به جو با منطقی ساده محاسبه می‌شوند.

تناقض است. به عنوان مثال، در مرجع [۳۵] این تعداد به ۲۰ پارامتر، در مرجع [۳۶] به ۱۲ پارامتر و در مرجع [۳۲] به ۸ پارامتر برای منحنی درجه سه جهت بهینه‌سازی رسیده که علاوه بر حجم محاسبات نسبتاً بالا منجر به دوری از نقطه بهینه سراسری می‌شود (پیاده‌سازی مسیر بهینه اغلب توسط شبکه‌بندی پارامترهای کنترلی و میانمایی آنها و یا بهینه‌سازی در فرکانس‌های بسیار کمتر از فرکانس هدایت انجام می‌شود [۶]). از طرفی، روش‌های فوق به بردار سرعت نهایی یا شرایط خاصی در انتهای مسیر وابسته بوده که قابلیت این رویکرد را با محدودیت روبرو ساخته است.

یکی دیگر از چالش‌های این رویکرد اعمال قیود است. به طوری که هرگاه متغیری از حد خود خارج شد از یک گام قبل از خروج، به عنوان نقطه اولیه منحنی دیگری تولید کرده و این فرایند آنقدر ادامه می‌یابد که مسیر ممکن تولید شود که در آن تمام محدودیت‌ها ارضا شده باشند. واضح است اضافه شدن بهینه‌سازی به تمام این منحنی‌ها حجم محاسبات را به شدت افزایش می‌دهد. مراجع [۲۰ و ۳۷] با استفاده از منحنی‌های بزیه<sup>۱</sup> مسیر حداکثر سرعت نهایی یک وسیله بازگشتی را با کمترین عناصر کنترلی (دو عدد) تولید نموده و روش هدایت صریح جدیدی را پیشنهاد داده‌اند. گونه‌ای دیگر از همین روش با رویکرد تقریبی و بلادرنگ مناسب جهت تولید در رایانه پرواز در مراجع [۲۰] ارائه شده و باحل بهینه الگوریتم ژنتیک آن مقایسه شده و نشان داده شده این حل تقریبی در همسایگی بسیار نزدیک حل بهینه قرار دارد. همچنین، در مرجع [۳۸] حل تقریبی و بهینه ژنتیکی با حل عددی بهینه‌سازی مستقیم ترتیبی مقایسه شده و عملکرد مناسب آن با روش‌های مذکور نشان بررسی شده است.

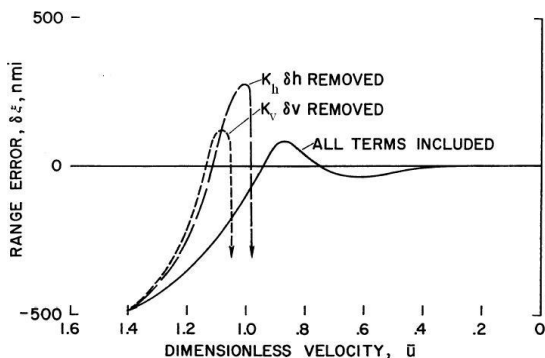
## ۶- هدایت اغتشاش خطی

در این رویکرد فرمان هدایت از مجموع عباراتی متناسب با انحرافات مسیر واقعی از مسیر نامی شکل می‌گیرد. به طور کلی، اگر  $x_1, x_2, \dots, x_n$  متغیرهای حالت یا کنترل باشند فرمان صادره عبارتست از:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{com} = \left(\frac{L}{D}\right)_{nom} + k_{x_1} \delta x_1 + k_{\dot{x}_1} \delta \dot{x}_1 + \dots + k_{x_n} \delta x_n + k_{\dot{x}_n} \delta \dot{x}_n \quad (۴)$$

به طوری که  $\delta x_i, i=1, \dots, n$  اختلاف مقادیر نامی از واقعی و ضرایب  $k$  بهره‌های هدایت و  $L/D$  نسبت برا به پسا می‌باشد.

1. Bézier Curve



شکل (۳): تاثیر ترم‌های کنترلی روی خطای برد در سرعت ورود فرامداری [۷].

با توجه به اینکه معادله مذکور مبین یک سیستم کنترل مرتبه سه نسبت به سرعت است می‌توان بر این اساس تحلیل پایداری انجام داد. مثل سایر سیستم‌های مرتبه سه اگر بهره حلقه خارجی ( $k_{\xi}$ ) از حدی بیشتر شود سیستم دچار ناپایداری خواهد شد. بحث بیشتر در مورد پایداری این روش را در مرجع [۴۱] دنبال کنید.

برای ساده‌سازی این روش هدایتی مفاهیم سیستمی متعددی پیشنهاد شده است. مفاهیم پیش‌فاز و پس‌فاز یکی از این مفاهیم در حذف بعضی از متغیرهای حالت است [۷]. در مرجع [۳۹] ترکیب کنترل کننده تناسبی-انترگالی-مشتقی<sup>۱</sup> و در مرجع [۴۲] ترکیب کنترل کننده تناسبی-انترگالی<sup>۲</sup> قانون فوق با بهره‌های ثابت بررسی شده است. با استفاده از ترکیب PID و بهره‌های متغیر، سیستم هدایت ورود به جو شاتل فضایی به کمک زوایای غلت و حمله، پروفیل شتاب پسای مشخصی را تعقیب می‌کند [۲]. رویکرد هدایتی شاتل در تعقیب پروفیل پسا همواره مورد توجه بسیاری از محققین در توسعه روش‌های هدایتی جدید مبتنی بر آن بوده است [۴۵-۴۳ و ۲۷]. مرجع [۴۶] با به‌دست آوردن رابطه میان ارتفاع و پسا، با استفاده از قانون مشابه قانون فوق و تبدیل پسا به ارتفاع، مسیر ورود به جو را کنترل کرده است.

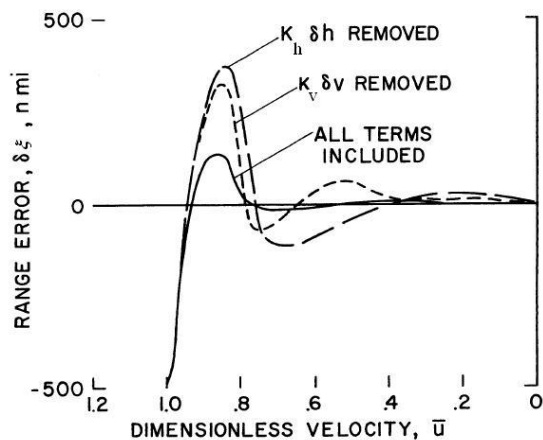
در عمل این رویکرد را با توجه به ساختار کنترلی وسیله بازگشتی می‌توان با تنظیم برا و پسا به کار برد. در ساختارهایی با برای متغیر، نسبت برا به پسا در این رویکرد هدایتی با زاویه حمله جایگزین شده و انحراف سمت (زاویه انحراف سمت) با تغییر زاویه غلت کنترل می‌شود. در ساختارهایی با برای ثابت (زاویه حمله ثابت)

بهره‌های هدایت نیز با استفاده از یکسری معادلات الحاقی تعیین می‌شوند.

با توجه به میزان انحراف کم و پایداری بعضی از متغیرهای حالت در ورود به جو، می‌توان از آنها چشم پوشید. به عنوان مثال در حالت پرواز در صفحه قائم و در نظر داشتن متغیر سرعت افقی به عنوان پارامتر مستقل پارامترهای نامی ارتفاع، برد و سرعت قائم، با توجه به رابطه قبل داریم:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{com} = \left(\frac{L}{D}\right)_{nom} + k_{\xi}\delta\xi + k_h\delta h + k_v\delta v \quad (5)$$

به طوری که  $\delta_{v,h,\xi}$  اختلاف مقادیر نامی از واقعی و ضرایب  $k_{v,h,\xi}$  بهره‌های هدایت و  $L/D$  نسبت برا به پسا می‌باشد. شکل ۲ اثر ترم‌های مختلف معادله فوق را روی دینامیک مسیر نشان می‌دهد. این شکل انحراف برد را برای کنترل‌های مختلف در طول مسیر از سرعت مداری نشان می‌دهد. اگر تمام ترم‌ها در کنترل وجود داشته باشند مشاهده می‌شود خطای برد اولیه به سمت صفر میل کرده و فراجاهش کوچک و به عبارتی پاسخ خوب است. با حذف تک تک ترم‌ها، پاسخ نوسانی‌تر شده و مثل حالت کامل به خوبی میرا نمی‌شود. بر این اساس در شرایطی که انحراف مسیر از مقادیر نامی زیاد باشد یا در بخش‌هایی از مسیر که سیستم هدایت به کوچکترین تغییر در کنترل حساس است باید تمام چهار جمله این معادله استفاده شوند. این بررسی برای کنترل از سرعت فرامداری در شکل ۳ نشان داده شده است. با استفاده از تمام ترم‌ها در قانون هدایت، خطای برد به سمت صفر میل کرده ولی با حذف ترم  $k_v\delta v$  یا  $k_h\delta h$  سیستم ناپایدار می‌شود.



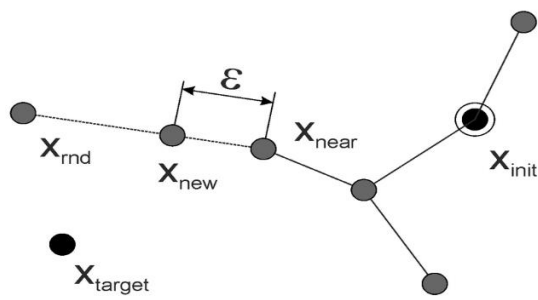
شکل (۲): تاثیر ترم‌های کنترلی روی خطای برد در سرعت ورود مداری [۷].

1. PID (Proportional-Integral-Derivative)  
2. PI (Proportional Integral)

### ۸- مسیر بهینه

علاوه بر روش‌های ذکر شده روش‌های دیگری نیز از ابتدا مورد توجه بوده‌اند، روش‌های تحلیلی از این جمله می‌باشند. چون این روش‌ها به دلیل عدم توسعه رایانه ایجاد شده‌اند به آنها نمی‌پردازیم.

امروزه رویکرد مورد استفاده در طراحی مسیر حرکت ربات‌ها، علاقه بسیاری از محققین را که در زمینه مسائل ورود به جو کار می‌کنند، به خود جلب نموده است. در مرجع [۵۰] سعی شده مسئله هدایت بازگشت با استفاده از الگوریتم درخت جستجوی تصادفی سریع<sup>۱</sup> حل شود. همان‌طور که در شکل ۵ نشان داده شده، در این روش دو درخت حالت تشکیل شده که یکی از حالت اولیه با انتگرالگیری پیشرو و دیگری از حالت نهایی با انتگرالگیری پسرو رشد می‌کند. هر گام در فرایند رشد درخت با انتگرالگیری معادلات حرکت جسم به صورت یک گام به جلو یا عقب همراه است. کنترل‌های متناسب توسط این الگوریتم به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که هر دو درخت خیلی سریع به یکدیگر نزدیک شده با امید به اینکه هر دو یکدیگر را در نقطه‌ای با دقت قابل قبول ملاقات نمایند. وقتی دو شاخه از هر درخت به اندازه کافی (ε) بهم نزدیک شوند، با اتصال ساده مسیرها بهم می‌توان یک مسیر ممکن را بدست آورد. مهمترین ویژگی این رویکرد، اعمال خوب قیود در فضای حالت یا کنترل بوده زیرا کنترل‌ها توسط الگوریتم درخت جستجوی تصادفی سریع از فضای کنترل مجاز متناسب با محدودیت‌های کنترل انتخاب شده و شاخه‌هایی که از مقادیر مرزی مجاز حالت تجاوز می‌کنند، به‌سادگی حذف می‌شوند. مرجع [۵۱] کاربرد موفق این روش را در یافتن مسیر هلیکوپتر در صفحه قائم نشان می‌دهد.

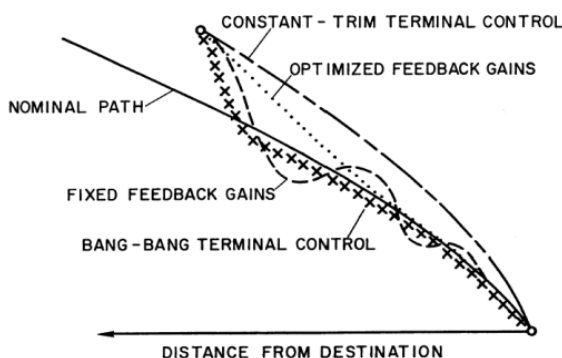


شکل (۵): روش RRT [۴۸].

1. RRT( Rapidly-exploring Random Tree)

نسبت برا به پسا در این رویکرد هدایتی با زاویه غلت جایگزین می‌شود.

برای جمع‌بندی، در شکل ۴ عملکرد روش‌های مبتنی بر این رویکرد نشان داده شده است. در روش کنترل ترمینال در تعادل ثابت، بهره‌های متغیر معادله با تحلیل خطی معادلات حرکت از قبل محاسبه شده و در حین پرواز از این بهره‌های متغیر، وضعیت تعادل وسیله به نحوی تعیین می‌شود که مسیر پرواز ایجاد شده به نزدیکی هدف ختم شود (مثل روش ارائه شده در مرجع [۴۷]). در روش ترمینال بنگ-بنگ از حداکثر کنترل تا زمانی استفاده می‌شود که مسیر جدید بتواند به هدف ختم شود. با استفاده از بهره‌های بهینه متغیر در دو حالت کنترل‌کننده ترمینال و کنترل‌کننده مسیر می‌توان از این رویکرد استفاده نمود. عملکرد این رویکرد با بهره‌های ثابت نیز در شکل نشان داده شده است. هرچند روش هدایتی با بهره‌های ثابت در سرعت‌های زیرمداری عملکرد نسبتاً خوبی دارد و لیکن استفاده از بهره‌های متغیر بهینه و کنترل‌کننده ترمینال در مجموع توانایی بیشتری از خود نشان می‌دهد.



شکل (۴): روش‌های هدایتی مبتنی بر اغتشاش خطی [۷].

### ۷- مسیر بهینه

بهینه‌سازی مسیر اجسام پرنده را می‌توان نوعی هدایت در نظر گرفت که سیستم کنترل وظیفه تعقیب این مسیر را برعهده دارد. مسئله بهینه‌سازی مسیر اجسام پرنده در حالت کلی عبارتست از [۴۸]: کنترل جسم پرنده تحت تاثیر نیروهای پیشران و آیرودینامیک در میدان جاذبه زمین، برای بردن آن از وضعیت اولیه در زمان  $t_0$  و موقعیت، سرعت و جرم  $m_0$  به وضعیت نهایی  $m_f$  و در زمان نهایی  $t_f$  به نحوی که تابعی از مرجع [۴۹] مرور کاملی را از روش‌های بهینه‌سازی مسیر اجسام پرنده ارائه نموده است.



## (علمی-ترویجی)

مروری بر روش‌های هدایت ورود به جو مبتنی بر تولید مسیر

ب- فرمول‌بندی مسیر زمینی وسیله یا پروفیل پرواز سمتی توسط یک حل‌کننده مسیری زمینی زمان واقعی و ج- استفاده از کرنل برای گسترش و بالانس دینامیک. روش پروتو-اسنکی<sup>۳</sup> ارائه شده توسط مرجع [۵۳] مبتنی بر اسنکی بوده که قابلیت استفاده در رایانه پرواز آن نشان داده شد.

یکی از رویکردهای دیگر که از هدایت ربات‌ها [۵۸-۵۵] ایده گرفته شده است، استفاده از منحنی‌های بزیه و اسپلاین<sup>۴</sup> پایه در تولید مسیر می‌باشد. مرجع [۵۹] مسیر تولید شده از دیاگرام ورونی<sup>۵</sup> را با استفاده از اسپلاین درجه سه هموار کرده و برای یک وسیله بدون سرنشین مورد استفاده قرار می‌دهد. در مرجع [۶۰] با استفاده از الگوریتم ژنتیک ضرائب منحنی بزیه به صورت بهینه انتخاب شده به طوری که وسیله بازگشتی دارای کمترین شار حرارتی در مسیر بهینه خود می‌شود. مدل مورد استفاده در آنجا بسیار ساده بوده و کنترل‌ها بررسی نشده‌اند.

## ۹- نتیجه‌گیری

یکی از مسائل مهم و پیچیده در حوزه مهندسی هوافضا، مسئله بازگشت به جو و هدایت وسیله پرنده بازگشتی است. روش‌ها و رویکردهای متعددی در این حوزه توسعه یافته‌اند که در این مقاله که با هدف معرفی و مرور روش‌های مهم تهیه شده است. با تمرکز بر روش‌های مبتنی بر تولید مسیر، مهمترین آنها معرفی و بررسی شدند و علاوه بر معرفی ویژگی، مزایا و معایبی آنها تحلیل شدند. این روش‌ها را به دو رویکرد اصلی روش‌های مبتنی بر مسیر نامی و روش‌های مبتنی بر پیش‌بینی و تولید روی خط مسیر توسط حل سریع یا حل تقریبی حلقه بسته معادلات حرکت می‌توان تقسیم نمود (ترکیبی از دو دسته نیز به کار برده شده است) که به طور مفصل هر دو رویکرد معرفی شدند.

اگرچه این روش در حل مسائل مشکلی نظیر مسئله طراحی مسیر هلی‌کوپتر امیدبخش به نظر می‌رسد، ولی دارای مشکلات طراحی متریک (معیاری جهت نزدیکی دو وضعیت) برای مسائل پیچیده دینامیکی و افزایش زمان محاسبات در مسائلی با اندازه بزرگ می‌باشد. به عنوان مثال، دو وضعیت را در مسئله بازگشت در نظر بگیرید که فقط در زاویه مسیر پرواز و سرعت با یکدیگر تفاوت دارند. اگر نحوه کنترل جسم را از هر وضعیت به طرف هدف ندانیم، تعیین اینکه کدام وضعیت به هدف نزدیکتر است بسیار سخت است. مرجع [۱۱] با استفاده از ایده تعقیب مسیر زمینی که در مرجع [۳] معرفی شد و فرض سرش شبه‌تعادل برای اتصال دو شاخه، مسئله فوق را بررسی نموده است.

عموماً روش‌های متعارف تولید مسیر شامل انتگرال‌گیری از معادلات حرکت در حوزه زمان برای بسط مسیر در فضا می‌باشند. این عمل به رویکردی تکرارشونده برای تنظیم تاریخچه زمانی کنترل‌های نامی نیاز داشته تا مسیر منتهی اهداف طراحی را ارضا کند. برای دوری از این عمل مرجع [۵۲] روش کارآمد کرنل<sup>۱</sup> را پیشنهاد نموده است. در این روش با استفاده از معادلات حرکت جدیدی به نام کرنل، براساس خصوصیات مطلوب مسیر طراحی شده و سپس تاریخچه کنترلی و دینامیکی برای بهینه‌سازی بلادرنگ در سیستم کنترل پرواز استخراج می‌شود. این معادلات مشابه معادلات حرکت متعارف بوده ولیکن متغیر مستقل زمان با ارتفاع و متغیر هدایت سرعت اینرسی با فشار دینامیکی جایگزین شده است. پیچیدگی این روش در فضای سه بعدی و چالش‌های آن در سرعت‌های مافوق صوت منجر به ارائه روش اسنکی<sup>۲</sup> شد [۵۳]. این روش مسیر را در سه گام مجزا تولید می‌کند [۵۴]:

الف- طراحی یک جدول فشار دینامیکی که از آن پروفیل پرواز طولی وسیله استخراج می‌شود،

3. PROTO-SNAKE  
4. Spline  
5. Voronoi Diagram

1. KEP (Kernel Extraction Protocol)  
2. SNAKE

۱۰- مراجع

- Advances in Space Research*, vol. 67, pp. 557-570, 2021.
- [15] M.-G. Seo, C.-H. Lee, and T.-H. Kim, "Trajectory shaping guidance law design using constraint-combining multiplier," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 235, pp. 1843-1853, 2021.
- [16] E. CRAMER, J. BRADT, and J. HARDTLA, "NLP reentry guidance-Developing a strategy for low L/D vehicles," in *Guidance, Navigation and Control Conference*, 1988, p. 4123.
- [17] F. J. Regan, *Dynamics of atmospheric re-entry*: Aiaa, 1993.
- [18] P. Lu, "Entry guidance: a unified method," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 37, pp. 713-728, 2014.
- [19] K. Bollino, M. Ross, and D. Doman, "Optimal nonlinear feedback guidance for reentry vehicles," in *AIAA guidance, navigation, and control conference and exhibit*, 2006, p. 6074.
- [20] R. Esmaelzadeh, A. Naghash, and M. Mortazavi, "Near optimal re-entry guidance law using inverse problem approach," *Inverse Problems in Science and Engineering*, vol. 16, pp. 187-198, 2008.
- [21] P. Zarchan, "Tactical and Strategic Missile Guidance Fourth Edition," *PROGRESS IN ASTRONAUTICS AND AERONAUTICS*, vol. 199, 2002.
- [22] N. A. Shneydor, *Missile guidance and pursuit: kinematics, dynamics and control*: Elsevier, 1998.
- [23] P. J. Shaffer, I. M. Ross, M. W. Oppenheimer, D. B. Doman, and K. P. Bollino, "Optimal Trajectory Reconfiguration and Retargeting for Reusable Launch Vehicles," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 30, pp. 1794-1802, 2007.
- [24] Z. Jiang, J. Ge, Q. Xu, and T. Yang, "Impact Time Control Cooperative Guidance Law Design Based on Modified Proportional Navigation," *Aerospace*, vol. 8, p. 231, 2021.
- [25] M. A. Masoumnia, M. B. Menhaj, and A. Sooratgar, "A unified structure for basic guidance laws of moving objects," *International Journal of Systems Science*, vol. 52, pp. 2647-2659, 2021.
- [26] E. Hensel, *Inverse theory and applications for engineers*: Prentice Hall, 1991.
- [27] P. Parvathy and J. Jacob, "Inverse Optimal Control Via Diagonal Stabilization Applied to Attitude Tracking of a Reusable Launch Vehicle," *Journal of Optimization Theory*
- [1] K. AviDyne, "Guidance and Navigation for Entry Vehicles," under the cognizance of the Electronics Research Centernovamber 1968.
- [2] J. C. Harpold, "Shuttle entry guidance," *J. Astronaut. Sci.*, vol. 27, pp. 239-268, 1979.
- [3] P. Lu and J. M. Hanson, "Entry guidance for the X-33 vehicle," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 35, pp. 342-349, 1998.
- [4] G. J. Dominguez Calabuig and E. Mooij, "Optimal on-board abort guidance based on successive convexification for atmospheric re-entry," in *AIAA Scitech 2021 Forum*, 2021, p. 0860.
- [5] G. Leng, "Guidance algorithm design: a nonlinear inverse approach," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 21, pp. 742-746, 1998.
- [6] M. Gräßlin, J. Telaar, and U. Schöttle, "Ascent and reentry guidance concept based on NLP-methods," *Acta Astronautica*, vol. 55, pp. 461-471, 2004.
- [7] R. C. Wingrove, "Survey of atmosphere re-entry guidance and control methods," *Aiaa Journal*, vol. 1, pp. 2019-2029, 1963.
- [8] J. Wang, Y. Tian, and Z. Ren, "Mixed guidance method for reentry vehicles based on optimization," *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, vol. 36, p. 736, 2010.
- [9] Z. Liang and S. Zhu, "Constrained predictor-corrector guidance via bank saturation avoidance for low L/D entry vehicles," *Aerospace Science and Technology*, vol. 109, p. 106448, 2021.
- [10] X. Lan, Z. Tan, T. Zou, and W. Xu, "CACLA-Based Trajectory Tracking Guidance for RLV in Terminal Area Energy Management Phase," *Sensors*, vol. 21, p. 5062, 2021.
- [11] Z. Shen, *On-board three-dimensional constrained entry flight trajectory generation*: Iowa State University, 2002.
- [12] Z. Dong, Y. Ren, K. Chen, and Y. Chen, "Research on Guidance and Control Law Design of Decelerating Transition and Vertical Landing for a STOVL UAV," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, p. 012008.
- [13] W. Zhi, Z. Ran, and L. Huifeng, "Hybrid Re-Entry Guidance for Reusable Launch Vehicle," *Procedia Engineering*, vol. 99, pp. 999-1004, 2015.
- [14] R. Sarkar, J. Mukherjee, D. Patil, and I. N. Kar, "Re-entry trajectory tracking of reusable launch vehicle using artificial delay based robust guidance law,"

- [40] S.-Y. LIU, Z.-X. LIANG, Z. REN, and Q.-D. LI, "Review of reentry guidance methods for hypersonic gliding vehicles," *Chinese Space Science and Technology*, vol. 36, p. 1, 2016.
- [41] F. Marchetti and E. Minisci, "Genetic programming guidance control system for a reentry vehicle under uncertainties," *Mathematics*, vol. 9, p. 1868, 2021.
- [42] L. Zang, D. Lin, S. Chen, H. Wang, and Y. Ji, "An on-line guidance algorithm for high L/D hypersonic reentry vehicles," *Aerospace Science and Technology*, vol. 89, pp. 150-162, 2019.
- [43] H. Wang, M. Gu, Q. Yu, Y. Tao, J. Li, H. Fei, et al., "Adaptive and large-scale service composition based on deep reinforcement learning," *Knowledge-Based Systems*, vol. 180, pp. 75-90, 2019.
- [44] L.-s. He and D.-j. Xu, "Optimal trajectory and heat load analysis of different shape lifting reentry vehicles for medium range application," *Defence Technology*, vol. 11, pp. 350-361, 2015.
- [45] K.-Y. Tu, M. S. Munir, K. D. Mease, and D. S. Bayard, "Drag-based predictive tracking guidance for Mars precision landing," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, pp. 620-628, 2000.
- [46] S. Ishimoto, "Nonlinear entry trajectory control using drag-to-altitude transformation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, pp. 378-380, 2000.
- [47] F. Marchetti, E. Minisci, and A. Riccardi, "Single-stage to orbit ascent trajectory optimisation with reliable evolutionary initial guess," *Optimization and Engineering*, pp. 1-26, 2021.
- [48] A. Abbadi, R. Matousek, P. Osmera, and L. Knispel, "Spatial guidance to RRT planner using cell-decomposition algorithm," in *20th international conference on soft computing, MENDEL*, 2014.
- [49] Y. Wu, B. Yan, and X. Qu, "Improved chicken swarm optimization method for reentry trajectory optimization," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2018, 2018.
- [50] P. Cheng, Z. Shen, and S. M. LaValle, "RRT-based trajectory design for autonomous automobiles and spacecraft," *Archives of control science*, vol. 11, pp. 167-194, 2001.
- [51] E. Frazzoli, M. A. Dahleh, and E. Feron, "Real-time motion planning for agile autonomous vehicles," *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 25, pp. 116-129, 2002.
- and Applications, vol. 191, pp. 794-822, 2021.
- [28] X. Guoqiang, "Launch Vehicle Reconfigurable Guidance Method Based on Online Trajectory Optimization," *中国航天 (英文版)*, vol. 22, pp. 20-27, 2021.
- [29] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control* vol. 199: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [30] O. A. Yakimenko, "Direct method for rapid prototyping of near-optimal aircraft trajectories," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, pp. 865-875, 2000.
- [31] D. B. Doman and M. W. Oppenheimer, "Integrated Adaptive Guidance and Control for Space Access Vehicles, Volume 1: Reconfigurable Control Law for X-40A Approach and Landing," AFRL IAG&C Technical Report.
- [32] P. J. Shaffer, "Optimal trajectory reconfiguration and retargeting for the X-33 reusable launch vehicle," NAVAL POSTGRADUATE SCHOOL MONTEREY CA2004.
- [33] G. Chen, L.-l. Dong, G.-r. Yan, M. Xu, and S.-l. Chen, "Recent status and development review of spacecraft reentry guidance methods," *FLIGHT DYNAMICS-XIAN-*, vol. 26, p. 1, 2008.
- [34] v. s. Lobanov, "Reentry Guidance Algorithms of Space Vehicles in the Earth Atmosphere," presented at the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2002.
- [35] W. Qing, R. Maopeng, and Z. Yang, "Reentry Guidance for Hypersonic Vehicle Based on Predictor- Corrector Method," *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, vol. 39, p. 1563, 2013.
- [36] M. Mortazavi, "Trajectory determination using inverse dynamics and reentry trajectory optimization," *Ph. D. Thesis, Moscow Aviation Institute*, 2000.
- [37] R. Esmaelzadeh, A. Naghash, and M. Mortazavi, "An Explicit Reentry Guidance Law Using Bezier Curves," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, vol. 50, pp. 225-230, 2008.
- [38] A. Naghash, R. Esmaelzadeh, M. Mortazavi, and R. Jamilnia, "Near optimal guidance law for descent to a point using inverse problem approach," *Aerospace Science and Technology*, vol. 12, pp. 241-247, 2008.
- [39] N. Mahmoodian, "Guidance and Control in Reentry Guidance based on Nominal Trajectory Tracking," MS Thesis, KNT University of Technology ( In Persian), 2001.

- International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 18, p. 17298814211019220, 2021.
- [57] V. Norman-Gerum and J. McPhee, "Constrained dynamic optimization of sit-to-stand motion driven by Bézier curves," *Journal of biomechanical engineering*, vol. 140, 2018.
- [58] C. Scheiderer, T. Thun, and T. Meisen, "Bezier curve based continuous and smooth motion planning for self-learning industrial robots," *Procedia Manufacturing*, vol. 38, pp. 423-430, 2019.
- [59] K. Judd and T. McLain, "Spline based path planning for unmanned air vehicles," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2001, p. 4238.
- [60] H. Duan and S. Li, "Artificial bee colony-based direct collocation for reentry trajectory optimization of hypersonic vehicle," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 51, pp. 615-626, 2015.
- [52] G. Barton and S. Tragesser, "Autolanding trajectory design for the X-34," in *24th Atmospheric Flight Mechanics Conference*, 1999, p. 4161.
- [53] A. C. Grubler, "New methodologies for onboard generation of terminal area energy management trajectories for autonomous reusable launch vehicles," Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [54] G. H. Barton, A. C. Grubler, and T. R. Dyckman, "New methodologies for onboard generation of TAEM trajectories for autonomous RLVs," in *2002 core technologies for space systems conference*, 2002.
- [55] Ü. Dinçer and M. Çevik, "Improved trajectory planning of an industrial parallel mechanism by a composite polynomial consisting of Bézier curves and cubic polynomials," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 132, pp. 248-263, 2019.
- [56] B. Zhang and D. Zhu, "A new method on motion planning for mobile robots using jump point search and Bezier curves,"