



(علمی - پژوهشی)

# تحلیل فرکانسی صفحات الیاف- فلز سفتی متغیر با تکیه گاه‌های ساده در راستای طول تحت بار حرارتی با استفاده از روش نوار محدود نیمه تحلیلی

امروزه در سطح دنیا با پیشرفت روز افزون تکنولوژی‌های ساخت و طراحی، امکان ساخت کامپوزیت‌های الیاف- فلز با سفتی متغیر فراهم شده است. این کامپوزیت‌ها با توجه به دارا بودن مزایای همزمان فلز و کامپوزیت، در صنایع مختلف به ویژه در صنعت هوایی بسیار کاربرد دارند. به عنوان نوآوری در این پژوهش، تحلیل فرکانسی صفحات لایه‌های الیاف- فلز سفتی متغیر تحت بار حرارتی با روش نوار محدود نیمه تحلیلی بر مبنای تئوری کلاسیک صفحات مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا، اثرات شرایط مرزی، لایه چینی، تعداد لایه‌ها و اثر ابعاد هندسی بر رفتار فرکانسی صفحات فوق مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج حاصله نشان می‌دهد فرکانس صفحات الیاف- فلز سفتی متغیر در شرایط مرزی مختلف با افزایش درجه حرارت، ضخامت و قیدهای صفحه افزایش می‌یابد. تغییر راستای الیاف و تغییر ابعاد هندسی نیز بر فرکانس صفحات تاثیرگذار است. جهت صحت سنجی، بخشی از نتایج با چند مرجع مختلف مقایسه و درستی نتایج تایید شده است.

**واژه‌های کلیدی:** صفحات لایه‌های الیاف- فلز سفتی متغیر، روش نوار محدود، بار حرارتی

## Frequency Analysis of Variable Stiffness Fiber- Metal Plates with Simply Supported Edges in the Longitudinal Direction under Thermal Load using Semi- Analytical Finite Strip Method

Nowadays in the world, due to increasing development of fabrication and design, fabrication of composite materials with variable stiffness are provided. These composites are widely used in various industries, especially in the aviation industry due to the simultaneous benefits of metal and composite. As an innovation in this research, the frequency analysis of variable stiffness fiber-metal laminated plates under thermal load are investigated using the semi-analytical finite strip method based on the classical laminated plate theory. In this regard, the effects of boundary conditions, stacking sequences, number of layers and effect of geometric dimensions on the frequency behavior of mentioned plates are studied. The results show that frequency of variable stiffness fiber metal laminated plates by increasing the temperature, thickness and boundary constraints in different boundary conditions are increased. Also, the stacking sequences and plate dimensions are affected the frequency of plates. To check the validity, some of results are compared with several different references and show a good agreement.

**Keywords:** Variable Stiffness Fiber-Metal Laminated Plates, Finite Strip Method, Thermal Load

هادی قشوجی برق<sup>۱\*</sup>، علی دهقانی<sup>۲\*\*</sup> و علی میرزائی کهن<sup>۳\*\*\*</sup>

۱- گروه مهندسی صنایع، مکانیک و هوافضا، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا، بوئین زهرا، قزوین، ایران، کد پستی: ۳۴۵۱۸۶۳۹۱

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

۳- گروه هوایی، دانشگاه علوم انتظامی امین، تهران، ایران

\* استادیار (نویسنده پاسخگو)

ایمیل: Ghashochi.b@bzte.ac.ir

\*\* کارشناسی ارشد

\*\*\* استادیار

Hadi Ghashochi-Bargh<sup>\*1</sup>, Ali Dehghani<sup>\*\*2</sup>, Ali Mirzaee Kahagh<sup>\*\*\*3</sup>

1- Department of Industrial, Mechanical and Aerospace Engineering, Buein Zahra Technical University, Buein Zahra, Ghazvin, Tehran, IRAN, Postal Code (3451866391)

2- Faculty of Aerospace Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, IRAN

3- Department of Aviation, Amin University of Police Sciences, Tehran, IRAN

\* Assistant Professor (Corresponding Author)

Email: Ghashochi.b@bzte.ac.ir

\*\* M.Sc. Student

\*\*\* Assistant Professor

## (علمی - پژوهشی)

هادی قشوجی برق، علی دهقانی و علی میرزایی کهق

## مقدمه

امروزه توسعه فناوری‌های تولید مواد کامپوزیتی با الیاف منحنی شکل این امکان را برای محققان فراهم کرده است تا کامپوزیت‌هایی با عملکرد مکانیکی مطلوب تر نسبت به ساختارهای سنتی ارائه نمایند. همچنین امروزه استفاده از کامپوزیت‌های الیاف- فلز با توجه به دارا بودن همزمان ویژگی‌های مطلوب فلز و کامپوزیت بسیار مورد توجه صنعتگران قرار گرفته است و موجب شده است، ارائه روش‌های تحلیل کارآمدتر برای سازه‌های فوق به یک هدف مهم برای بسیاری از محققان تبدیل شود. در کامپوزیت‌های لایه‌ای با سفتی ثابت، لایه‌ها دارای الیاف مستقیم هستند و یا به عبارتی الیاف در یک لایه در طول صفحه دارای شیب ثابت می‌باشند. در صفحات با سفتی متغیر (VSCL)، در طول صفحه، شیب الیاف می‌تواند تغییر کند و از آنجایی که الیاف در هر نقطه می‌توانند دارای شیب متفاوتی باشند، سفتی، تابعی از موقعیت مکانی است. در اولین مراحل توسعه صفحات VSCL در دهه نود، برخی از پژوهشگران خصوصیات قابل توجه این مواد را در کماتش و تغییر شکل‌های استاتیکی بررسی کردند. در ادامه، به دلیل اهمیت پدیده‌های ارتعاشی همچون رزونانس در سازه‌هایی که تحت بارهای دینامیکی و بارهای ناشی از اجزاء گردنده قرار دارند، محققان مطالعات متعددی را در مورد ارتعاش صفحات چند لایه گزارش دادند که در ادامه به برخی از این مطالعات اشاره خواهد شد.

اخوان و ریبریو [24] در سال ۲۰۱۱، فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مود ارتعاشی ورق‌های VSCL با الیاف منحنی شکل را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها برای تحلیل از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه‌ی سوم و روش المان محدود استفاده کردند و با انجام این تحلیل تاثیر استفاده از الیاف منحنی شکل را به جای الیاف مستقیم در ورق‌های کامپوزیت لایه‌ای روی شکل‌های مود و فرکانس‌های طبیعی بررسی کردند. بررسی آنها نشان می‌داد، استفاده از ورق‌های VSCL می‌تواند شکل‌های مود ارتعاشی را تغییر داده و منجر به کاهش یا افزایش قابل ملاحظه فرکانس‌های طبیعی شود. قشوجی برق و صدر [2] در سال ۲۰۱۱ با استفاده از ترکیب الگوریتم ژنتیک نخبه گرا و روش نوار محدود، بهینه سازی فرکانس طبیعی صفحات چند لایه الیاف- فلز را انجام دادند. در این پژوهش تعداد لایه‌ها، زاویه جهت گیری الیاف لایه‌های داخلی، شرایط مرزی و نسبت طول به عرض صفحه به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده‌اند. آنها برای محاسبه فرکانس طبیعی از یک روش نوار محدود نیمه تحلیلی بر مبنای تئوری کلاسیک صفحات استفاده و تابع برازش را محاسبه کردند. قشوجی برق و صدر [3] در سال ۲۰۱۳ به بهینه سازی فرکانس

طبیعی صفحات چند لایه الیاف- فلز با استفاده از ترکیب الگوریتم ازدحام توده ذرات و روش نوار محدود پرداختند. در این پژوهش تعداد لایه‌ها، ضخامت صفحات فلزی، زاویه الیاف، شرایط مرزی و نسبت طول به عرض صفحه به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده‌اند. در این پژوهش برتری الگوریتم ازدحام توده ذرات نسبت به الگوریتم ژنتیک ساده نشان داده شد. سرخی، فال و میلانی [4] در سال ۲۰۲۰ به بررسی ارتعاش صفحات کامپوزیت FGM در محیط حرارتی با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا پرداختند و اثر نیروهای داخل صفحه بر فرکانس صفحه را بررسی کردند. در پژوهش مذکور نتایج عددی متعددی برای نشان دادن تاثیر دما بر فرکانس‌های ورق‌های کامپوزیت به صورت تحلیلی ارائه شد. گوپتا و پرادایونا [5] در سال ۲۰۲۲ تحلیل غیرخطی ارتعاشات آزاد و اجباری پوسته‌های کامپوزیتی و ساندویچی سفتی متغیر را با استفاده از یک تئوری مرتبه بالا انجام دادند و نتایج بدست آمده را با چند روش دیگر مقایسه کردند. آنها در این تحلیل از روش مقدار ویژه در ارتعاش آزاد و از روش نیومارک در ارتعاش اجباری بهره گرفتند. راشد و دمیر [6] در سال ۲۰۲۲ به بهینه سازی فرکانسی کامپوزیت‌های سفتی متغیر با در نظر گرفتن قیدهای ساخت پرداختند. آنها در این بهینه سازی از روش المان محدود استفاده کرده و اثر زوایای لایه‌ها در فرکانس سازه را بررسی کردند. همچنین نتایج بدست آمده از این تحقیق را با نتایج پژوهش‌های دیگر مقایسه کرده و در نهایت مدل بهبود یافته فرکانسی را پیشنهاد دادند. شیردل و همکاران [7] در سال ۲۰۲۲ به بررسی استاتیکی و ارتعاشی و کنترل دینامیکی صفحات کامپوزیتی سفتی متغیر هوشمند دارای جدایش پرداختند. آنها در این بررسی از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه‌ی اول و روش المان محدود جهت مدل سازی استفاده و اثر اندازه‌های مختلف جدایش لایه‌ها و موقعیت‌های مختلف آن بر رفتار دینامیکی و استاتیکی صفحات فوق را مورد مطالعه قرار دادند. میلازو [8] در سال ۲۰۲۲ ارتعاشات آزاد صفحات کامپوزیتی سفتی متغیر دارای ترک را با روش توسعه یافته ریتز مطالعه نمود. ایشان با اعتبارسنجی نتایج حاصل از پژوهش، به بررسی قابلیت‌های روش پیشنهادی پرداخت و راهکارهایی جهت طراحی سازه‌های سفتی متغیر مقاوم در برابر آسیب ارائه نمود. دارابی و همکاران [9] در سال ۲۰۲۲ تحلیل ارتعاشات آزاد تیرهای چند لایه کامپوزیتی با الیاف منحنی شکل را با استفاده از چند تئوری بهبود یافته مطالعه و تاثیر لایه چینی و شرایط مرزی مختلف بر فرکانس چند لایه‌های فوق را بررسی کردند. وسکوینی [10] در سال ۲۰۲۲ از روش بی مش بر پایه توابع R و روش ریتز جهت تجزیه و تحلیل پل‌های سفتی متغیر با هندسه‌های پیچیده استفاده نمود. بررسی ایشان نشان می‌داد،

در این تئوری زاویه چرخش خط نرمال همواره تابعی از خیز است. این فرض، یک قید را بر خمش صفحه اعمال می کند. در این تئوری مولفه های تغییر مکان به صورت زیر محاسبه می شوند [2-3]:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - Z \cdot \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - Z \cdot \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $(u_0, v_0, w_0)$  تغییر مکان ها در امتداد محورها و بر روی صفحه میانی (صفحه  $x-y$ ) می باشند. در حقیقت فرم رابطه (۱) اجازه می دهد که مسئله سه بعدی خمش صفحه به صورت یک مساله دو بعدی مدل شود و در حقیقت تنها کافی است که خمش صفحه میانی ( $Z=0$ ) مطالعه شود و با مشخص شدن  $(u_0, v_0, w_0)$  برای هر نقطه صفحه میانی، تغییر مکان های سایر نقاط محیط پیوسته نیز از رابطه (۱) محاسبه شوند. با توجه به صفر بودن کرنش های خارج صفحه در تئوری کلاسیک خمش صفحات ( $\epsilon_{13}, \epsilon_{23}, \epsilon_{33} = 0$ )، سایر عناصر تانسور کرنش گرین، به صورت ساده زیر محاسبه می شوند.

$$\begin{aligned} \{\bar{\epsilon}\} &= \{\epsilon\} + z\{\psi\} \\ \{\epsilon\} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \{\psi\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y \partial x} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

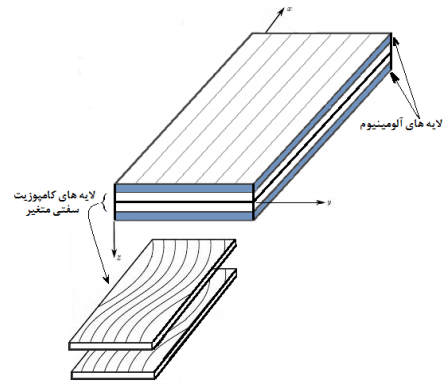
با توجه به رابطه (۲) مشاهده می شود که  $\epsilon$  معرف کرنش بر روی صفحه میانی و  $\psi$  معرف بردار انحناء چرخش مربوط به صفحه میانی و  $Z$  معرف فاصله از صفحه میانی است. در رابطه (۲) با داشتن توابع تغییر مکان صفحه میانی، می توان کرنش هر نقطه از صفحه را بر اساس تئوری کلاسیک خمشی صفحات محاسبه نمود [12].

برای یک تک لایه ارتوتروپ رابطه هوک را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_{12} \end{Bmatrix} \\ Q_{12} &= \frac{E_2 \cdot \nu_{12}}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \end{aligned} \quad (3)$$

روش پیشنهادی برای هندسه های پیچیده با تعداد درجات آزادی پایین، پاسخی با خطای ناچیز ارائه می دهد. مرزوی و همکاران [11] در سال ۲۰۲۲ به بررسی تجربی و عددی ارتعاشی چندلایه های الیاف - فلز پرداختند. آنها در این مطالعه سه لایه چینی متفاوت را با روش لایه چینی دستی به روش تجربی بررسی و نتایج بدست آمده را با روش المان محدود مقایسه نمودند. بررسی آنها نشان می داد شرایط مرزی تاثیر بسیار زیادی در پاسخ های بدست آمده در لایه چینی های مختلف دارد و در صورت عدم اعمال صحیح، می تواند باعث افزایش اختلاف بین نتایج تجربی و عددی گردد.

در ادامه پژوهش های انجام شده، در تحقیق حاضر، تغییرات فرکانس صفحات الیاف - فلز سفتی متغیر با تکیه گاه های ساده در راستای طول تحت بار حرارتی در شرایط مرزی مختلف، لایه چینی های متفاوت، تغییرات دما و تعداد لایه های مختلف و همچنین در نسبت منطری های مختلف با استفاده از تئوری کلاسیک صفحات مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در این تحقیق از روش نوار محدود نیمه تحلیلی جهت محاسبات استفاده شده است. زمان تحلیل در این روش با توجه به تعداد درجات آزادی کمتر نسبت به روش المان محدود کمتر می باشد. نمونه ای از سازه مورد تحلیل در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل (۱): نمونه ای از سازه صفحه های الیاف - فلز سفتی متغیر تقسیم شده به نوارهای محدود

## روش نوار محدود و تئوری کلاسیک خمش صفحات

در ساخت و انتخاب پهنای همواره چالش هایی وجود دارد. شناخت پارامترهای فنی به عنوان عوامل محدودکننده یا تعیین کننده در این حوزه حائز اهمیت است. در شکل ۲ چالش ها و پارامترهای فنی حوزه پهنای به صورت اینفوگرافیک نشان داده شده است. در ادامه به معرفی پارامترها و ارائه چالش ها پرداخته می شود. بر اساس تئوری کلاسیک خمش صفحات، کرنش نرمال خارج صفحه ( $\epsilon_{xx}$ ) و کرنش های برشی  $\gamma_{yz}$  و  $\gamma_{xz}$  برابر صفر هستند.

(علمی - پژوهشی)

هادی قشوجی برق، علی دهقانی و علی میرزایی کهق

در نتیجه نیروها و ممان‌های عمل کننده بر صفحه برابر خواهند بود با [14-16]:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \psi_x \\ \psi_y \\ \psi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (۶)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \psi_x \\ \psi_y \\ \psi_{xy} \end{Bmatrix}$$

همچنین نیروهای عمل کننده بر صفحه ناشی از بار حرارتی از رابطه زیر محاسبه شده‌است:

$$\{N_x, N_y, N_{xy}\}^T = \sum_{k=1}^{z_k} [Q_{xy}^{(k)}(x)] \{\alpha\}_k dz \quad (۷)$$

در رابطه (۷)  $\{\alpha\}_k$  شامل مولفه‌های ضرایب انبساط حرارتی در هر لایه است که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\{\alpha\}_k = \{\alpha_x, \alpha_y, \alpha_{xy}\}^T = [T] \{\alpha_1, \alpha_2\}_k^T (\Delta T)$$

که در آن:

$\Delta T$ : تغییرات درجه حرارت

$\alpha_1$ : ضریب انبساط حرارتی در راستای طولی

$\alpha_2$ : ضریب انبساط حرارتی در راستای عرضی

و

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta(x) & \sin^2 \theta(x) \\ \sin^2 \theta(x) & \cos^2 \theta(x) \\ \sin 2\theta(x) & -\sin 2\theta(x) \end{bmatrix}$$

در مجموع انرژی پتانسیل ذخیره شده در یک نوار محدود را می‌توان از رابطه (۸) بدست آورد:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} dv \quad (۸)$$

که  $\sigma_{ij}$  تانسور تنش،  $\varepsilon_{ij}$  تانسور کرنش و  $dv$  المان حجم نوار می‌باشند. انرژی فوق را با انتگرال گیری بر روی ضخامت می‌توان به صورت رابطه زیر ساده کرد:

$$U = \frac{1}{2} \iint \{(\varepsilon_i^{0T} \cdot [A] \cdot \varepsilon_i^0 - 2\varepsilon_i^{0T} \cdot [B] \cdot \psi + \psi^T \cdot [D] \cdot \psi)\} dx \cdot dy \quad (۹-الف)$$

همان طوری که از رابطه (۹-الف) مشاهده می‌شود، انرژی پتانسیل ذخیره شده در یک نوار محدود مرکب ارتباط کاملاً مستقیمی با نحوه چیدن و آرایش لایه‌ها در ماده مرکب دارد. با توجه به رابطه بالا داریم:

$$U_{Elastic} = U_{Membrane} + U_{Coupling} + U_{bending} \quad (۹-ب)$$

$$U_{Membrane} = \frac{1}{2} \iint \varepsilon_i^{0T} \cdot [A] \cdot \varepsilon_i^0 dx \cdot dy$$

به علت اینکه تک لایه‌ها خیلی نازک فرض می‌شوند، پس می‌توان تنش را تنش صفحه‌ای در نظر گرفت. رابطه فوق بیان قانون هوک برای یک تک لایه می‌باشد که در مختصات اصلی تک لایه نوشته شده‌است. این رابطه برای کامپوزیت‌های سفتی متغیر در دستگاه مرجع (x-y) که با دستگاه مختصات اصلی اختلاف زاویه ای برابر  $\theta(x)$  دارد، به فرم زیر بیان می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}(x) & \bar{Q}_{12}(x) & \bar{Q}_{16}(x) \\ \bar{Q}_{12}(x) & \bar{Q}_{22}(x) & \bar{Q}_{26}(x) \\ \bar{Q}_{16}(x) & \bar{Q}_{26}(x) & \bar{Q}_{66}(x) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (۴)$$

در رابطه (۴) داریم:

$$\bar{Q}_{11}(x) = Q_{11} \cos^4 \theta(x) + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta(x) \cos^2 \theta(x) + Q_{22} \sin^4 \theta(x)$$

$$\bar{Q}_{12}(x) = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta(x) \cos^2 \theta(x) + Q_{12} (\sin^4 \theta(x) + \cos^4 \theta(x))$$

$$\bar{Q}_{22}(x) = Q_{11} \sin^4 \theta(x) + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta(x) \cos^2 \theta(x) + Q_{22} \cos^4 \theta(x)$$

$$\bar{Q}_{16}(x) = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta(x) \cos^3 \theta(x) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta(x) \cos \theta(x)$$

$$\bar{Q}_{26}(x) = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta(x) \cos \theta(x) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta(x) \cos^3 \theta(x)$$

$$\bar{Q}_{66}(x) = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta(x) \cos^2 \theta(x) + Q_{66} (\sin^4 \theta(x) + \cos^4 \theta(x))$$

در رابطه (۴) زاویه  $\theta(x)$  برای هر لایه از عبارت زیر محاسبه می‌شود [13]:

$$\theta^k(x) = \frac{2(T_1^k - T_0^k)}{a} \left| x - \frac{a}{2} \right| + T_0^k$$

که در آن:

$a$ : طول صفحه

$T_0^k$ : زاویه جهت گیری الیاف در مرکز صفحه

$T_1^k$ : زاویه جهت گیری الیاف در دو انتهای صفحه ( $x=0, a$ )

در این حالت ماتریس‌های سفتی داخل صفحه (A(x)) و ماتریس کوپلینگ نیروهای داخل صفحه و خارج صفحه (B(x)) و ماتریس سفتی نیروهای خارج صفحه (D(x)) به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$A(x) = \sum_{k=1}^L \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} \bar{Q}_{xy}^{(k)}(x) \cdot dz = \sum_{k=1}^L \bar{Q}_{xy}^{(k)}(x) (Z_{k+1} - Z_k) \quad (۵)$$

$$B(x) = \sum_{k=1}^L \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} \bar{Q}_{xy}^{(k)}(x) \cdot z \cdot dz = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^L \bar{Q}_{xy}^{(k)}(x) (Z_{k+1}^2 - Z_k^2)$$

$$D(x) = \sum_{k=1}^L \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} \bar{Q}_{xy}^{(k)}(x) \cdot z^2 \cdot dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^L \bar{Q}_{xy}^{(k)}(x) (Z_{k+1}^3 - Z_k^3)$$

$$U_m = \iint \left[ \frac{1}{2} N_x \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} N_y \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + N_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (10)$$

که در آن  $N_x$ ،  $N_y$  و  $N_{xy}$  بارهای حرارتی می باشند که از رابطه (۷) بدست می آیند.

انرژی پتانسیل کل برابر مجموع دو انرژی پتانسیل مذکور می باشد. همچنین انرژی جنبشی برای یک نوار محدود به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$T = \frac{1}{2} \left( \dot{u}_n^{0T} \left[ \iint_{S^e} \rho t . (N^{uT} . N^u) dS \right] \dot{u}_n^0 + \dot{v}_n^{0T} \left[ \iint_{S^e} \rho t . (N^{vT} . N^v) dS \right] \dot{v}_n^0 + \dot{w}_n^{0T} \left[ \iint_{S^e} \rho t . (N^{wT} . N^w) dS \right] \dot{w}_n^0 \right) \quad (11)$$

در پژوهش حاضر جهت محاسبه ماتریس های سفتی و جرم از روش نوار محدود استفاده شده است. در این روش، تغییرات توابع جابه جایی در جهت طولی با توابع هارمونیک و در جهت عرضی با توابع چندجمله ای تخمین زده شده است. روش نوار محدود روشی است که تنها در تحلیل سازه های صفحه ای منشوری شکل دارای سطح مقطع ثابت در امتداد طول کاربرد دارد یا به عبارت دیگر در سازه هایی که بتوان آنها را به یک سری نوارهای محدود طولی تقسیم کرد.

در این تحقیق از آنجا که در تئوری کلاسیک تنها سه تابع جابجایی  $u$ ،  $v$  و  $w$  لحاظ می شوند، در فرمولاسیون روش نوار محدود نیز این سه تابع تغییر مکان در نظر گرفته شده اند.  $u$  و  $v$  معرف تغییر مکان های داخل صفحه و  $w$  معرف تغییر مکان خارج از صفحه هستند. به منظور تعیین توابع جابجایی از ایده روش جدا سازی متغیرها استفاده می گردد، یعنی با تعریف یک سری توابع بر روی مرزهای نوار، می توان توابع جابجایی را به صورت یک سری از حاصل ضرب آنها بیان کرد.

$$u^0(x, y, t) = \sum_{n=1}^m f_n^u(x) . g_n^u(y) . A_n^u(t)$$

$$v^0(x, y, t) = \sum_{n=1}^n f_n^v(x) . g_n^v(y) . A_n^v(t) \quad (16)$$

$$w^0(x, y, t) = \sum_{n=1}^{nw} f_n^w(x) . g_n^w(y) . A_n^w(t)$$

که توابع  $f$  و  $g$  بایستی شرایط مرزی را بر روی مرزهای نوار اجابت نمایند. بنابراین باید یک سری توابع شکلی در جهت طولی و همچنین در جهت عرضی تعریف شود و باتوجه به اینکه شکل مدهای طبیعی یک نوار الاستیک به صورت توابع هارمونیک است، می توان در تعیین توابع شکلی در جهت طولی نوار از توابع شکلی هارمونیک استفاده نمود. توابع شکلی در جهت

$$U_{Bending} = \frac{1}{2} \iint \psi^T . [D] . \psi dx dy$$

$$U_{Coupling} = \iint \varepsilon_i^{0T} . [B] . \psi dx dy$$

برای حالتی که آرایش لایه چینی صفحه متقارن باشد داریم:

$$[B] = 0 \rightarrow U_{Coupling} = 0$$

همچنین انرژی پتانسیل ناشی از بارگذاری حرارتی از رابطه زیر بدست می آید:

در رابطه (۱۱)،  $t$  ضخامت صفحه بوده و جملات داخل کروشه ماتریس های جرمی را تشکیل می دهند. برای بدست آوردن معادلات حرکت از معادلات انرژی، از روش لاگرانژ استفاده شده است. این معادله برای سیستم  $n$  درجه آزادی کنسرواتو بصورت زیر می باشد:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = 0 \quad i=1, 2, \dots, n \quad (12)$$

که در آن  $T$  انرژی جنبشی،  $U$  انرژی پتانسیل،  $q_i$  مختصات عمومی مستقل سیستم می باشند. با جایگزینی انرژی پتانسیل و جنبشی بدست آمده در معادله لاگرانژ، معادله حرکت سازه به صورت زیر بدست می آید.

$$[K]_{total} \{ \hat{u}_n \} - \omega^2 [M]_{total} \{ \hat{u}_n \} = 0 \quad (13)$$

با فرض  $\hat{u}_n \neq 0$  خواهیم داشت:

$$|[K]_{total} - \omega^2 [M]_{total}| = 0 \quad (14)$$

عبارت فوق، عبارتی مقدار ویژه است که در آن  $\omega$  فرکانس های طبیعی سازه بر حسب رادیان بر ثانیه بوده و به صورت زیر نرمالیزه شده و در نتیجه  $\Omega$  به عنوان یک پارامتر فرکانسی بدست خواهد آمد [17,18].

$$\Omega = \omega . L^2 \left( \frac{\rho}{D_0} \right)^{1/2} \quad (15)$$

در رابطه فوق  $\rho$  چگالی،  $L$  طول صفحه و  $D_0$  ضلبيت سفتی مرجع بوده و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$D_0 = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})}$$

در معادله بدست آمده کوچکترین فرکانس حاصله، فرکانس طبیعی اول نرمالیزه شده سازه می باشد.

(علمی - پژوهشی)

هادی قشوجی برق، علی دهقانی و علی میرزایی کهق

آنجا که توابع هارمونیک مثلثاتی  $\cos(\frac{n\pi x}{l})$  و  $\sin(\frac{n\pi x}{l})$  خود و مشتقاتشان پیوسته هستند، پس شرط پیوستگی در جهت طولی اجابت می‌شود. همچنین برای بیان تغییرات توابع جابجایی در عرض نوار محدود، از توابع چند جمله‌ای استفاده شده‌است. با توجه به اینکه در رابطه انرژی تنها مشتق اول  $u$  و  $v$  و مشتق اول و دوم  $w$  وجود دارند، لذا به شرایط پیوستگی از نوع  $C^0$  برای بیان  $u$  و  $v$  و شرایط پیوستگی از نوع  $C^1$  برای بیان  $w$  نیاز است. در نهایت برای بیان  $u$  و  $v$  از توابع شکلی لاگرانژی و در بیان  $w$  از توابع شکلی هرمیتی استفاده گردیده‌است و داریم:

طولی نوار برای شرط مرزی تکیه گاه ساده و گیردار به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_n''(x) = \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right)$$

$$f_n^v(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right), \quad f_n^w(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) & \text{end simply supported} \\ \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) & \text{end clamped} \end{cases} \quad (17)$$

لازم به ذکر است که توابع شکلی نوار باید شرایط پیوستگی را بر روی مرزهای نوار اجابت کنند. همان گونه که اشاره شد توابع شکلی در جهت طولی، توابع هارمونیک فرض شدند و از

$$u^0(x, y, t) = \sum_{n=1}^{N1} [(1-\eta) \cdot u_{1n}(t) + \eta \cdot u_{2n}(t)] \cdot f_n''(x)$$

$$v^0(x, y, t) = \sum_{n=1}^{N1} [(1-\eta) \cdot v_{1n}(t) + \eta \cdot v_{2n}(t)] \cdot f_n^v(x) \quad (18)$$

$$w^0(x, y, t) = \sum_{n=1}^{N1} [(1-3\eta^2 + 2\eta^3) \cdot w_{1n}(t) + b_s \cdot (\eta - 2\eta^2 + \eta^3) \cdot \theta_{1n}(t) + (3\eta^2 - 2\eta^3) \cdot w_{2n}(t) + b_s \cdot (\eta^3 - \eta^2) \cdot \theta_{2n}(t)] \cdot f_n^w(x)$$

جدول (۱): اعتبارسنجی مدل با استفاده از مراجع مختلف برای صفحه با شرایط مرزی SSSS

روش مورد استفاده	فرکانس اول (Hz)	فرکانس دوم (Hz)	فرکانس سوم (Hz)
RRM [19]	۳۰۹/۴۸۷	۵۰۵/۱۷۸	۸۴۸/۲۳۸
CLT [20] IGA	۳۰۹/۳۱۵	۵۰۴/۷۹۱	۸۴۷/۷۴۸
HLT [21]	۳۰۸/۷۹۹	۵۰۳/۷۹۹	۸۴۵/۵۰۹
روش حاضر	۳۲۱/۱۳	۵۲۶/۵۴	۸۷۰/۹
بیشترین خطا (%)	۳/۹۹۳۲	۴/۵۱۳۹	۳/۰۰۳۰

جدول (۲): اعتبارسنجی مدل با استفاده از مراجع مختلف برای صفحه با شرایط مرزی CCCC

روش مورد استفاده	فرکانس اول (Hz)	فرکانس دوم (Hz)	فرکانس سوم (Hz)
CLT [20] IGA	۵۸۲/۱۸۹	۸۲۶/۲۳۲	۱۲۳۳/۷۹۷
HLT [21]	۵۷۹/۳۹۸	۸۲۱/۵۳۲	۱۲۲۵/۷۹
روش حاضر	۶۰۲/۲۲۱	۵۷۵/۸۴۶	۱۲۵۱/۸۰۱
بیشترین خطا (%)	۳/۹۴	۳/۰۵	۲/۱۲

در روابط فوق  $\eta = \frac{y}{b_s}$  و  $b_s$  عرض هر نوار است.

ارائه نتایج

در این پژوهش ابتدا فرکانس کامپوزیت سفتی متغیر با مراجع [19-21] مقایسه و صحت کد بررسی شده‌است. مشخصات کامپوزیت در این اعتبارسنجی مطابق با مرجع [20] به صورت زیر در نظر گرفته شده‌است:

$$E_1 = 173GPa, E_2 = 7.2GPa, G_{12} = 3.76GPa, \nu_{12} = 0.29, \rho = 1540(kg/m^3)$$

ابعاد صفحه در این بررسی برابر  $a=b=1m$  ضخامت کل صفحه برابر  $h=0.01m$  و چهار طرف صفحه تکیه‌گاه ساده (SSSS) و گیردار (CCCC) در نظر گرفته شده‌است. همچنین لایه چینی کامپوزیت برای صفحه SSSS به صورت  $\langle 30,0 \rangle, \langle 45,90 \rangle, \langle 30,0 \rangle$  و برای صفحه CCCC به صورت  $\langle 0,45 \rangle, \langle -45, - \rangle, \langle 0,45 \rangle$  می‌باشد. نتایج حاصله و درصد اختلاف بین نتایج برای شرط مرزی SSSS و CCCC به ترتیب در جداول (۱) و (۲) ارائه شده‌است. همان طور که مشاهده می‌شود، روش حاضر فرکانس سازه را کمی بالاتر تقریب می‌زند.

(علمی - پژوهشی)

تحلیل فرکانسی صفحات الیاف - فلز سفتی متغیر با تکیه گاه های ساده در راستای طول تحت ...

- (الف)  $[Al, < 30, 45 >, < 30, 45 >, < 30, 45 >, < 30, 45 >, Al]$
- (ب)  $[Al, < 30, 60 >, < 30, 60 >, < 30, 60 >, < 30, 60 >, Al]$
- (پ)  $[Al, < 30, 90 >, < 30, 90 >, < 30, 90 >, < 30, 90 >, Al]$
- (ت)  $[Al, < 30, 90 >, < 30, 90 >, Al]$
- (ث)  $[Al, < 30, 45 >, < 30, 45 >, Al]$

مشخصات کامپوزیت و آلومینیوم در این پژوهش به شرح زیر در نظر گرفته شده است. خواص و مشخصات لایه کامپوزیتی (T300/5208 graphite-epoxy) طبق مرجع [22] عبارتند از:

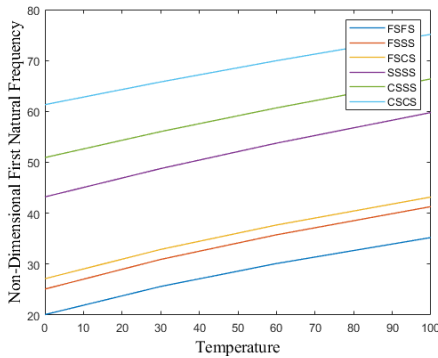
$$E_1 = 154.5GPa, E_2 = 11.13GPa, G_{12} = 6.98GPa, \nu_{12} = 0.304$$

$$\alpha_1 = -0.17 \times 10^{-6} (1/^\circ C), \alpha_2 = 23.1 \times 10^{-6} (1/^\circ C), \rho = 1560 (kg/m^3)$$

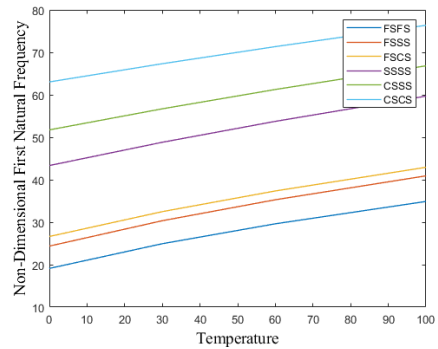
خواص لایه آلومینیومی (Al 2024-T3) طبق مرجع [23] عبارتند از:

$$E = 72.4GPa, \nu = 0.33, \alpha_1 = 12.45 \times 10^{-6} (1/^\circ C)$$

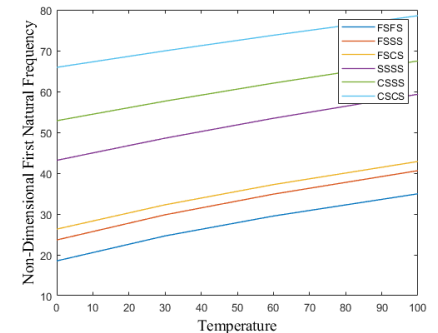
در پژوهش حاضر، جهت حصول حداقل تعداد نوار لازم جهت تحلیل، ابتدا نمودار همگرایی به ازای تعداد نوارهای مختلف برای دو صفحه ۴ لایه سفتی متغیر با شرایط مرزی CSCS و FSCS با لایه چینی  $[Al, < 30, 45 >, < 30, 45 >, Al]$  در دمای  $30^\circ C$  برای فرکانس اول بدست آمده است. در اشکال (۲) و (۳) نتایج این بررسی ارائه شده است. نتایج بدست آمده نشان می-دهد با انتخاب ۱۵ نوار می توان به دقت مطلوب دست یافت.



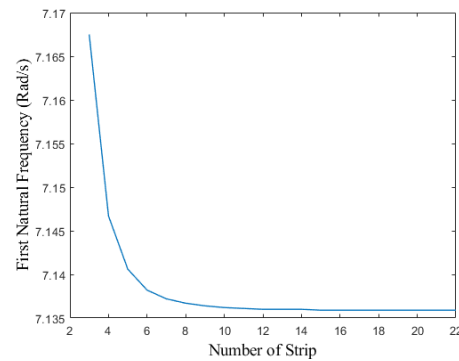
شکل (۴): فرکانس طبیعی اول بی بعد شده بر حسب تغییر دماهای مختلف و به ازای شرایط مرزی متفاوت برای حالت (الف)



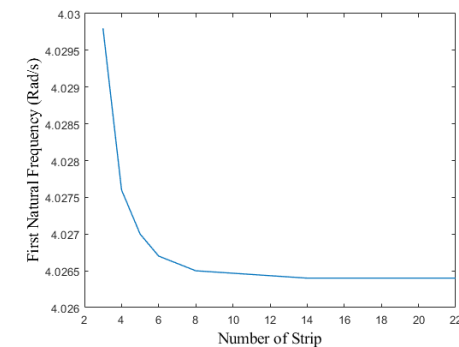
شکل (۵): فرکانس طبیعی اول بی بعد شده بر حسب تغییر دماهای مختلف و به ازای شرایط مرزی متفاوت برای حالت (ب)



شکل (۶): فرکانس طبیعی اول بی بعد شده بر حسب تغییر دماهای مختلف و به ازای شرایط مرزی متفاوت برای حالت (پ)



شکل (۲): نمودار همگرایی برای شرایط مرزی CSCS



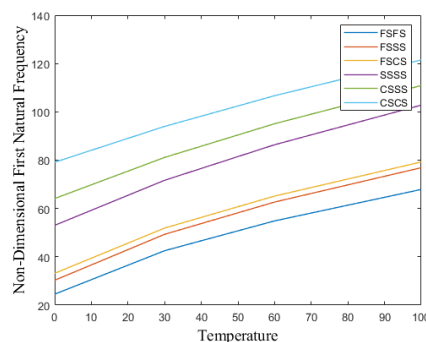
شکل (۳): نمودار همگرایی برای شرایط مرزی FSCS

تغییرات فرکانس طبیعی اول بی بعد شده برای یک سازه الیاف- فلز تحت بار حرارتی برای ۴ نوع لایه چینی و به ازای شرایط مرزی مختلف و تغییر درجه حرارت هایی به میزان  $0^\circ C, 30^\circ C, 60^\circ C, 100^\circ C$  برای نسبت منظری ۱ و ضخامت کل به ابعاد 0.01 در اشکال (۴) تا (۷) نشان داده شده است. در این پژوهش لایه چینی ها عبارتند از:

(علمی - پژوهشی)

هادی قشوجی برق، علی دهقانی و علی میرزایی کهق

شده برای حالت FSFS دارای کمترین مقدار و برای حالت CSCS دارای بیشترین مقدار است. همچنین بارگذاری حرارتی موجب افزایش فرکانس طبیعی می‌گردد و با افزایش دما، مقدار این افزایش، بیشتر است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد، با تغییر لایه چینی، فرکانس صفحه تغییر می‌کند. این تغییر نشان دهنده اهمیت لایه چینی در صفحات الیاف- فلز سفتی متغیر می‌باشد. در ادامه مقادیر پنج فرکانس اول برای لایه چینی‌های حالت (الف) و (ث) به ازای شرایط مرزی مختلف در دماهای  $30^{\circ}C$  و  $60^{\circ}C$  و نسبت منطری ۱ و ضخامت کل به ابعاد 0.01 برای حالت ضخامت کل ثابت و 0.015 برای حالت ضخامت هر لایه ثابت در جداول (۳) تا (۶) ارائه شده‌است. نتایج بدست آمده برای پنج فرکانس اول نیز نشان می‌دهند، با افزایش ضخامت و افزایش قیود صفحه فرکانس‌های صفحه افزایش می‌یابند. همچنین در اشکال (۸) تا (۱۰) پنج مد اول ارتعاشی برای لایه چینی حالت (ث) در دمای  $30^{\circ}C$  به ازای شرایط مرزی FSSS, FSCS, CSCS ارائه شده‌است.



شکل (۷): فرکانس طبیعی اول بی‌بعد شده بر حسب تغییر دماهای مختلف و به ازای شرایط مرزی متفاوت برای حالت (ت)

بررسی فرکانس اول بی‌بعد شده به ازای شرایط مرزی مختلف نشان می‌دهد، با ثابت بودن مقدار تغییرات درجه حرارت، هرچه قیدهای صفحه افزایش پیدا کند، مقدار فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد که تاثیر شرط مرزی گیردار در افزایش فرکانس بیشتر از شرط مرزی ساده است. در نتیجه فرکانس طبیعی بی‌بعد

جدول (۳): پنج فرکانس اول برای لایه چینی حالت (ث) در دمای  $30^{\circ}C$  درجه سانتی گراد

$\Delta T = 30^{\circ}C$	thickness /a=0.01				
Edges BCs	$\omega_1 (rad / s)$	$\omega_2 (rad / s)$	$\omega_3 (rad / s)$	$\omega_4 (rad / s)$	$\omega_5 (rad / s)$
FSFS	۳/۲۹۵۵	۵/۱۳۳۹	۹/۹۲۱۳	۱۷/۹۱۰۷	۲۹/۶۷۴۹
FSSS	۳/۸۴۰۰	۷/۶۲۹۰	۱۴/۷۶۷۳	۲۵/۶۶۳۶	۴۰/۵۱۲۴
FSCS	۴/۰۲۶۴	۸/۶۲۸۲	۱۶/۷۵۱۷	۲۸/۶۹۴۹	۴۴/۵۹۲۷
SSSS	۵/۵۶۶۷	۱۱/۷۶۱۹	۲۱/۸۱۲۱	۳۵/۷۹۳۰	۵۳/۷۳۹۸
CSSS	۶/۲۳۶۸	۱۳/۴۸۳۴	۲۴/۶۰۱۰	۳۹/۶۳۴۵	۵۸/۶۲۱۱
CSCS	۷/۱۳۵۹	۱۵/۴۸۲۷	۲۷/۶۶۷۳	۴۳/۷۴۷۳	۶۳/۷۶۹۱

جدول (۴): پنج فرکانس اول برای لایه چینی حالت (الف) در دمای  $30^{\circ}C$  درجه سانتی گراد

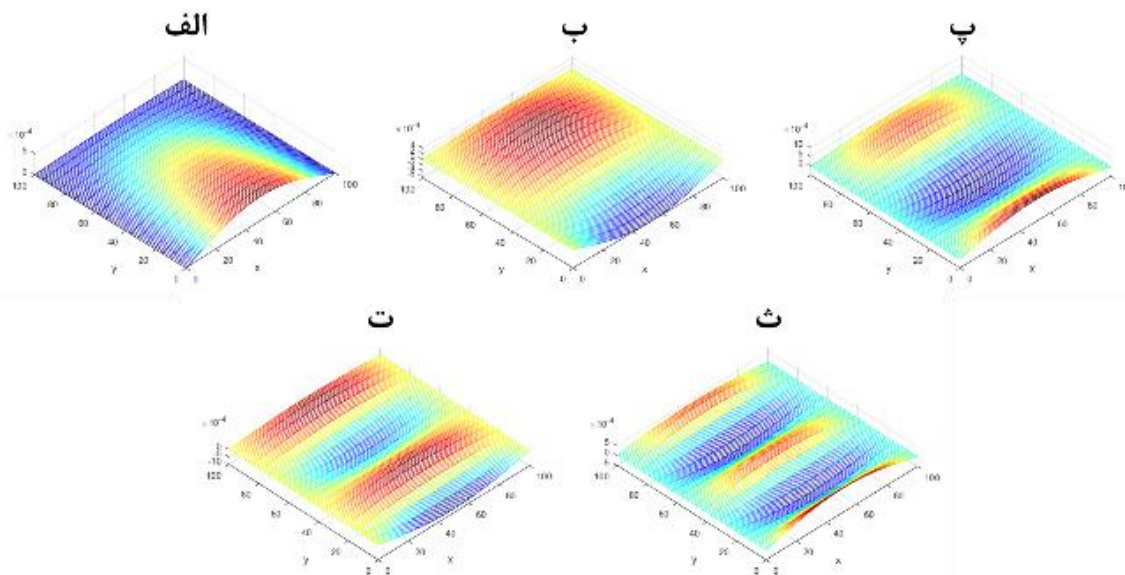
$\Delta T = 30^{\circ}C$	thickness /a=0.01				
Edges BCs	$\omega_1 (rad / s)$	$\omega_2 (rad / s)$	$\omega_3 (rad / s)$	$\omega_4 (rad / s)$	$\omega_5 (rad / s)$
FSFS	۲/۹۵۰۷	۴/۷۴۰۹	۹/۳۴۲۵	۱۶/۹۸۲۶	۲۸/۲۱۴۱
FSSS	۳/۴۹۳۱	۷/۱۷۱۳	۱۴/۰۰۹۸	۲۴/۴۱۵۰	۳۸/۵۷۸۸
FSCS	۳/۶۷۴۶	۸/۱۲۸۶	۱۵/۹۰۴۵	۲۷/۳۰۶۲	۴۲/۴۶۹۵
SSSS	۵/۲۰۶۱	۱۱/۱۶۹۳	۲۰/۷۷۱۱	۳۴/۱۰۵۴	۵۱/۲۱۳۶
CSSS	۵/۸۵۵۹	۱۲/۸۱۵۵	۲۳/۴۳۱۰	۳۷/۷۶۶۹	۵۵/۸۶۵۴
CSCS	۶/۷۳۴۲	۱۴/۷۲۵۶	۲۶/۳۵۴۹	۴۱/۶۸۶۹	۶۰/۷۷۱۳

جدول (۵): پنج فرکانس اول برای لایه چینی حالت (ث) در دمای  $60^{\circ}C$  درجه سانتی گراد

$\Delta T = 60^{\circ}C$	thickness /a=0.01				
Edge BCs	$\omega_1(rad / s)$	$\omega_2(rad / s)$	$\omega_3(rad / s)$	$\omega_4(rad / s)$	$\omega_5(rad / s)$
FSFS	۴/۲۲۴۲	۶/۴۱۷۱	۱۱/۷۵۵۲	۲۰/۰۷۵۵	۳۱/۹۴۹۶
FSSS	۴/۸۵۷۸	۹/۰۹۱۴	۱۶/۵۷۰۷	۲۷/۶۱۰۰	۴۲/۵۰۱۵
FSCS	۵/۰۳۷۹	۱۰/۰۶۴۸	۱۸/۴۸۳۰	۳۰/۵۴۶۵	۴۶/۴۸۶۹
SSSS	۶/۷۱۷۹	۱۳/۱۹۳۶	۲۳/۳۹۸۱	۳۷/۴۵۹۵	۵۵/۴۵۰۹
CSSS	۷/۳۳۷۳	۱۴/۸۲۴۲	۲۶/۰۸۷۵	۴۱/۲۰۶۶	۶۰/۲۴۶۴
CSCS	۸/۱۵۱۶	۱۶/۷۲۲۵	۲۹/۰۵۵۰	۴۵/۲۲۸۹	۶۵/۳۱۲۹

جدول (۶): پنج فرکانس اول برای لایه چینی حالت (الف) در دمای ۶۰ درجه سانتی گراد

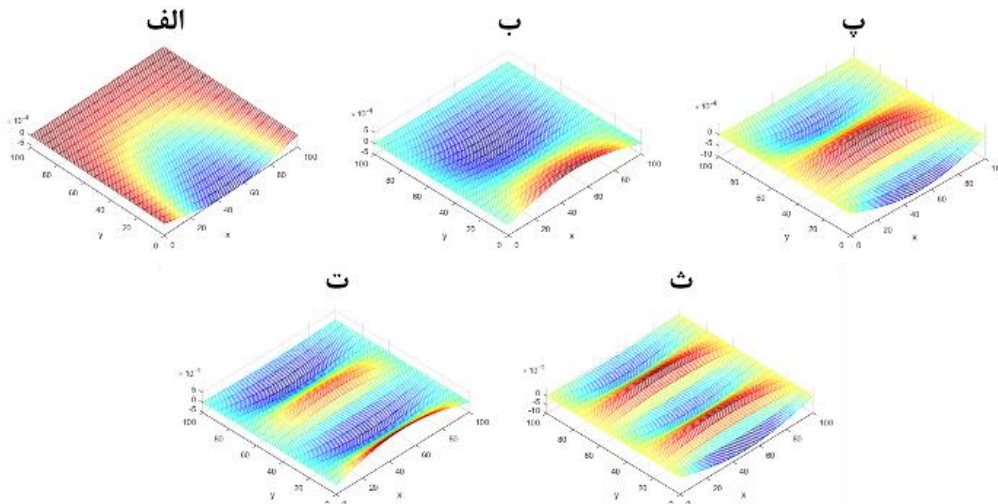
$\Delta T = 60^{\circ}C$	thickness /a=0.015				
Edges BCs	$\omega_1(rad / s)$	$\omega_2(rad / s)$	$\omega_3(rad / s)$	$\omega_4(rad / s)$	$\omega_5(rad / s)$
FSFS	۴/۲۸۰۷	۶/۹۱۴۲	۱۳/۷۴۴۱	۲۵/۱۶۹۴	۴۲/۰۱۱۱
FSSS	۵/۰۸۲۶	۱۰/۵۴۱۹	۲۰/۷۶۱۶	۳۶/۳۵۸۱	۵۷/۶۰۲۶
FSCS	۵/۳۵۶۱	۱۱/۹۸۲۹	۲۳/۶۱۶۰	۴۰/۷۰۹۳	۶۳/۴۵۲۵
SSSS	۷/۶۴۱۸	۱۶/۵۵۶۲	۳۰/۹۴۳۱	۵۰/۹۳۶۷	۷۶/۵۹۴۷
CSSS	۸/۶۲۶۳	۱۹/۰۳۹۹	۳۴/۹۴۷۶	۵۶/۴۴۲۳	۸۳/۵۸۴۲
CSCS	۹/۹۴۳۹	۲۱/۹۲۰۵	۳۹/۳۴۷۵	۶۲/۳۳۴۷	۹۰/۹۵۴۱



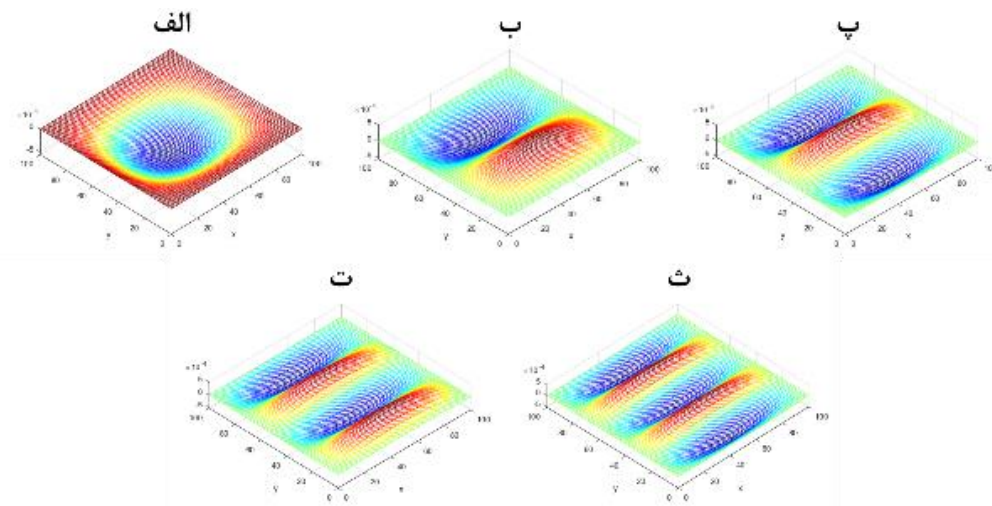
شکل (۸): پنج مد اول برای حالت (ث) و شرط مرزی FSSS. (الف) مد اول (ب) مد دوم (پ) مد سوم (ت) مد چهارم (ث) مد پنجم

(علمی - پژوهشی)

هادی قشوجی برق، علی دهقانی و علی میرزایی کهق



شکل (۹): پنج مد اول برای حالت (ث) و شرط مرزی FSCS. (الف) مد اول (ب) مد دوم (پ) مد سوم (ت) مد چهارم (ث) مد پنجم



شکل (۱۰): پنج مد اول برای حالت (ث) و شرط مرزی CSCS. (الف) مد اول (ب) مد دوم (پ) مد سوم (ت) مد چهارم (ث) مد پنجم

۰/۰۱۵ در نظر گرفته شده است. در جدول (۱۰) نیز اثر ابعاد هندسی بر نتایج فرکانسی ارائه شده است.

جدول (۷): تاثیر تعداد لایه‌ها بر فرکانس طبیعی برای لایه چینی حالت (الف) و (ث) - ضخامت کل ثابت

$\Delta T = 30^\circ C$	number of layers=4	number of layers=6
Edge BCs	$\omega(\text{rad} / s)$	$\omega(\text{rad} / s)$
FSFS	۳/۲۹۵۵	۲/۹۵۰۷
FSSS	۳/۸۴۰۰	۳/۴۹۳۱
FSCS	۴/۰۲۶۴	۳/۶۷۴۶
SSSS	۵/۵۶۶۷	۵/۲۰۶۱
CSSS	۶/۲۳۶۸	۵/۸۵۵۹
CSCS	۷/۱۳۵۹	۶/۷۲۴۲

در ادامه، جهت بررسی تاثیر افزایش تعداد لایه‌ها (با فرض ثابت ماندن ضخامت کل صفحه و برابر بودن ضخامت تمامی لایه‌ها) بر فرکانس طبیعی اول، محاسبات فوق در شرایط مرزی مختلف برای صفحات الیاف-فلز ۴ و ۶ لایه به ازای تغییرات ۳۰ درجه‌ای دما، انجام شده است. در جدول (۷) نتایج این بررسی ارائه شده است. همچنین به منظور بررسی تاثیر افزایش تعداد لایه‌ها (با فرض ثابت ماندن ضخامت هر لایه و برابر بودن ضخامت تمامی لایه‌ها) بر فرکانس طبیعی اول، محاسبات فوق در شرایط مرزی مختلف برای صفحات الیاف-فلز ۴ و ۶ لایه به ازای تغییرات دمای ۳۰ و ۶۰ درجه، انجام شده است. در جدول (۸) و (۹) نتایج این بررسی ارائه شده است. در این حالت بررسی ضخامت کل به طول صفحه ۴ لایه برابر ۰/۰۱ و ضخامت کل به طول صفحه ۶ لایه برابر

**جدول (۸):** تاثیر تعداد لایه ها بر فرکانس طبیعی برای لایه چینی حالت (الف) و (ث) - ضخامت هر لایه ثابت

$\Delta T = 30^{\circ}C$	number of layers=4	number of layers=6
Edge BCs	$\omega(rad / s)$	$\omega(rad / s)$
FSFS	۳/۲۹۵۵	۳/۶۴۰۲
FSSS	۳/۸۴۰۰	۴/۳۹۵۳
FSCS	۴/۰۲۶۴	۴/۶۷۴۶
SSSS	۵/۵۶۶۷	۶/۹۳۳۱
CSSS	۶/۲۳۶۸	۷/۹۶۴۰
CSCS	۷/۱۳۵۹	۹/۳۵۱۲

**جدول (۹):** تاثیر تعداد لایه ها بر فرکانس طبیعی برای لایه چینی حالت (الف) و (ث) - ضخامت هر لایه ثابت

$\Delta T = 60^{\circ}C$	number of layers=4	number of layers=6
Edge BCs	$\omega(rad / s)$	$\omega(rad / s)$
FSFS	۴/۲۲۴۲	۴/۲۸۰۷
FSSS	۴/۸۵۷۸	۵/۰۸۲۶
FSCS	۵/۰۳۷۹	۵/۳۵۶۱
SSSS	۶/۷۱۷۹	۷/۶۴۱۸
CSSS	۷/۳۳۷۳	۸/۶۲۶۳
CSCS	۸/۱۵۱۶	۹/۹۴۳۹

**جدول (۱۰):** تاثیر ابعاد صفحه بر فرکانس طبیعی برای لایه چینی حالت (ث)

$\Delta T = 30^{\circ}C$	$a/b=1$	$a/b=2$
Edge BCs	$\omega(rad / s)$	$\omega(rad / s)$
FSFS	۳/۲۹۵۵	۱/۴۰۶۷
FSSS	۳/۸۴۰۰	۲/۰۹۵۶
FSCS	۴/۰۲۶۴	۲/۳۸۲۲
SSSS	۵/۵۶۶۷	۳/۹۱۷۳
CSSS	۶/۲۳۶۸	۴/۷۳۶۷
CSCS	۷/۱۳۵۹	۵/۸۲۳۱

بررسی اثر تغییرات تعداد لایه ها به ازای شرایط مرزی مختلف و انواع لایه چینی ها و نیز برای تغییر دماهای متفاوت نشان می دهد، در صورت ثابت بودن ضخامت کل صفحه، افزایش تعداد لایه ها موجب کاهش فرکانس طبیعی می گردد. دلیل این موضوع کاهش ضخامت لایه های فلزی و در نتیجه افزایش تاثیر بخش کامپوزیتی سازه در ماتریس سفتی است. همچنین افزایش قیدهای صفحه و دما، فرکانس صفحه را

افزایش می دهد. علاوه بر موارد فوق، نتایج نشان می دهد که در صورت ثابت بودن ضخامت هر لایه، افزایش تعداد لایه های کامپوزیتی باعث افزایش فرکانس طبیعی می شود که این امر ناشی از افزایش سفتی سازه به دلیل افزایش ضخامت می باشد. همچنین نتایج بدست آمده نشان می دهد، با افزایش نسبت منظری، فرکانس سازه کاهش می یابد.

### نتیجه گیری

در این مقاله تحلیل ارتعاشی صفحات الیاف-فلز سفتی متغیر با تکیه گاه های ساده در راستای طول تحت بار حرارتی با استفاده از روش نوار محدود نیمه تحلیلی تحت شرایط مرزی مختلف مورد بررسی قرار گرفت. بررسی نتایج نشان می دهد، تغییر لایه چینی تاثیر بسزایی در فرکانس صفحات الیاف-فلز سفتی متغیر داشته و اهمیت لایه چینی را در این صفحات نشان می دهد. همچنین نتایج حاکی از آن است که افزایش دما، افزایش قیدهای صفحه و افزایش ضخامت؛ فرکانس صفحات الیاف-فلز سفتی متغیر را افزایش و افزایش نسبت منظری فرکانس این صفحات را کاهش می یابد.

### مراجع

- [1] H. Akhavan and P. Ribeiro, "Natural modes of vibration of variable stiffness composite laminates with curvilinear fibers," Composite Structures, vol. 93, no. 11, pp. 3040-3047, 2011.
- [2] H. G. Bargh and M. H. Sadr-Lahidjani, "Optimal design by Elitist-Genetic algorithm for maximum fundamental frequency of fiber metal laminated plates," in Key Engineering Materials, 2011, vol. 471, pp. 331-336: Trans Tech Publ.
- [3] H. Ghashochi-Bargh and M. Sadr, "PSO algorithm for fundamental frequency optimization of fiber metal laminated panels," Structural Engineering and Mechanics, vol. 47, no. 5, pp. 713-727, 2013.
- [4] R. Sourki, R. Faal, and A. Milani, "Vibration analysis of orthotropic functionally graded composite plates in thermal environment using high-order shear deformation theory: Frequency suppression by tuning the in-plane forces," International Journal of Applied and Computational Mathematics, vol. 6, pp. 1-27, 2020.
- [5] A. Gupta and S. Pradyumna, "Geometrically nonlinear dynamic analysis of variable stiffness composite laminated and sandwich shell panels," Thin-Walled Structures, vol. 173, p. 109021, 2022.
- [6] A. Rashed and E. Demir, "Design of variable stiffness composites for maximum fundamental frequency considering manufacturing constraints of tow steering," Composite Structures, vol. 284, p. 115151, 2022.

## (علمی - پژوهشی)

هادی قشوجی برق، علی دهقانی و علی میرزایی کهق

- AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2003, p. 1791.
- [15] H. Assaee, "Post-local buckling analysis of composite thin-walled sections using semi-finite strip method," PhD Thesis, Amirkabir University of Technology, Iran, 2008.
- [16] J. Chen and D. Dawe, "Linear transient analysis of rectangular laminated plates by a finite strip-mode superposition method," *Composite structures*, vol. 35, no. 2, pp. 213-228, 1996.
- [17] M. K. Apalak, M. Yildirim, and R. Ekici, "Layer optimisation for maximum fundamental frequency of laminated composite plates for different edge conditions," *Composites Science and Technology*, vol. 68, no. 2, pp. 537-550, 2008.
- [18] Y. Narita, "Layerwise optimization for the maximum fundamental frequency of laminated composite plates," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 263, no. 5, pp. 1005-1016, 2003.
- [19] V. Khalafi and J. Fazilati, "Supersonic flutter analysis of curvilinear fiber variable stiffness composite laminated plates," in *5th International Conference on Composites: Characterization, Fabrication and Application, CCFA-5*, 2016.
- [20] S. F. M. de Almeida and J. S. Hansen, "Natural frequencies of composite plates with tailored thermal residual-stresses," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 36, no. 23, pp. 3517-3539, 1999.
- [21] R. C. Rice, *Metallic materials properties development and standardization (MMPDS)*. National Technical Information Service. cap: National Technical Information Service, 2003.
- [7] N. Sharma, P. K. Swain, D. K. Maiti, and B. N. Singh, "Static and free vibration analyses and dynamic control of smart variable stiffness laminated composite plate with delamination," *Composite Structures*, vol. 280, p. 114793, 2022.
- [8] A. Milazzo, "Free vibrations analysis of cracked variable stiffness composite plates by the eXtended Ritz method," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, pp. 1-17, 2022.
- [9] B. Daraei, S. Shojaee, and S. Hamzehei-Javaran, "Free vibration analysis of composite laminated beams with curvilinear fibers via refined theories," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, vol. 29, no. 6, pp. 840-849, 2022.
- [10] R. Vescovini, "Analysis of variable stiffness panels with complex geometries using R-functions," in *AIAA Scitech 2022 Forum*, 2022, p. 0535.
- [11] M. Merzuki, Q. Ma, M. Rejab, M. Sani, and B. Zhang, "Experimental and numerical investigation of fibre-metal-laminates (FMLs) under free vibration analysis," *Materials Today: Proceedings*, vol. 48, pp. 854-860, 2022.
- [12] R. M. Jones, *Mechanics of composite materials*. Springer, 1999.
- [13] V. Khalafi and J. Fazilati, "Free vibration analysis of variable stiffness composite laminated thin skew plates using IGA," *Journal of Theoretical and Applied Vibration and Acoustics*, vol. 4, no. 2, pp. 171-188, 2018.
- [14] H. Ovesy and H. Assaee, "Buckling characteristics of some composite stiffened boxes under longitudinal compression and bending using finite strip approach," in *44th*