**فصلنامه فناوری در مهندسی هوافضا**
دوره: ۷ / شماره: ۳ / پاییز ۱۴۰۲/ صفحه ۱۲-۱
DOI: 10.30699/jtae.2023.7.3.1
علمی- پژوهشی/ تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۱۸ / تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۲۰

# مدلسازی و تحلیل قابلیت اطمینان سیستم پهپاد چند حالته با برنامه عملیاتی تصادفی

**محمدعلی فارسی**

دانشیار، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، تهران، ایران
ایمیل: **farsi@ari.ac.ir**

بررسی و مدلسازی سیستم‌های هوافضایی همواره مورد توجه محققان مختلف بوده است. میزان موفقیت در انجام ماموریت‌ها و هزینه‌های مربوطه، همواره یکی از دغدغه‌های محققین بوده و با توجه به حساسیت عملیات‌ها و همچنین تنوع ماموریت‌ها این موضوع امروزه بیشتر مورد توجه است. در گذشته مسایل مرتبط با وسایل پرنده نظیر طراحی زیر سیستم‌ها و قطعات، ابزار مصرفی، برنامه ریزی عملیات، تعمیر و نگهداری و استهلاک آنها به صورت مستقل و جداگانه برای هر پرنده مورد بررسی قرار می‌گرفت. در دهه اخیر تلاش شده که با توجه به رشد کاربرد پرنده‌های بدون سرنشین و اثر گذاری آنها برعملیات‌های مختلف نظامی‌و غیر نظامی، موضوع عملیات جمعی و اثرگذاری آنها بر یکدیگر و در نهایت تاثیر بر کمیت وکیفیت عملیات هوایی، این پارامترها همزمان با هم مدلسازی شوند. در این تحقیق یک یگان پهپادی که شامل سه پرنده که دارای ساختار و چیدمان موازی بوده و توانایی انجام چند ماموریت مختلف شناسایی، تعقیب و حمله مختلف براساس نیاز کاربر را دارد، موردتوجه قرار گرفته است. پهپادها دارای نرخ خرابی ثابت نبوده و اصطلاحاً چند حالته هستند و متناسب با شرایط پهپاد و میزان خرابی و نوع خرابی، کیفیت عملیات و درصد موفقیت آن تعریف می‌شود. همچنین فرض شده هر پرنده توانایی چند عملیات مختلف را داشته ولیکن ماموریت‌ها به صورت تصادفی تعیین می‌شوند، بنابراین در این تحقیق برای مدلسازی از روش‌های تابع مولد سراسری و مارکوف توسعه داده شده و با مدلسازی یک سیستم پهپادی نتایج آنها بررسی شده است که بیانگر توانایی و دقت مناسب این روش‌ها در پیش بینی موفقیت سیستم است.

**واژه‌های کلیدی:** سیستم پهپاد، سیستم چند حالته، قابلیت اطمینان، مارکوف، روش تابع مولد سراسری

# Multistate UAV System Reliability Modelling and Analysis with a Random Mission Plan

**M. A. Farsi**

Associate Professor, Aerospace Research Institute, Ministry of Science, Research and Technology, Tehran, Iran

**Email: farsi@ari.ac.ir**

*The study and modeling of aerospace systems have been conducted by various researchers. The success of missions and related costs has always been one of the concerns of researchers and due to the sensitivity of the operations and the variety of missions, this issue is more important today. In the past, aerospace equipment issues such as subsystem and component design, consumables, operation planning, maintenance, and depreciation were considered independently for each aircraft. In the past decade, due to the increasing use of drones and their impact on various military and civilian operations, the subject of operations and their impact on each other, and ultimately the impact on the quantity and quality of air operations, these parameters have been modeled together. In this research, an Unmanned Air Vehicle (UAV) system that includes several UAVs that has a parallel structure and able to perform different missions to detect, follow and attack based on user needs, has been considered. UAVs do not have a fixed failure rate and are so-called multi-state, and the quality of operations and its success rate are defined according to the UAV conditions, the amount of failure, and the type of failure. It is also assumed that each UAV has the ability to perform different operations, but the missions are randomly assigned, so in this study, universal generation function and Markov chain methods for modeling are developed. A UAV system has been considered, the ability and accuracy of these methods in predicting system success are demonstrated.*

**Keywords:** UAVs System, Multistate system, Reliability, Markov chain, UGF (Universal generation Function)

COPYRIGHTS
© 2023 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

How to Cite this in Article:
M. A. Farsi, "Multistate UAV System Reliability Modelling and Analysis with a Random Mission Plan", *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, vol. 7, no. 3, pp. 1-12, 2023 (in Persian).

## ۱ مقدمه

مدیریت و مدلسازی سیستم‌های هوافضایی بخاطر تاثیر آنها در موفقیت ماموریت‌ها در شرایط جدید دنیا بسیار حائز اهمیت است. یکی از مباحث مهم در مدل‌سازی سیستم‌ها، تجهیزات و قطعات از منظر کارکردی توجه به رفتار و میزان موفقیت آنها است. در طراحی‌های رایج برای سیستم‌ها دو حالت کلی در نظر می‌گیرند: ۱- سیستم سالم است و با تمام توان در حال کار ۲- سیستم به دلایلی از کار افتاده و قادر به کار نمی‌باشد. ولیکن در واقعیت حالت‌های میانه و بینابینی نیز وجود دارد به گونه ای که یک سیستم خراب یا متوقف نیست ولی با تمام توان نیز قادر به انجام کار نمی‌باشد یا عملکرد آن از سطح ایده آل کاهش یافته است. این سیستم‌ها را نمی‌توان با استفاده از مدل‌های رایج باینری تعریف کرد. بنابراین از واژه سیستم‌های چند حالته برای آنها استفاده می‌شود به گونه‌ای که سیستم فقط حالت سالم و خراب را نداشته و متناسب با صورت مسئله و شرایط کار کردی حالت‌های بینابینی را نیز داشته باشد [۱]. به عنوان مثال یک سیستم در حالت عادی می‌تواند در ساعت۱۰۰ قطعه تولید کند اما به دلایلی به مرور زمان نرخ تولید آن کاهش می‌یابد و میزان تولیدی آن در برخی از حالت‌ها ۸۰ قطعه و در حالت دیگر ۵۰ قطعه در ساعت است. برای مدل سازی این سیستم‌ها از روابط مربوط به سیستم‌های چند حالته استفاده می‌شود. برای مدل سازی سیستم‌های چند حالته روش‌ها و تکنیک‌های متفاوتی ابداع و توسعه داده شده است و معمولاً تکنیک‌های ذیل بیشتر استفاده می‌شود [۲, ۳]:

۱- استفاده از روش مونت کارلو
۲- استفاده از روابط مارکوف
۳- استفاده از فرایندهای درخت خطا و خرابی
۴- استفاده از توابع مولد سراسری[1]

تحقیقات و بررسی‌ها نشان داده است که هر کدام از این روش‌ها دارای مزایا و معایب خاص خود می‌باشند. استفاده از روابط مارکوف با توجه به خواص و ویژگی‌های پدیده‌ها و فرایندهای تصادفی رایج تر است. این روش، روشی کلاسیک در حوزه آمار مهندسی است و در سیستم‌های کوچک دقت خوبی دارد ولیکن در سیستم‌های بزرگ ضمن کاهش دقت ممکن است با پدیده انفجار حالت مواجه شویم. استفاده از توابع مولد سراسری نیز در دهه‌های اخیر مورد توجه واقع شده است. هرگاه فرایند و سیستم مورد بررسی از روابط فرآیند مارکوف تبعیت نمی‌کند مثلاً رفتار تصادفی غیر پواسونی دارد واز تابع پیوسته‌ای نظیر تابع وایبل تبعیت می‌کند پیشنهاد می‌شود از روش مونت کارلو برای مدلسازی و تحلیل استفاده شود. روش درخت خطا نیز برای تحلیل‌های اولیه و ساده قابل استفاده است [۴, ۵].

با توجه به اهمیت مساله چند حالته بودن در دهه اخیر محققین مختلف در حوزه‌های گوناگون مهندسی بر روی این موضوع مطالعه کرده اند. کومار[2]،گویال[3] و باترا[4] یک سیستم هوشمند تولید چند حالته را که چیدمان ماشین‌ها قابلیت تغییر داشت را بررسی نمودند [۶]. آنها عملکرد یک خط تولید متشکل از چند ماشین فرز را مدلسازی کردند. یاوری، عذب[5] و همکارانش [۷] برنامه ریزی تولید یک خط که قابلیت تولید چند محصول مختلف را داشت به کمک الگوریتم ابتکاری بهینه نمودند. فارسی [۸] با توسعه روش تابع مولد سراسری از آن برای مدلسازی وابستگی فنی بین اجزای یک سیستم و محاسبه قابلیت اطمینان آن استفاده نمود. در حوزه هوافضا بویژه پهپاد این موضوع نیز مورد مطالعه قرار گرفته و به عنوان نمونه می‌توان به تحقیقات ذیل اشاره نمود. جرمی‌ساندرمایر[6] موضوع طراحی چند حالته برای سیستم‌های هوایی با مداومت پروازی بالا را مورد بررسی قرارداد [۹]. اودریس[7] و همکارانش [۱۰] با موتور الکتریکی یک پهپاد را به فرض چند حالته بودن بررسی نموده و قابلیت اطمینان آنرا محاسبه نمودند. بورر و ایجت [۱۱] با فرض چند حالته بودن پهپاد، یک پهپاد با مداومت پروازی بالا را مورد بررسی قرار دادند و با تدوین راهبرد طراحی آن، پرنده ای ارزان قیمت تر و با کارایی بالاتر را پیشنهاد نمودند. لویتین و همکارانش [۱۲] فرآیند چتر زنی و شرایط اضطراری یک پهپاد را با فرض چند حالته بودن سیستم مدلسازی کردند و سعی نمودند بهینه‌ترین حالت این مجموعه را محاسبه نمایند. ولیکن موضوع پهپاد چند حالته با ماموریت تصادفی تاکنون مطرح مورد بررسی قرار نگرفته است که در این مقاله این موضوع بررسی می‌شود.

استفاده از روش مارکوف و تابع مولد سراسری برای مقایسه نتایج نیز مورد توجه برخی از محققین بوده است. به عنوان مثال،

1. Universal generation Function
2. Kumar
3. Goyal
4. Batra
5. Azab
6. Jeremy Sundermeyer
7. Udris

فنگ [هان][2]از روش مارکوف نیمه پنهان و تابع مولد سراسری برای تحلیل قابلیت اطمینان یک سیستم سری- موازی بهره گرفتند [۱۳]. در این مقاله دو روش مارکوف و تابع مولد سراسری برای بررسی یک سیستم تولیدی چند ماشینه استفاده شده است. بررسی مقالات موجود نشان می‌دهد یکی از مباحثی که کمتر به آن توجه شده این است که سیستم علاوه بر داشتن راندمان و عملکردها در سطوح مختلف، نوع ماموریت آن نیز با زمان تغییر کند. به عنوان مثال برای یک مدت ماموریت الف را انجام دهد و سپس متناسب با شرایط نیاز ماموریت ب انجام شود و در صورت دریافت درخواست مجدداً ماموریت الف را انجام دهد، این سیستم‌ها از منظر مهندسی قابلیت اطمینان سیستم‌های چند هدفه/ماموریته نامگذاری می‌شوند، اگر این هدف‌ها ثابت و پایدار باشد و ترتیب وقوع آنها هم مشخص باشد مدلسازی آنها با زمانی که هدف سیستم به شکل تصادفی بوده و ثابت نباشد متفاوت است. در این حالت این نوع سیستم، چندهدفه تصادفی نامیده می‌شوند. لذا در این مقاله نحوه مدلسازی سیستم چند حالته با برنامه عملیاتی تصادفی مورد بررسی قرار گرفته و مدلسازی می‌شود. در ادامه مدل عمومی‌سیستم چند حالته و روش‌های مارکوف و تابع مولد سراسری بررسی شده و با تشریح یک سیستم پهپادی قابلیت اطمینان آن محاسبه می‌شود.

## ۲ مدل عمومی‌سیستم‌های چند حالته

همانگونه که بیان شد در سیستم واقعی، عموماً کارکرد سیستم به صورت صفر و یک نبوده و راندمان آن با گذشت زمان کاهش می‌یابد که در نهایت سیستم متوقف می‌شود. برای مدلسازی و تشریح کارکرد می‌توان نمودار کاهش راندمان و عملکرد را به چند ناحیه تقسیم کرد و براساس این نواحی یا حالت‌ها آن سیستم را بررسی نمود. برای تحلیل رفتار یک سیستم چند حالته بهتر است مشخصات اجزای آن کاملاً تعریف و تعیین شود. به عنوان مثال سیستم از چند جزء تشکیل شده است و هر جزء چند حالت و سطحی از خروجی را می‌تواند داشته باشد. اگر سیستم دارای چند عضو باشد، حالت‌های مختلف سیستم متناظر با عملکرد اجزای آن است. مثلا اگر سه عضو داشته باشد و هر عضو سه حالت در مجموع سیستم ۲۷ سطح خروجی خواهد داشت. از منظر احتمالات، احتمال هر وضعیت و خروجی منحصر به فرد بوده ولیکن مجموع احتمالات باید برابر یک باشد. امید ریاضی یا میانگین خروجی سیستم نیز وابسته به این احتمالات و رابطه بین آنها از منظر احتمال وقوع یک حالت جدید در صورت قرارداشتن در یک وضعیت معین دارد. در ادامه روابط عمومی‌حاکم بر سیستم چند حالته ارایه می‌شود [۵].

فرض کنید هر جزء j سیستم می‌تواند $k_j + 1$ حالت مختلف متناظر با نرخ‌های عملکرد آن جزء داشته باشد، که با مجموعه $g_j = \{g_{j0}, g_{j1}, \dots, g_{jk_j}\}$ نشان داده می‌شود. $g_{jh}$ نرخ عملکرد جزء j در حالت h و $h \in \{0, 1, \dots, k_j\}$ می‌باشد. نرخ عملکرد جزء j، $g_j$ در هر لحظه یک متغیر تصادفی است که می‌توان احتمال وقوع آن را به صورت زیر بیان کرد:

$$p_j = \left\{p_{j0}, p_{j1}, \dots, p_{jk_j}\right\} \qquad (۱)$$

$$p_jh = \Pr\{G_j = g_jh\} \qquad (۲)$$

عبارت (2) تابع جرم احتمال متغیر تصادفی گسسته $G_j$ را تعریف می‌کند . مجموع جفت‌های $g_{jh}, p_{jh}$ که در آن $h = 0, 1, \dots, k_j$ به طور کامل توزیع عملکرد جزء j را مشخص می‌کند. حالت‌های اجزاء سیستم مجموعه‌ای از وقایع منحصر به فرد است ( به این معنی که یک جزء می‌تواند یک و تنها یک حالت از $k_j + 1$ حالت را داشته باشد) لذا:

$$\sum_{h=0}^{k_j} p_{jh} = 1 \qquad (۳)$$

وقتی که *سیستم* شامل n جزء مستقل است، نرخ عملکرد آن متناسب با نرخ عملکرد اجزاء است. در هر لحظه اجزاء سیستم نرخ عملکرد معینی متناظر با حالت‌های خود دارند که حالت کل سیستم را مشخص می‌کنند. فرض کنید که سیستم دارای K+1 حالت مختلف است و $v_i$ نرخ عملکرد نهایی سیستم در حالت i $i\epsilon\{0, \dots, K\}$ است. نرخ عملکرد *سیستم چند حالته* یک متغیر تصادفی V است که مقادیری از مجموعه $M = \{v_1, \dots, v_k\}$ را می‌گیرد. لذا براساس حالت‌های اجزاء برای سیستم می‌توان نوشت:

$$L^n = \left\{g_{10}, g_{11}, \dots, g_{1k_1}\right\} \times \dots \times \left\{g_{n0}, g_{n1}, \dots, g_{nk_n}\right\} \qquad (۴)$$

1. Feng

2. Han

عبارت فوق فضای ترکیب‌های احتمالی از نرخ‌های عملکرد برای همه اجزاء سیستم و $M = \{v_0, \dots, v_K\}$ فضای مقادیر ممکن نرخ عملکرد برای کل سیستم است. این تبدیل $\emptyset(G_1, \dots, G_n): L^n \to M$ ، فضای نرخ عملکرد اجزاء را به فضای نرخ عملکرد سیستم نگاشت می‌کند، که به آن تابع ساختار سیستم می‌گویند. این تابع وابسته به نحوه تعامل و وابستگی اجزاء سیستم دارد، مثلاً ساختار سری، موازی، افزونگی یا K out of N هر کدام روابط مشخصی را دارند.

مدل عمومی‌سیستم چند حالته شامل تابع جرم احتمال عملکردها برای همه ی اجزاء سیستم و تابع ساختار سیستم است [۱۴].

$$g_j, p_j, 1 \le j \le n, \qquad (۵)$$

$$V = \emptyset(G_1, \dots, G_n) \qquad (۶)$$

از این مدل می‌توان تابع جرم احتمال عملکرد کل سیستم را به شکل زیر بدست آورد:

$$q_i = \Pr\{V = v_i\},\ q_i, v_i\ 0 \le i \le K \qquad (۷)$$

بدیهی است تمامی‌حالات سیستم از نظر عملکردی قابل قبول نیست و باید قابلیت پذیرش حالت سیستم را با تابع پذیرشی مشابه $f(V, \theta)$ تعریف می‌شود که نشان دهنده‌ی رابطه‌ی بین عملکرد سیستم Vو مقدار تقاضای مورد نیاز $\theta$ است، که اگر $f(V, \theta) = 1$ عملکرد سیستم قابل قبول می‌باشد و در غیر این صورت $f(V, \theta) = 0$ ). قابلیت اطمینان سیستم چند حالته به صورت احتمال اینکه سیستم بتواند تقاضا را پاسخ دهد، تعریف می‌شود [۱۵]. با داشتن تابع جرم احتمال سیستم (۷) می‌توان قابلیت اطمینان آن را بدست آورد:

$$R(\theta) = E[f(V, \theta)] = \sum_{i=1}^{K} q_i\, f(v_i, \theta) \qquad (۸)$$

برای مثال برای کاربردهایی که در آن عملکرد سیستم به صورت ظرفیت تولید تعریف می‌شود و $\theta$ حداقل ظرفیت/ توان عملیاتی مورد نیاز است، رابطه (8) به فرم زیر در می‌آید:

$$R(\theta) = \sum_{i=1}^{K} q_i\, 1(v_i > \theta) \qquad (۹)$$

از روابط (۸)–(۹) در سیستم‌های تعمیر پذیر، می‌توان برای ارزیابی دسترس پذیری سیستم استفاده کرد.

معیار مهم دیگر عملکرد سیستم، عملکرد مورد انتظار شرطی $W(\theta)$ است. این شاخص عملکرد مورد انتظار سیستم را در وضعیتی که سیستم در حالت‌های قابل قبول است را تعیین می‌کند، که به صورت زیر به دست می‌آید:

$$W(\theta) = E[V|f(V, \theta) = 1] = \sum_{i=1}^{K} q_i v_i\, f(v_i, \theta) / R(\theta) \qquad (۱۰)$$

برای برخی سیستم‌ها یک عملکرد مورد انتظار غیر شرطی مطلوب است:

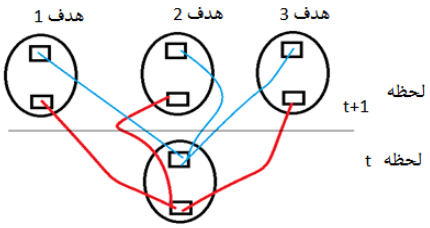
$$W = E[V] = \sum_{i=1}^{K} q_i v_i \qquad (۱۱)$$

برای محاسبه شاخص‌های $W(\theta)$ و $R(\theta)$، باید تابع جرم احتمال عملکرد تصادفی MSS را که به صورت (7) است را با استفاده از (۵ و (۶) بدست آورد.تولید نمونه

## ۱.۲ سیستم چند هدفه

سیستم‌های عملیاتی و کاربردی از منظر مدلسازی و تحلیل سیستم‌های پیچیده ای هستند که مدل سازی دقیق آنها با در نظر گرفتن تمام مسائل عملیاتی، تعمیراتی، برنامه ریزی و سفارشات و در نظر گرفتن هزینه‌ها نیازمند یک فرآیند بسیار پیچیده و سخت است وقتی که این سیستم‌ها فقط یک ماموریت را انجام دهد، مدلسازی آنها راحت تر است لیکن اگر این سیستم‌ها قرار باشد متناسب با نیاز و سفارش دریافتی بتوانند بدون تغییر جدی در ساختار و چیدمان اجزاء، ماموریت متنوعی را انجام دهند یا خروجی‌های مختلفی را ارائه دهند طراحی و مدلسازی آنها بسیار پیچیده تر خواهد شد. به عنوان مثال از این نمونه سیستم‌ها می‌توان به یک هواپیمای جنگنده اشاره نمود که این هواپیما متناسب با شرایط عمر و کارکرد خود می‌تواند سطح عملکردی متفاوتی داشته و متناسب با تهدیدات خارجی ماموریت‌های مختلف را نظیر پشتیبانی، بمباران و گشت زنی را انجام بدهد. نمونه دیگری از این مدل سیستم‌ها، خط تولیدی است که ماشین آلات آن دارای سطوح مختلف کارکردی بوده و به عبارت دیگر میزان تولید آن

ثابت نبوده و همزمان قابلیت تولید چندین محصول مختلف بر اساس سفارش و نیاز بازار داشته باشد و ماهیت این سفارشات ذاتاً به صورت رندوم و تصادفی است مدلسازی و تحلیل این نوع سیستم‌ها در گذشته کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در این تحقیق سعی خواهد شد که یک سیستم چند پهپادی منعطف که قابلیت انجام چندین ماموریت مختلف با سطوح عملکردی متفاوت را دارد بررسی شود. فرض می‌شود که مجموعه در هر لحظه فقط یک نوع ماموریت مشخص را دارد و امکان انجام دو ماموریت متفاوت در یک زمان مشخص یا در یک بازه زمانی معین میسر نیست. ولی پس از اتمام ماموریت بر اساس دریافت سفارش/دستور می‌توان بلافاصله ماموریت دیگری را انجام دهد. زمان تعویض و تنظیم تجهیزات ناچیز فرض شده است. همچنین فرض می‌شود که تنوع ماموریت‌ها در یک بازه زمانی تغییر نمی‌کند و می‌توان در انتهای یک بازه مشخص، به صورت آماری احتمال دریافت ماموریت معینی را برآورد نمود. بدیهی است احتمالات مربوط به ماموریت‌های مختلف لزوماً برابر نیستند ولیکن مجموع آنها برابر با یک است. نکته دیگری که در مدلسازی باید توجه شود این است که پس از انجام یک ماموریت در یک سطح عملکردی مشخص سیستم می‌تواند تغییر حالت داده و مثلاً خراب شود یا بازسازی و تعمیر شود و سپس ماموریت جدید را انجام دهد. با توجه به توضیحات ارائه شده می‌توان هدف‌های سیستم را نیز با ادبیات سیستم‌های چند حالته در نظر گرفت بدین صورت که انجام یک ماموریت کاملا مشخص نیست و به عنوان یکی از حالت‌های سیستم در نظر گرفته شود. شکل زیر شماتیکی از این سیستم و روابط بین حالت‌ها را نشان می‌دهد.




**شکل ۱**– شماتیک سیستم چند هدفه

اگر سیستم در حال انجام ماموریت a باشد و پس از آن امکان دریافت سفارش/دستور برای سه ماموریت مختلف وجود باشد آنگاه:

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1$$

احتمال دریافت سفارش به کمک توزیع‌های احتمال از جمله توزیع پواسون قابل بیان است. احتمال اینکه سیستم در حال انجام ماموریت a است و در سفارش آتی نیز ماموریت b را انجام می‌دهد با توجه به مستقل بودن دو رویداد به صورت زیر این احتمال محاسبه می‌شود:

$$P(b/a) = P(a) \times P(b)$$

هرگاه سیستم چند حالته دارای چندین هدف یا مسیر برای انجام کار باشد، علاوه بر قوانین رایج، رابطه زیر برای هر یک از اجزای سیستم پیشنهاد می‌شود:

$$\mathrm{p}_{j\ out} = \sum_{i=1}^{K} \left( \sum_{z=1}^{hi} P_{Zi} \right) = 1 \qquad (۱۲)$$

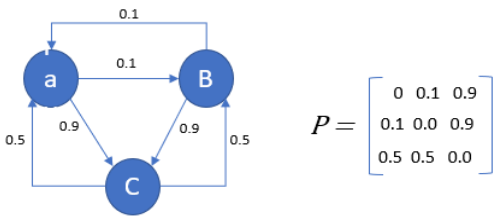
که k بیانگر تعداد اهداف(ماموریت‌ها) و hi نشان دهنده حالت‌های جزء در i امین هدف است و $P_{Zi}$ توصیفگر احتمال رخدادن حالت z وقتی که ماموریت $i$ سفارش داده شده است(ابلاغ شده است). این احتمال برابر است با:

$$P_{zi} = P_i \times P_z \qquad (۱۳)$$

روابط کلی مدلسازی سیستم چند حالته–چند هدفه (قابلیت دریافت چندین ماموریت) بیان شد. در ادامه اصول روش فرآیندهای مارکوفی و تابع مولد سراسری بیان شده و به کمک آنها یک سیستم بررسی می‌شود.

## ۲. ۲ روش مارکوف

بسیاری از پدیده‌های طبیعی و رخدادها به گونه‌ای هستند که احتمال رخ دادن آنها بستگی به وضعیت رخداد قبلی دارد، مثلاً برای تعمیر شدن یک ماشین وابسته به وضعیت آن(سالم یا خراب بودن) دارد. بنابراین می‌توان رابطه احتمالاتی بین وضعیت فعلی با وضعیت آن در آینده را تعریف کرد. یک سیستم سه حالته (با احتمالات فرضی) را به صورت شماتیک می‌توان به صورت زیر نمایش داد. وضعیت a,b, c حالت‌های یک سیستم هستند.




**شکل۲**– زنجیره مارکوف سه‌تایی

متغیرهای تصادفی و تابع احتمال به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\begin{aligned} &P(Xt+1=x \mid X1=x1, X2 \\ &\quad =x2, \ldots, Xn=xt) \\ &\quad =P(Xt+1=x \mid Xt \\ &\quad =xt) \end{aligned} \qquad (۱۴)$$

این احتمالات را می‌توان به یک ماتریس(شکل ۲) نیز نمایش داد که به آن ماتریس انتقال می‌گویند و بیانگر احتمال تبدیل شدن سیستم در حالات مختلف است. البته متناسب با وضعیت سیستم و اطلاعات در دسترس ممکن است از مدلسازی ساده مارکوف یا مارکوف نیمه پنهان یا پنهان در مدلسازی سیستم استفاده شود. درسیستم‌هایی که فرایند تعمیر نگهداری و پایش به صورت غیربرخط بررسی می‌شود، به نظر می‌رسد مدلسازی مارکوف پایه کفایت نماید. لذا برای محاسبه میانگین وضعیت سیستم و احتمال رخ دادن حالات مختلف کافی است. ماتریس انتقال وضعیت با دقت تعیین شده و سپس با توجه به اینکه رفتار سیستم در بلند مدت مورد نظر است مقدار حدی آن‌را براساس رابطه زیر محاسبه نمود. لازم به ذکر است مقدار حدی مستقل از وضعیت آغازین است.

$$P_k = \lim_{n\to\infty} P_{i,k}^{n} \qquad (۱۵)$$

این رابطه بیانگر احتمال قرار گرفتن در وضعیت k پس از n بار تکرار در صورتی که در مرحله آغازین سیستم در وضعیت i بوده باشد. با توجه به سیستم مورد بررسی و تغییر در ماموریت و همچنین نرخ خرابی و احتمال از کار افتادن متفاوت در هنگام ماموریت‌های مختلف، در این تحقیق رابطه زیر برای محاسبه احتمال انتقال حالات پیشنهاد می‌شود.

$$Pmij = Pmi * Pj \qquad (۱۶)$$

که Pj احتمال دریافت سفارش ماموریت j و Pmi احتمال قرارداشتن پهپاد m در حالت i در انتهای زمان انجام ماموریت است و باید رابطه زیر نیز برای این احتمالات برقرار باشد:

$$\sum_{j=1}^{k} Pmij = 1$$

که k تعداد حالات ممکن پهپاد m است و برابر است با حاصلضرب حالات ممکن یک پهپاد ضربدر تنوع ماموریت.

## ۳.۲ روش تابع مولد سراسری

روش تابع مولد سراسری اجازه می‌دهد تا تشریح عملکرد کل سیستم بر اساس عملکرد عناصر آن با استفاده از روش‌های جبری به دست آید، این روش تعمیمی‌بر روش تابع مولد عمومی‌است. ویژگی مهم این روش سادگی پیاده سازی، کاهش حجم محاسبات و دقت قابل قبول در تحلیل سیستمهای چند حالته است. ایده اصلی این روش توسط آقای یوشاکوف[۱۶] به منظور کم کردن پیچیدگی محاسباتی سیستم‌های چند حالته ارائه شد . این روش به مرور زمان تکامل یافته و توانسته است در مدلسازی سیستم‌های چند حالته ساده و حتی دارای وابستگی نیز به کار برود. از جمله نوری، صنیعی منفرد و فارسی [۱۷] یک سیستم چند حالته با ساختار موازی مدل سازی و تحلیل نمودند. آنها در تحقیق خود نیروگاه بعثت تهران را بررسی نموده و قابلیت اطمینان آن برای تولید برق را محاسبه کردند. با وجود مزایای مختلف این روش هنوز نیازمند تحقیق و توسعه بیشتر است. با وجود تحقیقات نسبتا زیاد در حوزه مدلسازی سیستم‌های چند حالته با این روش، ولی مدلسازی و تحلیل سیستم‌های چند حالته با چند هدف متفاوت که این اهداف متناسب با زمان و شرایط بیرونی تغییر نماید، کمتر مورد توجه محققین قرار گرفته است. در این مقاله تلاش می‌شود که این نوع مسائل را مدل سازی نموده و حل نمود. در ادامه اصول کلی مدلسازی با استفاده از تابع مولد سراسری بیان می‌شود.

تابع مولد سراسری (تابع–u) نشان دهنده ی تابع جرم احتمال یک متغیر تصادفی گسسته ای مانند $Y_j$ است که به صورت زیر تعریف می‌شود [18]:

$$u_j(z) = \sum_{h=0}^{k_j} \alpha_{jh} z^{y_{jh}} \qquad (۱۷)$$

1. Ushakov

که متغیر $Y_j$ دارای $K_j+1$ مقدار ممکن و $\alpha_{jh}=P\{Y_j=y_{jh}\}$ و همچنین $y_{jh}$ میزان خروجی در حالت $k$ است.

برای بدست آوردن تابع u که نشان دهنده ی تابع جرم احتمال یک تابع با n متغیر تصادفی مستقل $\varphi(Y_1,\dots,Y_n)$، است از اپراتورهای ترکیب زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} U(z) &= \overset{\otimes}{\varphi}(u_1(z),\dots,u_n(z)) \\ &= \overset{\otimes}{\varphi}\left(\sum_{h_1=0}^{k_1}\alpha_{1h_1}z^{y_{1h_1}},\dots,\sum_{h=0}^{k_n}\alpha_{nh_n}z^{y_{nh_n}}\right) \\ &= \sum_{h_1=0}^{k_1}\sum_{h_2=0}^{k_2}\dots\sum_{h_n=0}^{k_n}\left(\prod_{i=0}^{n}\alpha_{ih_i}z^{\varphi(y_{1h_1},\dots,y_{nh_n})}\right) \end{aligned} \qquad (۱۸)$$

تابع چند جمله ای $U(z)$ همه‌ی ترکیب‌های منحصر به فرد ممکن را برای متغیرهای متناظر با احتمالات هر ترکیب برای مقدار تابع $\varphi(Y_1,\dots,Y_n)$ را برای این ترکیب نشان می‌دهد که در آن nتعداد اجزای سیستم و $h_n$ نشاندهنده‌ی حالات عملکرد جزء n ام و $k_n$ تعداد حالات هر جزء می باشد. همچنین $\overset{\otimes}{\varphi}$ نشان دهنده‌ی اپراتور ترکیب روی توابع u است.

تابع $u_j$ (تابع جرم احتمال عملکرد تصادفی اجزاء مستقل سیستم) عبارت است از [۱۴]:

$$u_j(z)=\sum_{h_j=0}^{k_j}p_{jh_j}z^{g_{jh_j}} \qquad (۱۹)$$

که $p_{jh_j}$ بیانگر احتمال ایجاد خروجی یا حالت یک جزء است. با داشتن یک مدل عمومی‌از سیستم چند حالته می‌توان معیارهای عملکردی سیستم را با بکارگیری گام‌های زیر بدست آورد:

۱) تابع جرم احتمال عملکرد تصادفی جزء $j$ سیستم به شکل تابع $u$ نوشته شود، رابطه (۱۸).

۲) تابع u کل سیستم، $U(z)$ که تابع جرم احتمال متغیر تصادفی V است را با بکارگرفتن اپراتورهای ترکیب $\overset{\otimes}{\varphi}$، با استفاده از تابع ساختار سیستم$\emptyset$ بدست آورید.

۳) شاخص‌های عملکرد سیستم را محاسبه کنید.

در این روش، مرحله ۲ ممکن است محاسبات پیچیده ای را نیاز داشته باشد. در واقع استخراج تابع ساختار سیستم برای سیستم‌های گوناگون، معمولاً کار راحتی نیست. تابع u متعلق به قطعات و زیر سیستم‌ها را می‌توان به صورت جداگانه بدست آورد و سپس مقدار u سیستم اصلی را براساس آنها محاسبه نمود.

## ۳ مطالعه موردی

یک سیستم پهپادی را در نظر بگیرید که از سه پهپاد تشکیل شده باشد و هر پهپاد دارای ۳ وضعیت کارکردی باشد، به عنوان مثال پهپاد اول بتواند در حالت ایده آل به طور صددرصد ماموریت خود را انجام دهد در حالت خراب نیز ماموریت کنسل خواهد شد و در حالت سوم که بخشی از این پهپاد دچار ضعف شده و یا راندمان آن کاهش یافته است پهپاد بطور ناقص فقط بخشی از ماموریت را انجام می‌دهد یا در سطح کیفی پایین تری کار می‌کند. این اعداد مربوط به ماموریت شماره یک است، این پرنده می‌تواند دو نوع ماموریت دیگر را انجام دهد. با این تفاوت که میزان موفقیت در هر یک از این ماموریت‌ها مشابه ماموریت شماره یک نیست. باتوجه به فرضیات مسئله هر پهپاد دارای ۹حالت است و سیستم کل اگر شامل سه پهپاد باشد، دارای ۸۱ سطح عملکردی می‌باشد. به عبارت دیگر در هر لحظه از چرخه عمر سیستم احتمال رخ دادن یکی از این حالت‌ها وجود دارد(هرچند این احتمالات لزوماً مساوی نیستند). این امر سبب می‌شود برنامه ریزی و محاسبه توانمندی دقیق سیستم و برنامه ریزی برای تعمیرات و تامین قطعات یدکی و یا مواد مصرفی دشوار شود. بدیهی است هرچه تعداد ماشین‌ها، حالت‌ها و سطوح عملکردی آنها افزایش یابد تعداد حالت‌های خروجی و سطوح خروجی سیستم نیز افزایش خواهد یافت. بدیهی است مدلسازی و تحلیل این سیستم و در نظر گرفتن همه حالت‌های ممکن برای ارزیابی و برنامه ریزی دقیق ضروری است. باید توجه کرد که این سیستم قابل تعمیر بوده و علاوه بر این احتمال دارد با گذشت زمان نوع ماموریت نیز تغییر کند. برای مدلسازی این سیستم همان طور که قبلا بیان شد از دو روش مارکوف و تابع مولد سراسری استفاده می‌شود.

### ۳. ۱ مدلسازی و تحلیل به کمک زنجیره مارکوف

توانایی مدل مارکوف در مدلسازی قابلیت اطمینان و برنامه ریزی سامانه‌های ساده و چند حالته عادی توسط محققین اثبات شده

است. در این تحقیق با در نظر گرفتن چند هدفه بودن و تصادفی بودن ماموریت این روش تشریح می‌گردد. برای حل این مساله دو راه حل وجود دارد: مدلسازی تمام حالات همزمان یا مدلسازی سیستم برای انجام ماموریت‌ها به صورت مستقل و سپس ترکیب نتایج آن. در این مقاله از روش دوم برای مدلسازی به کمک زنجیره مارکوف بهره گرفته شده و سپس تمام حالات همزمان به کمک روش تابع مولد سراسری تحلیل شده و در پایان نتایج این دو روش مقایسه می‌شود.

در این مساله، فرض کنید سیستم (با ساختار سه پهپاد) در حال انجام ماموریت a است و پس از اتمام این فرآیند، هر یک از پهپادها ممکن است دارای سه وضعیت زیر باشند: سلامت کامل، نقص در عملکرد یا خراب. سپس سفارش/دستور ماموریت دیگر دریافت می‌شود، در این بخش هم سفارشات/دستورات قطعی نبوده و احتمال دارد ماموریت a, b ویا c صادر شود. بنابراین تعداد کل حالات ممکن برای سیستم برای پاسخ دهی به نیازها ۸۱ حالت است که احتمال آنها یکسان و مشابه نیست. ماتریس انتقال برای این سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود (داده‌ها براساس تجربه صنعتی نویسنده و به عنوان مثال در نظر گرفته شده است).

**جدول ۱**– ماتریس‌های انتقال برای ماموریت‌ها یا هدف‌های مختلف

**الف– ماتریس انتقال ماموریت ۱**

| | | M1 | | | M2 | | | M3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | P1 | P2 | P3 | P1 | P2 | P3 | P1 | P2 | P3 |
| M1 | P1 | ۰/۳۲ | ۰/۰۶ | ۰/۰۳ | ۰/۲۷ | ۰/۰۵۲۵ | ۰/۰۱۷۵ | ۰/۲ | ۰/۰۳۷۵ | ۰/۰۱۲۵ |
| | P2 | ۰ | ۰/۳ | ۰/۱ | ۰ | ۰/۲۶۲۵ | ۰/۰۸۷۵ | ۰ | ۰/۱۸۷۵ | ۰/۰۶۲۵ |
| | P3 | ۰/۳۶ | ۰ | ۰/۰۴ | ۰/۳۱۵ | ۰ | ۰/۰۳۵ | ۰/۲۲۵ | ۰ | ۰/۰۲۵ |
| M2 | P1 | ۰/۳ | ۰/۰۸ | ۰/۰۲ | ۰/۲۶۲۵ | ۰/۰۷ | ۰/۰۱۷۵ | ۰/۱۸۷۵ | ۰/۰۵ | ۰/۰۱۲۵ |
| | P2 | ۰ | ۰/۲۸ | ۰/۱۲ | ۰ | ۰/۲۴۵ | ۰/۱۰۵ | ۰ | ۰/۱۷۵ | ۰/۰۷۵ |
| | P3 | ۰/۳۶ | ۰ | ۰/۰۴ | ۰/۳۱۵ | ۰ | ۰/۰۳۵ | ۰/۲۲۵ | ۰ | ۰/۰۲۵ |
| M3 | P1 | ۰/۲۸ | ۰/۰۸ | ۰/۰۴ | ۰/۲۴۵ | ۰/۰۷ | ۰/۰۳۵ | ۰/۱۷۵ | ۰/۰۵ | ۰/۰۲۵ |
| | P2 | ۰ | ۰/۲۸ | ۰/۱۲ | ۰ | ۰/۲۴۵ | ۰/۱۰۵ | ۰ | ۰/۱۷۵ | ۰/۰۷۵ |
| | P3 | ۰/۳۴ | ۰ | ۰/۰۶ | ۰/۲۹۷۵ | ۰ | ۰/۰۵۲۵ | ۰/۲۱۲۵ | ۰ | ۰/۰۳۷۵ |

**ب- ماتریس انتقال ماموریت ۲**

| | | M1 | | | M2 | | | M3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | P1 | P2 | P3 | P1 | P2 | P3 | P1 | P2 | P3 |
| M1 | P1 | ۰/۳۶ | ۰/۰۲۴ | ۰/۰۱۶ | ۰/۲۹۷۵ | ۰/۰۲۱ | ۰/۰۳۱۵ | ۰/۲۲۵ | ۰/۰۱ | ۰/۰۱۵ |
| | P2 | ۰ | ۰/۳ | ۰/۱ | ۰ | ۰/۲۶۲۵ | ۰/۰۸۷۵ | ۰ | ۰/۱۸۷۵ | ۰/۰۶۲۵ |
| | P3 | ۰/۳۶ | ۰ | ۰/۰۴ | ۰/۳۱۵ | ۰ | ۰/۰۳۵ | ۰/۲۲۵ | ۰ | ۰/۰۲۵ |
| M2 | P1 | ۰/۳۴۳ | ۰/۰۲۴ | ۰/۰۳۶ | ۰/۲۹۷۵ | ۰/۰۲۱ | ۰/۰۳۱۵ | ۰/۲۱۲۵ | ۰/۰۱۵ | ۰/۰۲۲۵ |
| | P2 | ۰ | ۰/۲۸ | ۰/۱۲ | ۰ | ۰/۲۴۵ | ۰/۱۰۵ | ۰ | ۰/۱۷۵ | ۰/۰۷۵ |
| | P3 | ۰/۳۶ | ۰ | ۰/۰۴ | ۰/۳۱۵ | ۰ | ۰/۰۳۵ | ۰/۲۲۵ | ۰ | ۰/۰۲۵ |
| M3 | P1 | ۰/۳۶ | ۰/۰۱۶ | ۰/۰۲۴ | ۰/۳۱۵ | ۰/۰۱۴ | ۰/۰۲۱ | ۰/۲۲۵ | ۰/۰۱ | ۰/۰۱۵ |
| | P2 | ۰ | ۰/۲۸ | ۰/۱۲ | ۰ | ۰/۲۴۵ | ۰/۱۰۵ | ۰ | ۰/۱۷۵ | ۰/۰۷۵ |
| | P3 | ۰/۳۴ | ۰ | ۰/۰۶ | ۰/۲۹۷۵ | ۰ | ۰/۰۵۲۵ | ۰/۲۱۲۵ | ۰ | ۰/۰۳۷۵ |

**ج- ماتریس انتقال ماموریت ۳**

| | | M1 | | | M2 | | | M3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | P1 | P2 | P3 | P1 | P2 | P3 | P1 | P2 | P3 |
| M1 | P1 | ۰/۳۴ | ۰/۰۴ | ۰/۰۲ | ۰/۲۹۷۵ | ۰/۰۳۵ | ۰/۰۱۷۵ | ۰/۲۱۲۵ | ۰/۰۲۵ | ۰/۰۱۲۵ |
| | P2 | ۰ | ۰,۳ | ۰,۱ | ۰ | ۰/۲۶۲۵ | ۰/۰۸۷۵ | ۰ | ۰/۱۸۷۵ | ۰/۰۶۲۵ |
| | P3 | ۰/۳۶ | ۰ | ۰/۰۴ | ۰/۳۱۵ | ۰ | ۰/۰۳۵ | ۰/۲۲۵ | ۰ | ۰/۰۲۵ |
| M2 | P1 | ۰/۳۲ | ۰/۰۴ | ۰/۰۴ | ۰/۲۸ | ۰/۰۳۵ | ۰/۰۳۵ | ۰/۲ | ۰/۰۲۵ | ۰/۰۲۵ |
| | P2 | ۰ | ۰/۲۸ | ۰/۱۲ | ۰ | ۰/۲۴۵ | ۰/۱۰۵ | ۰ | ۰/۱۷۵ | ۰/۰۷۵ |
| | P3 | ۰/۳۶ | ۰ | ۰/۰۴ | ۰/۳۱۵ | ۰ | ۰/۰۳۵ | ۰/۲۲۵ | ۰ | ۰/۰۲۵ |
| M3 | P1 | ۰/۲۸ | ۰/۱ | ۰/۰۲ | ۰/۲۴۵ | ۰/۰۸۷۵ | ۰/۰۱۷۵ | ۰/۱۷۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۱۲۵ |
| | P2 | ۰ | ۰/۲۸ | ۰/۱۲ | ۰ | ۰/۲۴۵ | ۰/۱۰۵ | ۰ | ۰/۱۷۵ | ۰/۰۷۵ |
| | P3 | ۰/۳۴ | ۰ | ۰/۰۶ | ۰/۲۹۷۵ | ۰ | ۰/۰۵۲۵ | ۰/۲۱۲۵ | ۰ | ۰/۰۳۷۵ |

همانگونه که در جداول مشخص است در این مساله از ماتریس انتقال دو سطحی (نمایش همزمان نوع ماموریت و شماره پهپاد) استفاده شده است که براحتی توانایی نمایش حالات مختلف عملکردی را دارد و با ماتریس رایج انتقال متفاوت است. در این ماتریس به عنوان مثال، احتمال این که پهپاد اول در حال انجام ماموریت a در مرحله بعد نیز سالم بوده و بتواند ماموریت a را انجام دهد از رابطه (۲۰) محاسبه شده است.

$$P_{a,ai} = P(a/a_i) = P_a \times P_{ai} \qquad (۲۰)$$

در این رابطه $P_{ai}$ احتمال سالم بودن پهپاد بعد از انجام ماموریت a است. سایر مقادیر نیز مشابه این مثال محاسبه شده است. محاسبه ماتریس حدی و وضعیت بلند مدت سیستم با استفاده از رابطه (۱۵) به صورت جدول (۲) است.

**جدول۲**- مقادیر حدی وضعیت هر پهپاد

| | ماموریت۱ | | | ماموریت ۲ | | | ماموریت۳ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| پهپاد۱ | ۰/۲۰۸۷ | ۰/۱۳۴۲ | ۰/۰۵۷ | ۰/۱۸۳ | ۰/۱۱۷۴ | ۰/۰۵ | ۰/۱۳۰۴ | ۰/۰۸۳۸ | ۰/۰۳۵۶ |
| پهپاد ۲ | ۰/۳۰۳۰۴۶ | ۰/۰۵۷۵ | ۰/۰۳۹۴۱ | ۰/۲۵۹۸۶ | ۰/۰۵۰۳۴۷ | ۰/۰۳۹۷۹ | ۰/۱۸۹۴ | ۰/۰۳۴۴۵ | ۰/۰۲۶۱۵ |
| پهپاد۳ | ۰/۲۳۲۲۸ | ۰/۱۱۴۰۶ | ۰/۰۵۳۶۵ | ۰/۲۰۳۲۴ | ۰/۰۹۹۸ | ۰۴۶۹۴۶ | ۰/۱۴۵۱۷۵ | ۰/۰۷۱۲۹ | /۰۳۳۵۳ |

## ۳. ۲ مدلسازی و تحلیل سیستم با استفاده از تابع مولد سراسری

همانگونه که در بخش‌های قبل بیان شد روش تابع مولد روشی ساده برای مدلسازی سیستم چند حالته است. اگر حالات پهپادها برای انجام ماموریت ۱، به صورت جدول زیر باشد. آنگاه رابطه تابع مولد آن به صورت زیر است:

**جدول۳**- احتمالات وضعیت‌های مختلف پهپادها برای انجام ماموریت ۱

| | حالت۱ (h1) | حالت ۲ (h2) | حالت۳ (h3) |
|---|---|---|---|
| پهپاد۱ | ۰/۸ | ۰/۱۵ | ۰/۰۵ |
| پهپاد ۲ | ۰/۹ | ۰/۰۶ | ۰/۰۴ |
| پهپاد۳ | ۰/۸۵ | ۰/۱ | ۰/۰۵ |

آنگاه:

u_1 (z)= 〖0.8 Z〗 ^h11+0.15 〖 Z〗 ^h12+ 〖0.05 Z〗 ^h13

u_2 (z)= 〖0.9 Z〗 ^h21+0.06 〖 Z〗 ^h22+ 〖0.04 Z〗 ^h23

u_3 (z)= 〖0.85Z〗 ^h31+0.1 〖 Z〗 ^h32+ 〖0.05 Z〗 ^h33

با توجه به ساختار سیستم و موازی بودن پهپادها داریم:

U(z)= [u_1 (z) (_φpar ^ (⊗)) u_2 (z)] (_φpar ^ (⊗)) u_3 (z)

در نتیجه:

U(z)= ( 〖0.8 Z〗 ^h11+0.15 〖 Z〗 ^h12+ 〖0.05 Z〗 ^h13) (_+ ^⊗) ( 〖0.9 Z〗 ^h21+0.06 〖 Z〗 ^h22+ 〖0.04 Z〗 ^h23)

)(( ⊗)^ +_) 〖0.85Z〗 ^h31+0.1 〖 Z〗 ^h32+ 〖0.05 Z〗 ^h33)

با انجام عملیات ریاضی فوق برای ماموریت احتمال حالات مختلف سیستم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

U(z)=0.612Z^(h11,h21,h31)+0.072Z^(h11,h21,h32)+0.036Z^(h11,h21,h33)+0.0408Z^(h11,h22,h31)+0.0048Z^(h11,h22,h32)+0.0024Z^(h11,h22,h33)+0.0272Z^(h11,h23,h31)+0.0032Z^(h11,h23,h32)+0.0016Z^(h11,h23,h33)+0.11475Z^(h12,h21,h31)+0.0135Z^(h12,h21,h32)+0.00675Z^(h12,h21,h33)+0.00765Z^(h12,h22,h31)+0.0009Z^(h12,h22,h32)+0.00045Z^(h12,h22,h33)+0.0051Z^(h12,h23,h31)+0.0006Z^(h12,h23,h32)+0.0003Z^(h12,h23,h33)+0.03825Z^(h13,h21,h31)+0.0045Z^(h13,h21,h32)+0.00225Z^(h13,h21,h33)+0.00255Z^(h13,h22,h31)+0.0003Z^(h13,h22,h32)+0.00015Z^(h13,h22,h33)+0.0017Z^(h13,h23,h31)+0.0002Z^(h13,h23,h32)+0.0001Z^(h13,h23,h33)

در این فرمولhij بیانگر وضعیت پهپاد i در سه حالت زیر است: J=1 پهپاد کاملا سالم و j=2 حالت کاهش راندمان و j=3 پهپاد خراب است.

به روشی مشابه می‌توان احتمالات مربوط به ماموریت‌های ۲ و ۳ رانیز محاسبه کرد. برای بررسی نتایج مدلسازی، احتمال برخی از حالت‌های سیستم در جدول زیر با هم مقایسه شده است.

**جدول۴**- مقایسه نتایج حاصل از دو روش مدل‌سازی

| احتمال در روش مارکوف | احتمال در روش تابع مولد سراسری | حالت‌های مختلف |
|---|---|---|
| ۰/۶۲ | ۰/۶۱۲ | انجام ماموریت ۱ در وضعیت ایده آل(هرسه پهپاد سالم) |
| ۰/۵ | ۰/۵۱ | انجام ماموریت ۲ در وضعیت ایده آل |
| ۰/۳۹ | ۰/۴۴۱ | انجام ماموریت ۳ در وضعیت ایده آل |
| ۰/۰۰۰۱ | ۰/۰۰۰۱ | خرابی هر سه پهپاد هنگام دریافت سفارش ماموریت ۱ |
| ۰/۰۰۰۱ | ۰/۰۰۰۴ | خرابی هر سه پهپاد هنگام دریافت سفارش ماموریت ۲ |
| ۰/۰۰۰۰۳ | ۰/۰۰۰۰۳ | خرابی هر سه پهپاد هنگام دریافت سفارش ماموریت ۳ |

نتایج نشان می‌دهد، میزان اختلاف در محاسبه حالت‌های اصلی سیستم قابل قبول بوده و با استفاده از هر دو روش می‌توان سیستم را مدل و تحلیل نمود و با توجه به اینکه در مدلسازی مارکوف به احتمال تعمیر و تبدیل حالت یک پهپاد بیشتر توجه شده است، می‌توان گفت نتایج آن واقعی تر است ولیکن بخاطرسادگی روش تابع مولد سراسری بکارگیری آن در مسائل پیچیده بویژه زمانی که تعداد حالات و تعداد پهپادها افزایش می‌یابد، توصیه می‌شود.

در پایان یادآور می‌شود با محاسبه احتمال قرارداشتن پهپادها در حالت‌های مختلف می‌توان، احتمال موفقیت و هزینه‌های واقعی عملیات را محاسبه کرد.

## ۴ نتیجه‌گیری

مدلسازی و تحلیل سیستم‌های هوایی با ماموریت جمعی بخاطر اثر آن در برنامه‌ریزی و هزینه نهایی ماموریت مورد توجه بوده است. سیستم‌های هوایی دردهه‌های اخیر توسعه یافته و از تجهیزات هوشمند در آنها استفاده می‌شود لذا مطالعات بسیاری برروی آنها انجام شده و لیکن مدلسازی سیستم هوایی چند حالته–چند هدفه کمتر مورد توجه بوده است. در این سیستم وابستگی ساختاری، فنی و تصادفی بین اجزای سیستم وجود دارد که باید مورد توجه قرار گیرند. در این تحقیق سیستم‌های چند پهپادی که دارای چیدمان موازی بوده وهر پهپاد غیر از حالت رایج سالم و خراب(عدم پرواز) دارای یک وضعیت میانه هم می‌باشد و می‌تواند سه ماموریت متفاوت متناسب با دریافت سفارش یا دستور(به صورت رندوم) انجام دهد. در مدلسازی از دو روش مارکوف و تابع مولد سراسری استفاده شد که نتایج نشان می‌دهد هر دو روش تقریباً حالات مختلف سیستم را مشابه مدلسازی می‌کنند ولیکن روش تابع مولد سراسری ساده‌تر بوده و روش مارکوف اندکی پیچیده تر بوده و محاسبه صحیح ماتریس انتقال آن دشوارتر است، ولیکن حالات متنوع تری را مدلسازی می‌کند. این تحقیق یک مطالعه مقدماتی بوده و توصیه می‌شود درآینده مدلسازی سیستم هوشمند چند حالته با در نظر گرفتن برنامه تامین مواد اولیه و تجهیزات نیز مورد توجه قرار گیرد. همچنین در این تحقیق احتمال دریافت دستور انجام یک ماموریت در طول مدت زمان ثابت فرض شده که در تحقیق آتی این احتمال می‌تواند به صورت دینامیکی و متغیر در نظر گرفته شود.

## ۵ منابع

[1] K. Kołowrocki, "Reliability of large and complex systems: state of art," *Journal of Polish Safety and Reliability Association*, vol. 5, no. 2, 2014.

[2] T. Satow, "Inspection Threshold for Multistate System," *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, vol. 26, no. 06, p. 1950027, 2019. https://doi.org/10.1142/S021853931950027X

[3] Y. Zhang, C. Gu, J. Wang, L. Zhang, X. Hu, and X. Ma, "Dynamic modeling method of mission reliability of a multi-state manufacturing system with multiple production lines," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 57012-57023, 2020. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2981292

[4] H. Fazlollahtabar and S. T. A. Niaki, "Fault tree analysis for reliability evaluation of an advanced complex manufacturing system," *Journal of advanced Manufacturing systems*, vol. 17, no. 01, pp. 107-118, 2018. https://doi.org/10.1142/S0219686718500075

[5] M. Nadjafi, M. A. Farsi, and H. Jabbari, "Reliability analysis of multi-state emergency detection system using simulation approach based on fuzzy failure rate," *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, vol. 8, pp. 532-541, 2017. https://doi.org/10.1007/s13198-016-0563-7

[6] G. Kumar, K. K. Goyal, and N. K. Batra, "Role of performance measures in the configuration selection of reconfigurable manufacturing system," in *Recent Advances in Mechanical Engineering: Select Proceedings of ITME 2019*, 2021, pp. 621-627: Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-15-8704-7_76

[7] S. Yavari, "Machine scheduling for multitask machining," 2018.

[8] M. A. Farsi, "Develop a new method to reliability determination of a solar array mechanism via universal generating function," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 31, pp. 1763-1771, 2017. https://doi.org/10.1007/s12206-017-0324-9

[9] J. S. Agte, "Multistate analysis and design: case studies in aerospace design and long endurance systems," Massachusetts Institute of Technology, 2011.

[10] D. Udris, D. Bručas, and R. Pomarnacki, "Reliability improvement of power distribution system for UAV," *Electronics*, vol. 8, no. 6, p. 636, 2019. https://doi.org/10.3390/electronics8060636

[11] N. Borer and J. Agte, "A multistate design methodology for effecting robust mission performance of long endurance UAVs," in *50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2012, p. 844. https://doi.org/10.2514/6.2012-844

[12] G. Levitin, M. Finkelstein, and Y. Dai, "Mission abort and rescue for multistate systems operating under the Poisson process of shocks," *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 202, p. 107027, 2020. https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.107027

[13] F. Ding and S. Han, "Multi-state reliability analysis of rotor system using Semi-Markov model and UGF," *Journal of Vibroengineering*, vol. 20, no. 5, pp. 2060-2072, 2018.

[14] A. Lisnianski and G. Levitin, *Multi-state system reliability: assessment, optimization and applications*. World scientific, 2003.

[15] P.-C. Chang and Y.-K. Lin, "Reliability analysis for an apparel manufacturing system applying fuzzy multistate network," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 88, pp. 458-469, 2015. https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.07.023

[16] I. Ushakov, "Optimal standby problems and a universal generating function," *Sov J Comput Syst Sci*, vol. 25, no. 4, pp. 79-82, 1987.

[17] M. A. S. M. M. Noori, M. A. Farsi, "Reliability modelling of Multi-state system via UGF," presented at the 10th International Industrial engineering conference, Tehran, Iran, 2014. https://doi.org/10.30699/jtae.2023.7.3.1

[18] G. Levitin, "A universal generating function in the analysis of multi-state systems," *Handbook of performability engineering*, pp. 447-464, 2008. https://doi.org/10.1007/978-1-84800-131-2_29