



E-ISSN: 2676-4253

Journal of Technology in Aerospace Engineering



Vol. 8, No. 3, pp. 33-46, 2024

<https://doi.org/10.22034/jtae.2024.8.3.3>

Journal Homepage: <https://jtae.ari.ac.ir>



Adaptive Modified Sliding-Mode-Based Attitude Control of a Satellite under Reaction Wheel Fault

Narges Talebi Motlagh* , Sevil Mohammadzadeh Sadigh , Hossein Beheshti, Hamid Ghouchi Eskandar, and Moharram Shameli

Space Thrusters Research Institute, Iranian Space Research Center, Tabriz, Iran

ARTICLE INFO

Article History:

Received 24 July 2023

Revised 04 October 2023

Accepted 07 October 2023

Available Online 07 October 2023

Keywords:

Fault tolerant control

Attitude tracking

Fast terminal sliding mode control

Finite-time convergence

Reaction wheel

ABSTRACT

In this paper, passive adaptive modified sliding-mode-based fault tolerant control is designed to track the desired attitude of a satellite with four reaction wheels in the presence of external disturbances, system uncertainties, and actuator fault. In order to achieve this goal, the adaptive modified fast terminal SMC has been used, due to its robustness against the unmodeled uncertainties and the design of control method for the nonlinear model of system. To improve the performance of the controller, the sliding surface is selected in a way that the tracking error converges in a finite time to a small neighborhood of the origin, which is proved using the extended lyapunov law, and avoids the singularity of the control law. The adverse effects caused by the uncertainties are reduced using an adaptive parameter in the reaching phase of the control law. This reduces the tracking error and as a result, the performance of the closed loop system is improved. Also, the adaptive parameter and sliding surface are applied as a coefficient of the reaching phase to eliminate the chattering phenomenon. The simulation results indicate the high precision attitude tracking, chattering-free, and the improved performance of closed-loop system.

* Corresponding Author's E-mail: n.talebi@tabrizu.ac.ir

How to Cite this Article:

N. Talebi Motlagh, S. Mohammadzadeh Sadigh, H. Beheshti, H. Ghouchi Eskandar, and M. Shameli, "Adaptive Modified Sliding-Mode-Based Attitude Control of a Satellite under Reaction Wheel Fault," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 8, No. 3, pp. 33-46, 2024, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2024.8.3.3>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



کنترل وضعیت ماهواره مبتنی بر مد لغزشی اصلاح شده تطبیقی تحت عیب چرخ عکس‌العملی

نرگس طالبی مطلق^{۱*}، سویل محمدزاده صدیق^۲، حسین بهشتی^۳، حمید قوچی اسکندر^۴، و محرم شاملی^۵

۱،۲،۵- استادیار، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تبریز، ایران
۳- دانشجوی دکترا، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تبریز، ایران
۴- کارشناسی ارشد، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تبریز، ایران

چکیده

در این مقاله، کنترل تحمل‌پذیر عیب غیرفعال مبتنی بر مد لغزشی اصلاح‌شده تطبیقی در حضور اغتشاشات خارجی، نامعینی سیستم و عیب عملگرها برای کنترل وضعیت در ماهواره با چهارچرخ عکس‌العملی طراحی شده است. به‌منظور نیل به این هدف، روش کنترل مد لغزشی نهایی سریع تطبیقی، به‌دلیل مقاومت در برابر نامعینی‌های مدل نشده و طراحی روش کنترل برای مدل غیرخطی سیستم مورد استفاده قرار گرفته است. برای بهبود عملکرد کنترل‌کننده، سطح لغزش به‌گونه‌ای انتخاب شده است که خطای ردیابی در زمان محدود به همسایگی کوچکی از مبدا همگرا شود (که با استفاده از قانون لیاپانوف توسعه‌یافته به اثبات رسیده) و از تکنیکی قانون کنترلی جلوگیری گردد. در روش پیشنهادی، با به‌کارگیری یک بهره تطبیقی در بخش رساننده قانون کنترلی مد لغزشی اثرات نامطلوب ناشی از نامعینی‌های سیستم کاهش می‌یابد. این امر باعث کاهش چشمگیر خطای ردیابی و در نتیجه بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته می‌شود. همچنین، در راستای حذف پدیده چترینگ، پارامترهای تطبیقی و سطح لغزش به‌عنوان ضریب بخش رساننده کنترلی اعمال می‌شود. نتایج شبیه‌سازی بیانگر ردیابی وضعیت بادقت بالا، حذف چترینگ و بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته است.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۲ مرداد ۱۴۰۲
بازنگری ۱۲ مهر ۱۴۰۲
پذیرش ۱۵ مهر ۱۴۰۲
اولین انتشار ۱۵ مهر ۱۴۰۲

واژه‌های کلیدی:

کنترل تحمل‌پذیر عیب
کنترل وضعیت ماهواره
کنترل مد لغزشی نهایی سریع
همگرایی زمان محدود
چرخ عکس‌العملی

* پست الکترونیکی نویسنده مسئول: n.talebi@tabrizu.ac.ir

How to Cite this Article:

N. Talebi Motlagh, S. Mohammadzadeh Sadigh, H. Beheshti, H. Ghouchi Eskandar, and M. Shamel, "Adaptive Modified Sliding-Mode-Based Attitude Control of a Satellite under Reaction Wheel Fault," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 8, No. 3, pp. 33-46, 2024, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2024.8.3.3>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



فهرست علائم اختصاری

d	بردار اغتشاشات خارجی [N.m.]
D_w	ماتریس توزیع عملگرهای چرخ عکس‌العملی
E_w	ماتریس عیب کاهش اثربخشی عملگرها
J_s	ماتریس اینرسی ماهواره [kg.m ²]
J_w	ماتریس اینرسی چرخ‌های عکس‌العملی [kg.m ²]
q_0	بخش اسکالر چهارگان‌های وضعیت
q	بخش برداری چهارگان‌های وضعیت
q_d	بخش برداری چهارگان‌های وضعیت مطلوب
S	بردار متغیر سطح لغزش
T_s	زمان همگرایی متغیرهای وضعیت [sec]
u	بردار گشتاور تولیدی توسط عملگرها [N.m.]
V_1, V_2	توابع لیپانوف
θ	بردار زوایای اوپلر [rad]
θ_d	بردار زوایای اوپلر مطلوب [rad]
ω	بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره [rad/sec]
ω_d	بردار سرعت زاویه‌ای مطلوب ماهواره [rad/sec]
Ω_w	بردار سرعت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی [rad/sec]

۱ مقدمه

سیستم کنترل وضعیت ماهواره از جمله مسائل مهم در مأموریت‌های مختلف فضایی محسوب می‌شود که در آن دقت و سرعت پاسخ‌دهی سیستم از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۱-۲]. باتوجه به اینکه کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از عملگرها صورت می‌پذیرد، رخداد عیب در آنها ممکن است عملکرد سیستم را کاهش داده و یا منجر به ناپایداری سیستم گردد. بعلاوه، در نظر نگرفتن عدم قطعیت‌های مدل نشده و اغتشاشات محیطی نیز بر عملکرد و پایداری سیستم تاثیر منفی می‌گذارد. بنابراین برای افزایش قابلیت اطمینان مأموریت، لازم است که این موارد مورد توجه قرار گیرند. بنابراین، طراحی کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب ماهواره با در نظر گرفتن اغتشاشات خارجی، عدم قطعیت‌های مدل نشده و عیب عملگرها باعث تضمین پایداری و افزایش قابلیت اطمینان سیستم می‌شود [۳-۴].

روش‌های کنترل مد لغزشی به دلیل مقاوم بودن در برابر نامعینی‌ها و قابلیت کنترل سیستم‌های غیرخطی یکی از کارآمدترین روش‌های کنترل تحمل‌پذیر عیب ماهواره به حساب می‌آید [۵-۶]. در [۷]، کنترل مد لغزشی فرایپچس به عنوان کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب غیرفعال یک میکروماهواره مورد استفاده قرار گرفته است. روش مد لغزشی نهایی سریع غیرتکنین اصلاح شده برای یک ماهواره با چهار چرخ عکس‌العملی در حضور عیب عملگرها، نامعینی سیستم و اغتشاشات خارجی در [۸] بیان شده است. در [۹] نیز روش

کنترل وضعیت مقاوم با استفاده از روش کنترل پسگام مد لغزشی برای یک ماهواره با چهار چرخ عکس‌العملی بیان شده است. پایداری روش پیشنهادی با در نظر گرفتن دینامیک عملگرها با استفاده از روش لیپانوف به اثبات رسیده است. عملکرد آن نیز با در نظر گرفتن اغتشاشات محیطی و با مدل‌سازی بلادرنگ دینامیک ماهواره مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۰] نیز حالت‌های خرابی که ممکن است در چرخ عکس‌العملی رخ دهد، مورد بررسی قرار گرفته است. سپس، باتوجه به موارد بررسی شده تمهیداتی برای تشخیص و رفع این عیب‌ها در نظر گرفته شده است ولی روشی برای کنترل وضعیت ماهواره ارائه نگردیده است. در [۱۱]، روش کنترل مد لغزشی نهایی سریع غیرتکنین اصلاح شده دیگری برای یک ماهواره کوچک با سه گشتاوردهنده مغناطیسی و یک چرخ عکس‌العملی در حضور عیب عملگرها و اغتشاشات خارجی پیشنهاد شده است. کنترل مد لغزشی نهایی سریع غیرتکنین اصلاح شده تطبیقی در [۱۲] برای کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب ماهواره کوچکی طراحی شده است. در مقاله مذکور، وضعیت در زمان محدودی به مقدار مطلوب همگرا می‌شود ولی اثبات همگرایی زمان محدود برای آن به اثبات نرسیده است. در [۱۳] نیز کنترل مد لغزشی نهایی سریع غیرتکنین اصلاح شده تطبیقی دیگری به منظور کاهش چترینگ سیگنال کنترلی پیشنهاد شده است.

در مرجع [۱۴]، از شبکه عصبی برای تخمین میزان موفقیت کنترل تحمل‌پذیر عیب فعال برای فضاپیما استفاده شده است. در این روش ابتدا شبکه عصبی آموزش دیده و سپس عملکرد آن در پیش‌بینی رفتار روش کنترلی مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه، میزان موفقیت روش پیشنهادی در برابر عیب‌های متعدد احتمالی بررسی می‌گردد. در [۱۵]، روش معکوس دینامیک غیرخطی برای کنترل وضعیت ماهواره با در نظر گرفتن عیب عملگرها پیشنهاد شده است. در مقاله مذکور، روش پیشنهادی در حضور عیب عملگرها و اغتشاشات خارجی طراحی شده است ولی نامعینی مدل اینرسی در آن در نظر گرفته نشده است. در [۱۶]، یک کنترل پیش‌بین مقاوم مبتنی بر تیوب برای کنترل وضعیت ماهواره پیشنهاد شده است. در این روش، تخمین تیوب برای کاهش حجم محاسبات مورد استفاده قرار گرفته ولی عیب عملگرها در طراحی روش پیشنهادی مورد توجه قرار نگرفته است. در [۱۷]، روش خطی‌سازی پس‌خورد برای کنترل وضعیت فضاپیما و باتوجه به دینامیک عملگرهای چرخ عکس‌العملی مورد استفاده قرار گرفته است. در روش پیشنهادی، رفتار عملگرها بهینه بوده و سرعت پاسخ‌دهی سیستم نیز سریعتر است ولی عیب عملگرهای مذکور مورد توجه قرار نگرفته است. در [۱۸]، قانون کنترل تنظیم‌کننده درجه دوم

کاهش پدیده چترینگ می‌شود. پایداری زمان محدود روش پیشنهادی نیز در حضور عیب عملگرها، اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های ماتریس اینرسی با استفاده از روش لیاپانوف توسعه یافته به اثبات رسیده است. باتوجه به اینکه چهار چرخ عکس‌العملی به عنوان عملگرهای ماهواره مورد نظر انتخاب شده‌است، به منظور افزایش دقت مدل دینامیکی ماهواره و در نتیجه افزایش شباهت آن به مدل واقعی سیستم، مدل دینامیکی عملگر چرخ عکس‌العملی و همچنین محدودیت‌های آن در مدل دینامیکی ماهواره در نظر گرفته شده است. برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی، شبیه‌سازی روش پیشنهادی با در نظر گرفتن محدودیت‌های عملگرها، رخداد عیب آنها، اغتشاشات خارجی و نامعینی ماتریس اینرسی ماهواره انجام گرفته و نتایج به دست آمده با نتایج روش پیشنهادی ارائه شده در [۸] مورد مقایسه قرار گرفته‌است. عمده تفاوت روش پیشنهادی با روش ارائه شده در [۸]، تطبیقی بودن روش مد لغزشی پیشنهادی است. قانون تطبیقی ارائه شده ضریبی از حد بالای بخش نامعینی‌ها است و با تغییر مقدار پارامتر تطبیقی باتوجه به تغییرات سرعت زاویه‌ای و متغیر سطح لغزش، دقت کنترل وضعیت افزایش یافته و در نتیجه بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته می‌شود.

در ادامه، مدل سینماتیکی و دینامیکی ماهواره به همراه مدل دینامیکی چرخ عکس‌العملی و با در نظر گرفتن عیب عملگرها و اغتشاشات خارجی و نامعینی ماتریس اینرسی بیان می‌شود. در بخش بعد، روش کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب تطبیقی پیشنهادی معرفی شده و پایداری زمان محدود آن به اثبات می‌رسد. در ادامه، عملکرد روش پیشنهادی با استفاده از ارائه نتایج شبیه‌سازی مورد بررسی قرار گرفته و نهایتاً نتیجه کلی بیان می‌شود.

۲ مدل سینماتیکی و دینامیکی ماهواره

در این مقاله، وضعیت ماهواره با استفاده از چهارگان‌ها نمایش داده می‌شود. چهارگان‌ها دارای دو بخش اسکالر و برداری هستند که به ترتیب با q_0 و $q \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ نشان داده شده و رابطه $q^T q + q_0^2 = 1$ همواره برقرار است. معادله سینماتیکی ماهواره برحسب چهارگان‌های وضعیت به صورت زیر بیان می‌شود [۲۳، ۲۴]:

$$\begin{cases} \dot{q}_0 = -\frac{1}{2} q^T \omega \\ \dot{q} = \frac{1}{2} (q^\times + q_0 I_3) \omega \end{cases} \quad (1)$$

که در آن، بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره بیان شده در دستگاه مختصات بدنه نسبت به اینرسی، I_3 ماتریس همانی 3×3 است. نماد q^\times نیز برای هر بردار $q \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

خطی (LQR) برای کنترل بهینه وضعیت ماهواره با سه چرخ عکس‌العملی فعال پیشنهاد شده‌است. در مقاله فوق، روش‌های جلوگیری از اشباع چرخ عکس‌العملی مدل‌سازی شده و مدل دینامیکی خطی سیستم مورد استفاده قرار گرفته‌است. روش پیشنهادی قادر است با اعمال حداقل تلاش کنترلی، ماهواره را به وضعیت مطلوب برساند ولی عملکرد روش در حضور عیب عملگرها، نامعینی مدل و اغتشاشات خارجی مورد بررسی قرار نگرفته است. در [۱۹]، قانون کنترل تناسی-مشتقی برای پایداری وضعیت ماهواره‌ای با چهار چرخ عکس‌العملی با ساختار هرمی معرفی شده‌است. در مقاله مذکور، مدل چرخ عکس‌العملی، محدودیت‌های گشتاور و توان به منظور افزایش دقت کنترل وضعیت مدل‌سازی شده است. پایداری روش پیشنهادی با استفاد از روش لیاپانوف به اثبات رسیده است ولی پایداری آن در حضور عیب عملگرها مورد بررسی قرار نگرفته‌است. در [۲۰]، کنترل وضعیت ترکیبی مقاوم و کنترل طراحی شده با استفاده از شبکه عصبی چبیشف معرفی شده است. عملکرد روش پیشنهادی با در نظر گرفتن مدل چرخ عکس‌العملی، اغتشاشات محیطی و نامعینی ماتریس اینرسی ماهواره بررسی شده است. در [۲۱]، تشخیص خرابی عیب عملگرها با استفاده از رویکردهای مد لغزشی و مد لغزشی تطبیقی برای ماهواره سنجش از دور انجام گرفته‌است. در مقاله مذکور، یک رویکر مقاوم برای تشخیص عیب و یک رویکر مقاوم تطبیقی برای تخمین مدل عیب پیشنهاد شده‌است. در [۲۲]، طراحی مسیر وضعیت یک ماهواره سنجش از دور در مدهای مختلف تصویربرداری با استفاده از الگوریتم طراحی مسیر مبتنی بر رگرسیون چندجمله‌ای محلی پیشنهاد شده‌است. قانون کنترل ردیابی مقاوم تطبیقی برای انجام مانورهای مورد نیاز در مسیر وضعیت طراحی شده‌است که شامل مد لغزشی، جبران‌ساز مدل تطبیقی و یک عبارت فیدبک خطی است. با اینکه روش پیشنهادی در مقاله مذکور یک روش مؤثر برای کنترل ردیابی وضعیت ماهواره است، با این حال در طراحی آن عیب عملگرها در نظر گرفته نشده‌است.

باتوجه به اینکه همگرایی سریع در ماموریت‌های فضایی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، بنابراین در این مقاله کنترل مد لغزشی نهایی سریع اصلاح‌شده مورد استفاده قرار گرفته است. برای افزایش قابلیت اطمینان و تضمین پایداری سیستم، قانون کنترل وضعیت ماهواره با در نظر گرفتن عیب عملگرها و به عنوان کنترل تحمل‌پذیر عیب طراحی می‌شود. به منظور بهبود عملکرد سیستم، افزایش زمان پاسخ‌دهی آن و کاهش پدیده چترینگ، از قانون تطبیقی استفاده شده است. این قانون تطبیقی طوری طراحی شده است تا پارامترهای تطبیقی متناسب با تغییر متغیر سطح لغزش، تغییر نموده و در نتیجه باعث افزایش دقت ردیابی و بهبود عملکرد سیستم گردد. بکارگیری پارامترهای تطبیقی به همراه ضریبی از متغیر سطح لغزش در بخش رساننده قانون کنترل نیز موجب

(۲) ماتریس اینرسی ماهواره، متقارن، غیرتکین و متغیر با زمان است و مقدار آنرا می توان به صورت $J_s = J_{s0} + \Delta J_s$ نمایش داد که J_{s0} بخش نامی و معلوم ماتریس اینرسی و ΔJ_s بخش متغیر با زمان و نامعلوم آن است. این ماتریس دارای حد بالای معلوم و مثبت است؛ بطوریکه: $\|\Delta J_s\| \leq J_M$.

(۳) دامنه اغتشاشات خارجی اعمال شده به ماهواره نامعین ولی دارای حد بالای معلوم است: $|d(t)| \leq \bar{d}_i$.

فرضیات مربوط به عملگر چرخ عکس‌العملی نیز به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

(۱) سرعت زاویه‌ای هر یک از چرخ‌های عکس‌العملی دارای حد اشباع هستند: $|\Omega_w| \leq \bar{\Omega}_w$ که در آن $\bar{\Omega}_w$ دارای مقدار مثبت معلوم است.

(۲) گشتاور کنترلی تولید شده توسط عملگرهای چرخ عکس‌العملی دارای حد بالای معلوم است؛ بطوریکه:
 $|u_i(t)| \leq \bar{u}_{\max}$

۳ طراحی کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب

در این مقاله، روش کنترل مد لغزشی نهایی سریع اصلاح شده تطبیقی برای کنترل وضعیت ماهواره با در نظر گرفتن عیب عملگرها، اغتشاشات خارجی و نامعینی ماتریس اینرسی مورد استفاده قرار گرفته است. به همین منظور، ابتدا متغیر سطح لغزش تعریف شده و سپس قانون کنترل مورد نظر به همراه اثبات پایداری زمان محدود آن توضیح داده می‌شود.

۳.۱ متغیر سطح لغزش

متغیر سطح لغزش با هدف جلوگیری از تکینگی قانون کنترل و همگرایی سریع متغیرهای وضعیت و سرعت زاویه‌ای ماهواره به مسیرهای مطلوب، به صورت زیر انتخاب شده است [۸، ۲۷]:

$$S = \omega + \lambda_1 q_e + \lambda_2 s_m \quad (7)$$

که در آن، $q_e = q - q_d$ ، چهارگان‌های وضعیت مطلوب، λ_1 و λ_2 ماتریس‌های ثابت و مثبت و $s_m \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s_{mi} = \begin{cases} \alpha_1 q_{ei} + \alpha_2 \text{sign}(q_{ei}) |q_{ei}|^{r_2} & |q_{ei}| < \varepsilon \\ |q_{ei}|^{r_1} \text{sign}(q_{ei}) & |q_{ei}| \geq \varepsilon \end{cases} \quad (8)$$

که در آن، $\alpha_1 = 1$ ، $1 < r_2 < 2$ ، $0 < r_1 < 1$ ، $i = 1, 2, 3$ ، $\alpha_2 = \frac{1-r_1}{1-r_2} \varepsilon^{(r_1-r_2)}$ ، $\frac{r_2-r_1}{r_2-1} \varepsilon^{(r_1-1)}$ و $0 < \varepsilon < 1$ است.

$$q^x = \begin{bmatrix} 0 & -\varrho_3 & \varrho_2 \\ \varrho_3 & 0 & -\varrho_1 \\ -\varrho_2 & \varrho_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

می‌توان چهارگان‌های وضعیت را با استفاده از رابطه زیر به زوایای اوایلر تبدیل کرد:

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{atan} \frac{2(q_0 q_1 + q_2 q_3)}{1 - 2(q_1^2 + q_2^2)} \\ \text{asin}(2(q_0 q_2 - q_1 q_3)) \\ \text{atan} \frac{2(q_0 q_3 - q_1 q_2)}{1 - 2(q_2^2 + q_3^2)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

همچنین، برای تبدیل زوایای اوایلر به چهارگان‌های وضعیت رابطه زیر بکار برده می‌شود:

$$q_0 = \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \quad (4)$$

$$q = \begin{bmatrix} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} - \cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \end{bmatrix}$$

باتوجه به اینکه عملگرهای ماهواره چرخ عکس‌العملی انتخاب شده است، معادلات دینامیکی ماهواره و عملگرها با در نظر گرفتن روابط حاکم بر این عملگرها به صورت زیر مدل می‌شود [۲۶، ۲۵]:

$$J_t \dot{\omega} = -\omega^x (J_{s0} \omega + D_w J_w \Omega_w) (J_s \omega + D_w J_w \Omega_w) + D_w E_w u + d \quad (5)$$

$$J_w \dot{\Omega}_w = -E_w u - J_w D_w^T \dot{\omega} \quad (6)$$

که در آن، $J_s \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ، $J_t = J_s - D_w J_w D_w^T$ ، ماتریس اینرسی ماهواره، $D_w \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ ، ماتریس توزیع عملگرهای چرخ عکس‌العملی، $\Omega_w \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ ، ماتریس اینرسی چرخ‌های عکس‌العملی، $E_w \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ، $d \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ بردار اغتشاشات خارجی، $u \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ گشتاور تولیدی توسط عملگرها نسبت به ماهواره و $E_w = \text{diag}(e_1, e_2, e_3, e_4)$ نیز ماتریس عیب کاهش اثر بخشی عملگرها است. $0 < e_i \leq 1$ که در آن، یک بیانگر سالم بودن عملگر و صفر بیانگر خرابی کامل آن است.

در بخش بعدی، طراحی قانون کنترل وضعیت ماهواره بیان می‌شود. در طراحی، فرضیات زیر مورد توجه قرار می‌گیرد [۸]:

(۱) متغیرهای وضعیت، سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره و چرخ‌های عکس‌العملی قابل اندازه‌گیری هستند.

۲.۳ قانون کنترل

در روش‌های کنترل مد لغزشی، قانون کنترل به صورت $u_c = u_{eq} + u_r$ انتخاب می‌شود که در آن، u_{eq} بخش کنترل معادل^۱ و u_r نیز بخش رساننده^۲ قانون کنترل تعریف می‌شود. در نتیجه، قانون کنترل با استفاده از روش پیشنهادی به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$u_{eq} = -(J_{s0} - D_w J_w D_w^T) \left((\lambda_1 + \lambda_2 ds_m) \left(\frac{1}{2} (q^\times + q_0 I_3) \omega - \dot{q}_d \right) + \omega^\times (J_{s0} \omega + D_w J_w \Omega_w) \right) \quad (۹)$$

$$u_r = -\rho_1 S - \rho_2 \hat{b} |S|^\alpha \text{sig}(S) \quad (۱۰)$$

که در آن، $\rho > 0$ ، $0 < \alpha < 1$ و $|S|^\alpha \text{sig}(S) = [|S_1|^\alpha \text{sign}(S_1), |S_2|^\alpha \text{sign}(S_2), |S_3|^\alpha \text{sign}(S_3)]^T$.

در قانون کنترل پیشنهادی نیز به منظور بهبود عملکرد سیستم حلقه- بسته، بهره بخش رساننده در قانون کنترل به صورت تطبیقی تنظیم می‌شود. بهره تطبیقی \hat{b} در واقع ضربی از حد بالای بخش نامعینی‌ها است که با تغییر آن مقدار بهره تطبیقی نیز تغییر می‌نماید. این قوانین تطبیقی به صورت زیر ارائه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \hat{b}_1 &= \mu_1 \|S\|^{\alpha+1} \\ \hat{b}_2 &= \mu_2 \phi \|S\|^{\alpha+1} \end{aligned} \quad (۱۱)$$

$$\hat{b} = \hat{b}_1 + \hat{b}_2 \phi \quad (۱۲)$$

که در آن، $\mu_1, \mu_2 > 0$ ، $0 < \alpha < 1$ ، $\rho_1, \rho_2 > 0$ ، $\hat{b} > 0$ پارامتر تطبیقی است و ϕ نیز به صوت زیر به دست می‌آید:

$$\phi = 1 + \|\omega\| + \|\omega\|^2 + \|\omega\|^\alpha \quad (۱۳)$$

$\hat{b}\phi$ نیز حد بالای تابع نامعینی تخمین زده شده است. قبل از بررسی پایداری و همگرایی زمان محدود متغیرهای وضعیت، لازم است که لم زیر بیان شود.

لم ۱ [۲۸]: شرط لیاپانوف توسعه یافته پایداری زمان محدود به فرم مد لغزشی نهایی سریع (FTSM) به صورت زیر است:

$$\dot{V}(x) + \kappa_1 V(x) + \kappa_2 V^\iota(x) \leq 0 \quad (۱۴)$$

که در آن، $0 < \iota < 1$ و $\kappa_1, \kappa_2 > 0$ است و زمان همگرایی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T_s \leq \frac{1}{\kappa_1(1-\iota)} \ln \left(\frac{\kappa_1 V^{(1-\iota)}(x_0) + \kappa_2}{\kappa_2} \right) \quad (۱۵)$$

که در آن، x_0 مقدار اولیه متغیر x است.

تئوری ۱: ماهواره توصیف شده توسط روابط (۱)، (۵) و (۶) با وجود عیب عملگرها، نامعینی ماتریس اینرسی و اغتشاشات خارجی در نظر گرفته می‌شود. قانون کنترل بیان شده در روابط (۹) و (۱۰) می‌تواند متغیرهای وضعیت ماهواره را در زمان محدود به مسیرهای وضعیت مطلوب همگرا نماید.

اثبات: اثبات در دو مرحله انجام می‌گیرد.

مرحله ۱: در این مرحله، ثابت می‌شود که متغیر سطح لغزش تعریف شده در رابطه (۷) می‌تواند در زمان محدود t_{s1} به بازه محدودی همگرا شود.

تابع لیاپانوفی به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$V_1 = \frac{1}{2} S^T J_t S + \frac{1}{2\mu_1} \tilde{b}_1^2 + \frac{1}{2\mu_2} \tilde{b}_2^2 \quad (۱۶)$$

که در آن $\tilde{b}_1 = b_1 - \hat{b}_1$ و $\tilde{b}_2 = b_2 - \hat{b}_2$ است. مشتق زمانی مرتبه اول تابع لیاپانوف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{2} S^T J_t \dot{S} + S^T J_t \dot{S} + \frac{1}{\mu_1} \tilde{b}_1 (-\dot{\hat{b}}_1) + \\ &\frac{1}{\mu_2} \tilde{b}_2 (-\dot{\hat{b}}_2) \end{aligned} \quad (۱۷)$$

با مشتق گیری از رابطه (۷) و جایگذاری در رابطه فوق، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{2} S^T J_t \dot{S} + S^T J_t (\dot{\omega} + (\lambda_1 + \lambda_2 ds_m)(\dot{q} - \dot{q}_d)) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{b}_1 (-\dot{\hat{b}}_1) + \\ &\frac{1}{\mu_2} \tilde{b}_2 (-\dot{\hat{b}}_2) \end{aligned} \quad (۱۸)$$

که در آن، $ds_m = \text{diag}(ds_{m1}, ds_{m2}, ds_{m3})$ و ds_{mi} به صورت زیر است:

$$ds_{mi} = \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 r_2 \text{sign}(q_{ei}) |q_{ei}|^{(r_2-1)} & |q_{ei}| < \varepsilon \\ r_1 |q_{ei}|^{(r_1-1)} \text{sign}(q_{ei}) & |q_{ei}| \geq \varepsilon \end{cases} \quad (۱۹)$$

با جایگذاری روابط (۱) و (۵) در رابطه (۱۸)، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{2} S^T J_t \dot{S} + S^T J_t \left(J_t^{-1} (-\omega^\times (J_s \omega + D_w J_w \Omega_w) + D_w E_w u + d) + (\lambda_1 + \lambda_2 ds_m) \left(\frac{1}{2} (q^\times + q_0 I_3) \omega - \dot{q}_d \right) \right) + \\ &\frac{1}{\mu_1} \tilde{b}_1 (-\dot{\hat{b}}_1) + \frac{1}{\mu_2} \tilde{b}_2 (-\dot{\hat{b}}_2) \end{aligned} \quad (۲۰)$$

$$\dot{V}_1 = -S^T J_t (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} \left(\rho_1 S + \rho_2 (\hat{b}_1 + \hat{b}_2 \phi) |S|^\alpha \text{sig}(S) \right) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{b}_1 (-\hat{b}_1) + \frac{1}{\mu_2} \tilde{b}_2 (-\hat{b}_2) + S^T \chi \quad (28)$$

بسط رابطه فوق به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{V}_1 = -S^T J_t (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} (\rho_1 S - \rho_2 (\hat{b}_1 + \hat{b}_2 \phi) |S|^\alpha \text{sig}(S) - \tilde{b}_1 \|S\|^{\alpha+1} - \tilde{b}_2 \phi \|S\|^{\alpha+1} + S^T \chi) \quad (29)$$

و داریم

$$\dot{V}_1 = -S^T J_t (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} (\rho_1 S - \rho_2 (\hat{b}_1 + \hat{b}_2 \phi) |S|^\alpha \text{sig}(S) - \tilde{b}_1 \|S\|^{\alpha+1} - \tilde{b}_2 \phi \|S\|^{\alpha+1} + S^T \chi) \quad (30)$$

حال، رابطه فوق را می توان به صورت زیر ساده سازی کرد:

$$\dot{V}_1 \leq -2\rho_1 \left\| (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} \right\| \left(\frac{1}{2} S^T J_t S \right) - \rho_2 \left\| (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} \right\| \left(\frac{2}{\|J_t\|} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} - b_1 \|S\|^{\alpha+1} - b_2 \phi \|S\|^{\alpha+1} - \tilde{b}_1 \|S\|^{\alpha+1} - \tilde{b}_2 \phi \|S\|^{\alpha+1} + S^T (b_1 + b_2 \phi) \quad (31)$$

$$\dot{V}_1 \leq -2\rho_1 \left\| (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} \right\| \left(\frac{1}{2} S^T J_t S \right) - \left\| \rho_2 J_t (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} - 1 \right\| (\hat{b}_1 + \hat{b}_2 \phi) \left(\frac{2}{\lambda_{\max}(J_t)} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \left(\frac{1}{2} S^T J_t S \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} - (b_1 + b_2 \phi) \|S\| (1 - \|S\|^\alpha) \quad (32)$$

حال با فرض $Z = \frac{1}{2\mu_1} \tilde{b}_1^2 + \frac{1}{2\mu_2} \tilde{b}_2^2$ ، داریم

$$\dot{V}_1 \leq -2\rho_1 \left\| (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} \right\| \left(\frac{1}{2} S^T J_t S + Z - Z \right) - \left\| \rho_2 J_t (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} - 1 \right\| (\hat{b}_1 + \hat{b}_2 \phi) \left(\frac{2}{\lambda_{\max}(J_t)} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \left(\frac{1}{2} S^T J_t S + Z - Z \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} - (b_1 + b_2 \phi) \|S\| (1 - \|S\|^\alpha) \quad (33)$$

$$\dot{V}_1 \leq -2\rho_1 \left\| (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} \right\| \left(1 - \frac{Z}{V_1} \right) V_1 - \left\| \rho_2 J_t (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} - 1 \right\| (\hat{b}_1 + \hat{b}_2 \phi) \left(\frac{2}{\lambda_{\max}(J_t)} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \left(1 - \frac{Z}{V_1} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} V_1^{\frac{\alpha+1}{2}} - (b_1 + b_2 \phi) \|S\| (1 - \|S\|^\alpha) \quad (34)$$

به منظور جداسازی عبارات نامعلوم از معلوم، ابتدا رابطه ۹ را در نظر گرفتن نامعینی ماتریس اینرسی به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$(J_{s_0} + \Delta J_s - D_w J_w D_w^T) \dot{\omega} = -\omega^\times (J_{s_0} + \Delta J_s) \omega + D_w J_w \Omega_w + D_w E_w u + d \quad (21)$$

با فرض $F_w = I - E_w$ ، داریم:

$$(J_{s_0} + \Delta J_s - D_w J_w D_w^T) \dot{\omega} = -\omega^\times (J_{s_0} + \Delta J_s) \omega + D_w u - D_w F_w u + d \quad (22)$$

با جداسازی عبارات نامعلوم از معلوم، رابطه فوق به صورت زیر به دست می آید:

$$(J_{s_0} - D_w J_w D_w^T) \dot{\omega} = -\Delta J_s \dot{\omega} - \omega^\times \Delta J_s \omega - \omega^\times (J_{s_0} \omega + D_w J_w \Omega_w) + D_w u - D_w F_w u + d \quad (23)$$

حال، باتوجه به رابطه فوق می توان رابطه (۲۰) را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} S^T J_t S + S^T J_t \left((J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} (-\omega^\times (J_{s_0} \omega + \Delta J_s \omega + D_w J_w \Omega_w) + D_w u - D_w F_w u + d - \Delta J_s \dot{\omega}) + (\lambda_1 + \lambda_2 ds_m) \left(\frac{1}{2} (q^\times + q_0 I_3) \omega - \dot{q} \right) \right) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{b}_1 (-\hat{b}_1) + \frac{1}{\mu_2} \tilde{b}_2 (-\hat{b}_2) \quad (24)$$

که $u_c = D_w u$ بوده و برای به دست آوردن بردار سیگنال کنترل ورودی عملگرها، رابطه $u = D_w^T (D_w D_w^T)^{-1} u_c$ به کار برده شده است. حال، با جایگذاری قانون کنترل بیان شده در روابط (۹) و (۱۰)، رابطه فوق به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} S^T J_t S + S^T J_t \left((J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} (-\rho_1 S - \rho_2 \hat{b} |S|^\alpha \text{sig}(S)) + (J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} (-\omega^\times \Delta J_s \omega - D_w F_w u + d - \Delta J_s \dot{\omega}) \right) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{b}_1 (-\hat{b}_1) + \frac{1}{\mu_2} \tilde{b}_2 (-\hat{b}_2) \quad (25)$$

در ادامه، برای ساده سازی رابطه فوق، عبارت های نامعینی با χ نشان داده می شود:

$$\chi = \frac{1}{2} J_t S + J_t \left((J_{s_0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} (-\omega^\times \Delta J_s \omega - \Delta J_s \dot{\omega} - D_w F_w u + d) \right) \quad (26)$$

حد بالای آن برابر است با:

$$\|\chi\| \leq b\phi \quad (27)$$

در نتیجه، می توان رابطه (۲۵) را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V}_2 \leq -\frac{1}{2} q_e^T (q^\times + q_0 I_3) \left(\lambda_1 q_e + \left(\lambda_2 - \left(\Delta_s (|q_e|^{r_1} \text{sig}(q_e))^{-1} \right) |q_e|^{r_1} \text{sig}(q_e) \right) - q_e^T \dot{q}_d \right) \quad (41)$$

$$\dot{V}_2 \leq -\| (q^\times + q_0 I_3) \lambda_1 \| \frac{1}{2} q_e^T q_e - \| Q \| q_e^T |q_e|^{r_1} \text{sig}(q_e)$$

که در آن، درایه‌های قطر اصلی ماتریس Q به صورت زیر است:

$$Q_i = \frac{1}{2} \| q^\times + q_0 I_3 \| \left(\| \lambda_2 \| - \frac{\Delta_{si}}{|q_{ei}|^{r_1} \text{sign}(q_{ei})} \right) + \frac{\dot{q}_{di}}{|q_{ei}|^{r_1} \text{sign}(q_{ei})} \quad (42)$$

حال می‌توان رابطه (41) را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V}_2 \leq -\kappa_1 V_2 - \kappa_2 V_2' \quad (43)$$

که در آن، $\kappa_1 = \| (q^\times + q_0 I_3) \lambda_1 \|$ و $\kappa_2 = \frac{r_1+1}{1}$ است. باتوجه به لم ۱، مدت زمان همگرایی متغیر وضعیت برابر با $t_{s2} \leq \frac{1}{\kappa_1(1-l)} \ln \frac{\kappa_1 V^{(1-l)}(x_0) + \kappa_2}{\kappa_2}$ است و زمان کل همگرایی برابر است با:

$$T_s = t_{s1} + t_{s2} \quad (44)$$

۴ نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، عملکرد روش کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب پیشنهادی بر روی ماهواره مکعبی با عملکرد چرخ عکس‌العملی در حضور اغتشاشات خارجی، نامعینی ماتریس اینرسی و عیب عملگرها با استفاده از نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. ماتریس اینرسی ماهواره مورد استفاده به صورت زیر است [۳۰]:

$$J_{s0} = \begin{bmatrix} 0.0775 & 0.0002 & 0.0005 \\ 0.0002 & 0.1067 & -0.0002 \\ 0.0007 & -0.0002 & 0.0389 \end{bmatrix} \quad (45)$$

چرخ عکس‌العملی مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها، چرخ عکس‌العملی CRW است که در پژوهشکده رانشگرهای فضایی به عنوان عملگر برای ماهواره مکعبی و نانوماهواره‌ها طراحی و ساخته شده است. مشخصات این چرخ عکس‌العملی در جدول بیان شده است.

جدول ۲- مشخصات چرخ‌های عکس‌العملی CRW

عنوان	مقدار
حداکثر گشتاور تولیدی	0.001 [N. m.]
حداکثر مومنوم زاویه‌ای	10.82 [mN. m. sec]
ممان اینرسی	0.000019 [kg. m ²]

اگر $R = (b_1 + b_2 \phi) \| S \| (1 - \| S \|^\alpha)$ باشد، با فرض اینکه

$$A_1 = 2\rho_1 \left\| (J_{s0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} \right\| \left(1 - \frac{Z}{V_1} \right) \\ A_2 = \left\| \rho_2 J_t (J_{s0} - D_w J_w D_w^T)^{-1} - 1 \right\| (\hat{b}_1 + \hat{b}_2 \phi) \left(\frac{2}{\lambda_{\max}(J_t)} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \left(1 - \frac{Z}{V_1} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \quad (35)$$

آنگاه داریم:

$$\dot{V}_1 \leq - \left(A_1 - \frac{R}{V_1} \right) - A_2 V_1^{\frac{\alpha+1}{2}} \quad (36)$$

اگر $A_1 > \frac{R}{V_1}$ باشد، بنابراین رابطه (۱۴) همواره برقرار است؛ در نتیجه، طبق لم ۱ زمان همگرایی متغیر سطح لغزش با استفاده از رابطه (۱۵) قابل محاسبه است که در آن، $d = \frac{\alpha+1}{2}$ ، $\kappa_1 = A_1 - \frac{R}{V_1}$ و $\kappa_2 = A_2$ است.

مرحله ۲: در این مرحله ثابت می‌شود که متغیرهای وضعیت می‌توانند در زمان محدود T_s به بازه محدودی همگرا شوند. برای اثبات این ادعا، تابع لیاپانوف زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V_2 = \frac{1}{2} q_e^T q_e \quad (37)$$

مشتق زمانی مرتبه اول تابع لیاپانوف مذکور به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{V}_2 = \frac{1}{2} q_e^T (q^\times + q_0 I_3) \omega - q_e^T \dot{q}_d \quad (38)$$

همانطور که در مرحله قبل به اثبات رسید، متغیر سطح لغزش S بعد از زمان t_{s1} به بازه محدود Δ_s همگرا می‌شود. بنابراین نامساوی زیر برقرار است.

با $S_i = \omega_i + \lambda_{1i} q_{ei} + \lambda_{2i} (|q_{ei}|^{r_1} \text{sign}(q_{ei})) \leq \Delta_{si}$ این توصیف می‌توان نامساوی مذکور را به صورت زیر نوشت:

$$\omega_i \leq -\lambda_{1i} q_{ei} - \lambda_{2i} (|q_{ei}|^{r_1} \text{sign}(q_{ei})) + \Delta_{si} \quad (39)$$

حال با جایگذاری این نامساوی در رابطه (۳۸)، داریم:

$$\dot{V}_2 \leq \frac{1}{2} q_e^T (q^\times + q_0 I_3) (-\lambda_1 q_e - \lambda_2 (|q_e|^{r_1} \text{sig}(q_e)) + \Delta_s) - q_e^T \dot{q}_d \quad (40)$$

در ادامه، رابطه فوق به صورت زیر نوشته می‌شود:

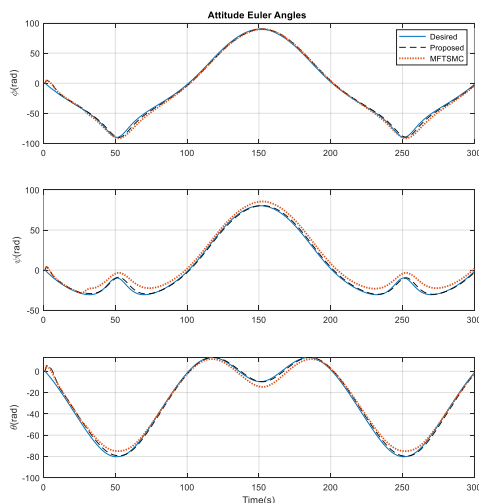
مقادیر عددی پارامترهای طراحی مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها، در جدول ۴ نشان داده شده‌است. مقادیر پارامترها با اعمال محدودیت‌های طراحی با استفاده از روش گرادیان نزولی بهینه‌سازی شده‌اند.

عملکرد روش پیشنهادی با عملکرد روش کنترل تحمل‌پذیر عیب زمان محدود با استفاده از روش مد لغزشی نهایی سریع اصلاح شده که تحت شرایط یکسان شبیه‌سازی شده‌اند، مقایسه می‌شود.

جدول ۴- مقادیر عددی پارامترهای طراحی

$\lambda_1 = 3 I_3$ $\lambda_2 = 0.1 I_3$ $\varepsilon = 0.002$ $r_1 = 0.99$ $r_2 = 1.9$	پارامترهای استفاده شده در متغیر سطح لغزش
$\rho_1 = 0.001$ $\rho_2 = 0.2167$ $\alpha = 0.9$ $\mu_1 = 0.0322$ $\mu_2 = 0.0322$ $b_{10} = 0.007$ $b_{20} = 0.0164$	پارامترهای استفاده شده در قانون کنترل

اگرچه هر دو قانون کنترلی موفق به پایداری سیستم وضعیت ماهواره شده‌اند، ولیکن زمان همگرایی متغیر وضعیت و سرعت زاویه‌ای تحت قانون کنترلی پیشنهادی کمتر شده است. با اعمال رویکرد پیشنهادی، خطای نشانه‌روی بسیار کمتر شده است و باعث می‌شود که متغیرهای حالت سیستم وضعیت ماهواره سریعتر و دقیق‌تر همگرا شوند که از اهمیت بالایی برخوردار است. به‌طور مثال اگر ماهواره‌ای با مامویت تصویربرداری مورد بررسی باشد، کنترل موفق ماهواره با دقت بالاتر منجر به دقت بالای تصویربرداری و کیفیت تصاویر می‌شود.



شکل ۱- زوایای اوپلر وضعیت

ماتریس توزیع عملگرهای چرخ عکس‌العملی با فرض قرارگیری چرخ‌های عکس‌العملی با آرایش هرمی بر روی ماهواره به‌صورت زیر است [۳۱]:

$$D = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (39)$$

توجه شود که برای مدل کردن چرخ عکس‌العملی، رابطه (۶) بکار برده شده است. نامعینی ماتریس اینرسی نیز به‌صورت زیر انتخاب شده است [۳۲]:

$$\Delta J_s = 2 \text{diag}(\sin(0.3t), 2 \cos(0.2t), \sin(0.1t)) \quad (40)$$

مسیر مطلوب نیز به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است [۳۲]:

$$\omega_d = 0.05 \begin{bmatrix} \sin(0.01\pi t) \\ \sin(0.02\pi t) \\ \sin(0.03\pi t) \end{bmatrix} \quad (41)$$

فرض شده است که عیب عملگر زیر در چرخ‌های عکس‌العملی رخ می‌دهند:

$$E_w = \begin{cases} I_4 & t < 25 \text{ sec} \\ \text{diag}(0.7, 0.9, 0.35, 0.6) & t \geq 25 \text{ sec} \end{cases} \quad (42)$$

عیب فوق بیانگر کاهش اثربخشی عملگرها است. به منظور مشاهده اثر رخداد عیب، علاوه بر عیب کاهش اثربخشی عیب بایاس نیز در ثانیه ۲۵ و با دامنه 10^{-4} اعمال می‌شود.

اغتشاشات خارجی اعمال شده به ماهواره مورد نظر به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است [۸]:

$$d = 1.5 * 10^{-7} \begin{bmatrix} 3 \cos(0.8t) + 1 \\ 1.5 \sin(0.8t) + 3 \cos(0.8t) \\ 3 \sin(0.8t) + 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

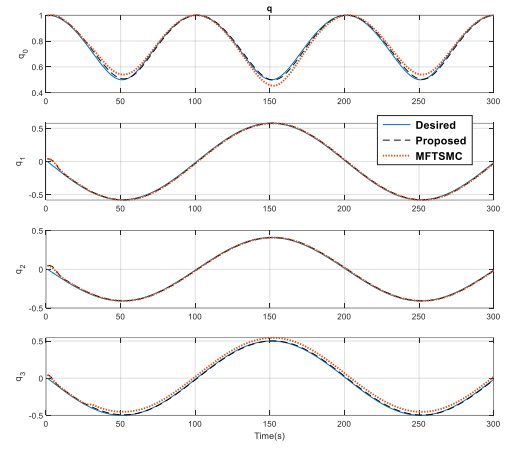
مقادیر اولیه متغیرهای حالت ماهواره مکعبی در بیان شده است.

جدول ۳- مقادیر اولیه متغیرهای حالت ماهواره مکعبی

مقدار	عنوان
$\omega(0) = [0.0.0]^T$	سرعت زاویه‌ای ماهواره
$\theta(0) = [5.5.5]^T$ (deg)	زوایای اوپلر
$[q_0] = \begin{bmatrix} 0.9972 \\ 0.0416 \\ 0.0454 \\ 0.0416 \end{bmatrix}$	چهارگان‌های وضعیت

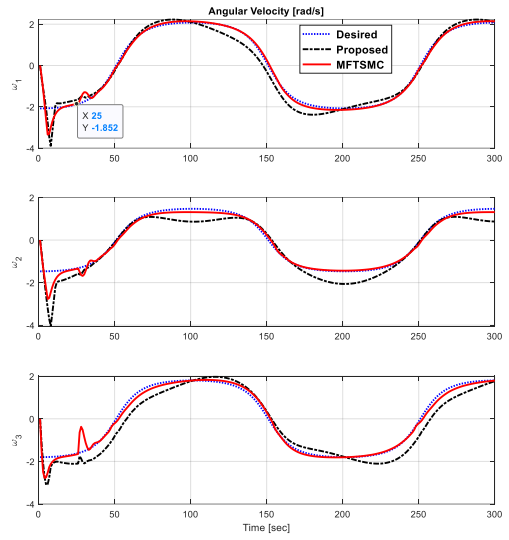
جدول ۵- مقایسه محدوده خطای همگرایی و زمان همگرایی

		کنترل کننده پیشنهادی	MFTSMC [۸]	درصد بهبود
محدوده خطای همگرایی (درجه)	ψ	۴/۷	۸/۹۵	۴۷/۴۹
	φ	۴/۱۲	۱۲/۱۷	۶۶/۱۴
	θ	۲/۳۴	۵/۵۷	۵۷/۹۹
زمان همگرایی (ثانیه)	ψ	۱۱	۱۵	۲۶/۶۷
	φ	۸	۱۱	۲۷/۲۷
	θ	۱۲	۱۴	۱۲/۲۹

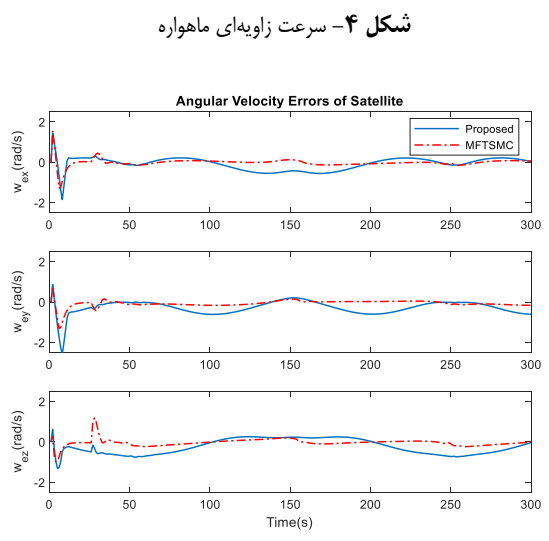
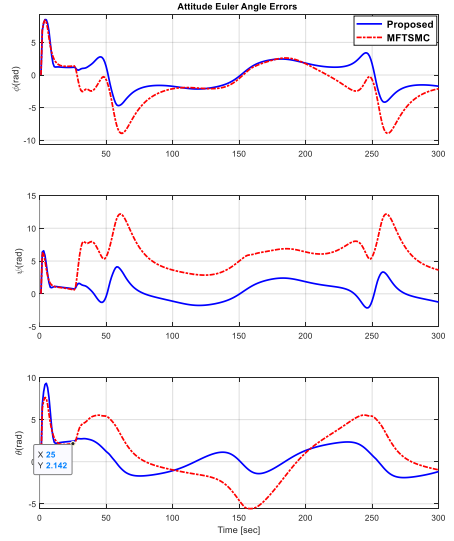


شکل ۲- مقادیر چهارگان‌های وضعیت

در شکل ۱ زوایای اویلر وضعیت و شکل ۲ مقادیر چهارگان‌ها تحت قوانین کنترل مد لغزشی نهایی سریع اصلاح شده و کنترل مد لغزشی نهایی سریع اصلاح شده (AMFSMC) [۸] و کنترل مد لغزشی نهایی سریع اصلاح شده (MFTSMC) تطبیقی (AMFSMC) پیشنهادی نشان داده شده است. به منظور مقایسه دقیق‌تر دو روش، خطای زوایای اویلر نیز در شکل نشان داده شده است. باتوجه به شکل مشاهده می‌شود که در ثانیه ۲۵ با رخداد عیب خطا افزایش یافته و سپس کنترل تحمل‌پذیر عیب قادر به کاهش خطا می‌شود. خطای ماندگار ردیابی سیستم نیز با اعمال کنترل کننده پیشنهادی کاهش یافته است. محدوده خطای همگرایی زوایای اویلر در روش MFTSMC و روش پیشنهادی AMFSMC در جدول بیان شده است که نتایج به دست آمده بیانگر کاهش چشمگیر خطای ماندگار در روش پیشنهادی و همگرایی سریع‌تر در این روش است.



شکل ۳- مقادیر خطای زوایای اویلر وضعیت



شکل ۴- سرعت زاویه‌ای ماهواره

شکل ۵- خطای سرعت زاویه‌ای ماهواره

۱) خطای مطلق انتگرالی: این معیار نشان می‌دهد که کدام کنترل‌کننده قابلیت پایدارسازی بالاتری دارد. به عبارت دیگر، هر چه معیار کوچکتر باشد همگرایی سریع‌تر و با دقت بالاتری خواهد بود. این معیار با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$IAE_{\sigma} = \frac{1}{T} \int_0^T |\sigma(t)| dt \quad (44)$$

۲) که در آن $\sigma(t)$ ، زوایای اوایلر و T کل زمان شبیه‌سازی است.
۳) خطای مطلق وزن دهی شده زمانی انتگرالی: این معیار در حقیقت به خطاهای حالت ماندگار وزن بیشتری می‌دهد. به عبارت دیگر، هر چه معیار کوچکتر باشد خطای حالت ماندگار کمتر خواهد بود. این معیار با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$ITAE_{\sigma} = \frac{1}{T} \int_0^T t |\sigma(t)| dt \quad (45)$$

۴) مجموع گشتاور تولیدی عملگرها: این معیار میزان گشتاور تولیدی عملگرها را نشان می‌دهد. این معیار نشان می‌دهد که با اعمال کدام قانون کنترلی گشتاور بالاتری تولید می‌شود. به عبارت دیگر، هر چه معیار کوچکتر باشد توان مصرفی کمتر خواهد بود. این معیار با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$AST = \int_0^T |\tau| dt \quad (46)$$

جدول ۶ نتایج مربوط به معیارهای عملکردی معرفی شده را برای هر دو کنترل‌کننده با یکدیگر مقایسه می‌کند. با مقایسه معیارهای معرفی شده می‌توان نتیجه گرفت که رویکرد پیشنهادی هم از لحاظ سرعت همگرایی و هم از لحاظ خطای ماندگار و هم از منظر توان مصرفی عملکرد بسیار مطلوب‌تری دارد.

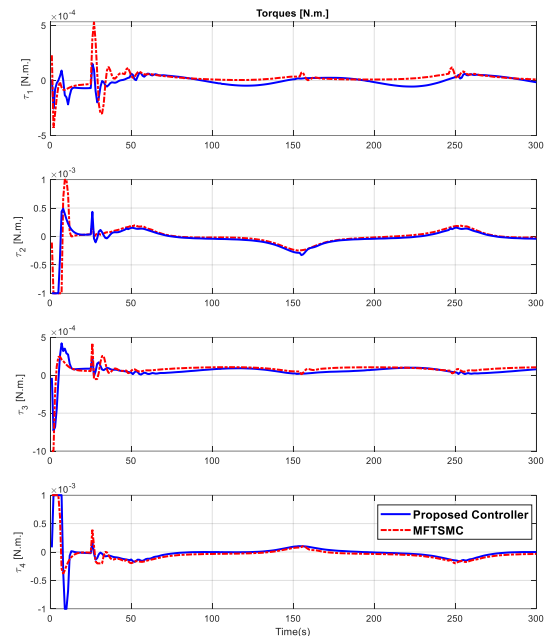
جدول ۶- مقایسه معیارهای عملکردی کنترل‌کننده‌ها

		کنترل‌کننده پیشنهادی	MFTSMC [°]	درصد بهبود
IAE [deg]	ψ	۵/۵۷	۱۲/۶۸	%۵۶
	ϕ	۳/۹۴	۱۱/۰۸	%۶۴
	θ	۲/۸۵	۴۰/۴۱	%۹۲
ITAE [deg]	ψ	۶۶۲۴	۱۸۵۷۳	%۶۴
	ϕ	۳۳۵۲	۱۵۰۶۶	%۷۷
	θ	۳۵۲۱	۶۶۱۶۴	%۹۴
[N.m.] AST		۰/۶۰۴	۰/۷۵۷۸	%۲۰

کنترل وضعیت ماهواره مبتنی بر مد لغزشی اصلاح‌شده تطبیقی تحت عیب چرخ ...

شکل ۴ نمایش سرعت زاویه‌ای ماهواره است و نشان می‌دهد که با اعمال کنترل‌کننده پیشنهادی سرعت زاویه‌ای ماهواره با خطای کمتری سرعت زاویه‌ای مطلوب را دنبال می‌کند. خطای سرعت زاویه‌ای در زمان رخداد عیب در هر دو روش افزایش یافته ولی در روش پیشنهادی خطا سریعتر از روش MFTSMC به مقادیر مطلوب همگرا می‌شود که دلیل این امر موثر بودن استفاده از قانون تطبیقی در روش پیشنهادی است.

شکل ۵، خطای سرعت زاویه‌ای ماهواره را با اعمال کنترل‌کننده پیشنهادی و روش MFTSMC نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است، با اعمال کنترل‌کننده پیشنهادی، خطای سرعت زاویه‌ای کاهش یافته است.



شکل ۶- گشتاور کنترلی چرخ‌های عکس‌العملی

شکل ۶ گشتاور کنترلی مورد نیاز هر کنترل‌کننده را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، گشتاور کنترلی و در نتیجه توان مصرفی با اعمال کنترل‌کننده پیشنهادی کاهش یافته است که نشان دهنده عملکرد مناسب کنترل‌کننده است. تغییرات گشتاور در ثانیه ۲۵ نیز نشان دهنده رخداد عیب است که کنترل‌کننده با تغییر دامنه گشتاور کنترلی سعی در بهبود عملکرد سیستم دارد. نتایج شبیه‌سازی گویای عملکرد مطلوب روش پیشنهادی از منظر نرخ همگرایی سریع، دقت بالا و پایدارسازی قابل قبول در حضور عدم قطعیت سیستم و اغتشاشات خارجی می‌باشد. با این وجود، به منظور ارزیابی هرچه بیشتر عملکرد قوانین کنترلی پیشنهادی، معیارهای عملکردی زیر در نظر گرفته می‌شوند.

and Technology, vol. 128, 2022, Art. no. 107751, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107751>.

[3] Y. Miao, I. Hwang, M. Liu, and F. Wang, "Adaptive fast nonsingular terminal sliding mode control for attitude tracking of flexible spacecraft with rotating appendage," *Aerospace Science and Technology*, vol. 93, 2019, Art. no. 105312, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2019.105312>.

[4] S. Yin, B. Xiao, S. X. Ding, and D. Zhou, "A review on recent development of spacecraft attitude fault tolerant control system," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 5, pp. 3311-3320, 2016, <https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2530789>.

[5] M. N. Hasan, M. Haris, and S. Qin, "Fault-tolerant spacecraft attitude control: A critical assessment," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 130, 2022, Art. no. 100806, <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2022.100806>.

[6] B. Xiao, Q. Hu, D. Wang, and E. K. Poh, "Attitude tracking control of rigid spacecraft with actuator misalignment and fault," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 21, no. 6, pp. 2360-2366, 2013, <https://doi.org/10.1109/TCST.2012.2237403>.

[7] S. Mohammadzadeh Seddiq and A. Kashaninia, "Fault-tolerant control design using supertwisting sliding model controller for satellite attitude control system," in *4th National Conference and the Second International Conference on Applied Research in Electrical, Mechanical and Mechatronics Engineering*, Tehran, 2016.

[8] S. S. Mohammadzadeh and H. Beheshti, "Fault Tolerant Attitude Control for a Satellite with Four Reaction Wheel," *Space Science, Technology and Applications (JSSTA)*, vol. 2, no. 1, pp. 118-131, 2022, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jssta.2022.328077.1072>.

[9] F. Fani Saberi, M. Kabganian, A. Fazlyab, and A. Ajorkar, "Design and implementation of backstepping-sliding mode attitude controller in the prossecor in the loop test bed," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 9, no. 1, pp. 25-35, 2016, (in Persian).

[10] M. Farhid, H. Beheshti, M. Abbaspour, and M. Aslanimanesh, "Potential Failure Modes and Effects Analysis in the Reaction Wheel Actuator and Operational Elimination of their Effects," *Space Science, Technology and Applications (JSSTA)*, vol. 1, no. 2, pp. 112-125, 2022, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jssta.2022.323452.1046>.

[11] S. M. Sadigh, A. Kashaninia, and S. M. M. Dehghan, "Fault-tolerant satellite attitude tracking by modified non-singular fast terminal sliding mode," in *28th Iranian Conference on Electrical Engineering*

۵ نتیجه گیری

در این مقاله رویکرد کنترل تحمل پذیر عیب غیرفعال برای کنترل وضعیت ماهواره با چهار چرخ عکس‌العملی در حضور اغتشاشات خارجی، نامعینی ماتریس اینرسی و عیب عملگرها طراحی شده است. پایداری و همگرایی زمان محدود متغیرهای وضعیت با استفاده از روش لیاپانوف توسعه یافته به اثبات رسیده است. این رویکرد کنترلی علاوه بر کاهش پدیده چترینگ، با افزودن یک بهره تطبیقی و اعمال آن در بخش رساننده کنترل مد لغزشی، با تخمین حد بالای نامعینی، اثرات نامطلوب ناشی از نامعینی را کاهش داده و موجب بهبود عملکرد سیستم می‌شود. در تمامی شبیه‌سازی‌ها، محدودیت عملی مربوط به چرخ عکس‌العملی CRW اعم از مشخصات فیزیکی، محدودیت توان و گشتاور تولیدی در نظر گرفته شده‌اند. نتایج به دست آمده بیانگر این است که دقت دنبال کردن مسیرهای مطلوب به صورت چشمگیری بهبود یافته و همچنین تغییرات سرعت زاویه‌ای نیز کاهش یافته است. به دلیل استفاده از ضریب متغیر سطح لغزش و پارامتر تطبیقی در بخش رساننده قانون کنترل، گشتاور کنترلی چرخ‌های عکس‌العملی بدون چترینگ است. برای بررسی بیشتر عملکرد روش پیشنهادی سه معیار ارزیابی مورد استفاده قرار گرفته است. باتوجه به نتایج به دست آمده از این معیارهای ارزیابی، می‌توان نتیجه گرفت که کل خطای وضعیت، خطای حالت ماندگار و مجموع گشتاور تولیدی عملگرها کاهش یافته است. کاهش مجموع گشتاور تولیدی عملگرها بیانگر این است که توان مصرفی با اعمال کنترل کننده پیشنهادی کاهش یافته است. دقت زوایای اولیه در روش پیشنهادی ۴۷/۴۹، ۶۶/۱۴ و ۵۷/۹۹ درصد. زمان همگرایی این زوایا نیز ۲۶/۶۷، ۲۷/۲۷ و ۱۲/۲۹ بهبود یافته است. نتایج به دست آمده با محدودیت‌های واقعی سیستم منطبق بوده و کنترل کننده طراحی شده قابل پیاده‌سازی بر روی سیستم واقعی می‌باشد.

تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده‌است.

مراجع

- [1] C. Zhang, M. Z. Dai, J. Wu, B. Xiao, B. Li, and M. Wang, "Neural-networks and event-based fault-tolerant control for spacecraft attitude stabilization," *Aerospace Science and Technology*, vol. 114, 2021, Art. no. 106746, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2021.106746>.
- [2] T. Cao, H. Gong, P. Cheng, and Y. Xue, "A novel learning observer-based fault-tolerant attitude control for rigid spacecraft," *Aerospace Science*

- [21] M. Zarourati, M. Mirshams, and M. Tayefi, "Designing an adaptive robust observer for underactuation fault diagnosis of a remote sensing satellite," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 37, no. 11, pp. 2812-2834, 2023, <https://doi.org/10.1002/acs.3661>.
- [22] M. Zarourati, M. Mirshams, and M. Tayefi, "Attitude path design and adaptive robust tracking control of a remote sensing satellite in various imaging modes," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 237, no. 9, pp. 2166-2184, 2023, <https://doi.org/10.1177/09544100221148887>.
- [23] M. J. Sidi, *Spacecraft Dynamics And Control: A Practical Engineering Approach*, Cambridge University Press, 1997.
- [24] Y. Jiang, Q. Hu, and G. Ma, "Adaptive backstepping fault-tolerant control for flexible spacecraft with unknown bounded disturbances and actuator failures," *ISA transactions*, vol. 49, no. 1, pp. 57-69, 2010, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2009.08.003>.
- [25] S. M. Sadigh, A. Kashaninia, and S. M. M. Dehghan, "Adaptive finite-time fault-tolerant control for nano-satellite attitude tracking under actuator constraints," *Aerospace Science and Technology*, vol. 138 2023, Art. no. 108337, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2023.108337>.
- [26] Q. Hu, "Robust adaptive sliding-mode fault-tolerant control with L2-gain performance for flexible spacecraft using redundant reaction wheels," *IET control theory & applications*, vol. 4, no. 6, pp. 1055-1070, 2010, <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2009.0140>.
- [27] S. Gao, Y. Jing, X. Liu, and G. M. Dimirovski, "Finite-time adaptive fault-tolerant control for rigid spacecraft attitude tracking," *Asian Journal of Control*, vol. 23, no. 2, pp. 1003-1024, 2020, <https://doi.org/10.1002/asjc.2277>.
- [28] Z. Zhu, Y. Xia, and M. Fu, "Attitude stabilization of rigid spacecraft with finite-time convergence," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 21, no. 6, pp. 686-702, 2011. <https://doi.org/10.1002/rnc.1624>.
- [29] H. Lee and Y. Kim, "Fault-tolerant control scheme for satellite attitude control system," *IET Control Theory and Applications*, vol. 4, no. 8, pp. 1436-1450, 2010, <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2009.0159>.
- [30] M. E. Grøtte, J. T. Gravdahl, T. A. Johansen, J. A. Larsen, E. M. Vidal, and E. Surma, "Spacecraft attitude and angular rate tracking using reaction wheels and magnetorquers," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 2, pp. 14819-14826, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.1924>.
- (*ICEE*), Tabriz, Iran, 2020, pp. 1-6, (in Persian), <https://doi.org/10.1109/ICEE50131.2020.9260881>.
- [12] S. M. Sadigh, A. Kashaninia, and S. M. M. Dehghan, "Fault tolerant nano-satellite attitude control by adaptive modified nonsingular fast terminal control," *Journal of Control*, vol. 15, no. 4, pp. 49-58, 2022, <https://doi.org/10.52547/joc.15.4.49>.
- [13] S. M. Sadigh, A. Kashaninia, and S. M. M. Dehghan, "Adaptive sliding mode fault-tolerant control for satellite attitude tracking system," *Advances in Space Research*, vol. 71, no 3, pp. 1784-1805, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2022.09.064>.
- [14] R. Moradi and J. Hamzeyeei, "Using neural network to estimate the success percent of spacecraft active fault-tolerant controller," *Journal of Technology in Aerospace Engineering (JTAE)*, vol. 7, no 2, pp. 11-16, 2023, (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jtae.2023.7.2.2>.
- [15] D. Bustan, S. K. Hosseini Sani, and N. Pariz, "Nonlinear dynamic inversion fault tolerant control for spacecraft," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 8, no. 2. pp. 11-17, 2015, (in Persian).
- [16] M. Madani Esfahani, A. Aghamolaie, T. Abdollahi, S. Shamaghdari, "Satellite Attitude Control Design via Tube-based Robust Model Predictive Control based on Reduced Calculations," *Journal of Space Science and Technology*, vol 2, no. 1, pp: 84-95, 2023, (in Persian).
- [17] M. Navabi and M. Hosseini, " Modeling and spacecraft attitude control using reaction wheel with feedback linearization, its performance study subject to power and Eulerint," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 18, no. 1, pp. 51-61, 2018, (in Persian).
- [18] S. H. Miri Roknabadi, S. M. Mirshams, and A. A. Nikkhah, "Spacecraft optimal attitude control by means of reaction wheels," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 2, no. 3, pp. 35-42, 2009, (in Persian).
- [19] H. Bolandi, F. fanisaberi, and A. Eslami Mehrjerdi, "Design of an Attitude Controller for Large-Angle Maneuvers of a Satellite considering of Reaction Wheels Constraints with High Fidelity Model," *Aerospace Knowledge and Technology Journal*, vol. 1, no. 1, pp. 20-30, , 2012, (in Persian).
- [20] F. Saberi Fani, S. A. H. Imtiajipour, and M. Mani, " Design of a robust controller for the state of the Shaykhmand satellite complex using Chebyshev neural network and considering the reaction wheel model and uncertainty in the satellite model," in *15th International Conference of the Iranian Aerospace Society*, Tehran, Iran 2015, (in Persian).

[32] Z. Han, K. Zhang, T. Yang, and M. Zhang, "Spacecraft fault-tolerant control using adaptive non-singular fast terminal sliding mode," *IET Control Theory and Applications*, vol. 10, no. 16, pp. 1991-1999, 2016, <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2016.0044>.

[31] X. Shao, Q. Hu, Y. Shi, and B. Jiang, "Fault-tolerant prescribed performance attitude tracking control for spacecraft under input saturation," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 28, no. 2, pp. 574-582, 2020, <https://doi.org/10.1109/TCST.2018.2875426>.