



Original Research Paper

Automatic Mass Balancing of Spacecraft Attitude Simulator by Parameter Estimation and Linear Control

Mohammad Barati¹ , Mehdi Sabzehparvar^{2*} , and Mohammad Navabi³ 

1. Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

2. Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

3. Faculty of New Technologies Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article History:

Received 08 August 2023

Revised 07 September 2023

Accepted 19 September 2023

Available Online 18 October 2023

Keywords:

Automatic mass balancing
Spacecraft attitude simulator
Parameter estimation
Linear control
Waste torque

ABSTRACT

In order to perform attitude control ground experiments, it is crucial to ensure the center of mass of the platform coincides with the center of rotation as accurately as possible. In this paper, a linearized dynamic model of the imbalanced attitude platform is derived, and a linear controller is methodically designed to stabilize the system by mass relocation. The stability conditions of the system under the proposed controller are derived. The balancing procedure starts with a parameter estimation method to estimate the center of mass offsets. Next, the PD controller is applied to align the platform's horizontal plane with the local horizontal level. Finally, the imbalance in the vertical axis can be estimated and compensated to complete the automatic mass balancing. Actuator limitations and nonlinear equations of motion are implemented in numerical simulations, and the results demonstrate the effectiveness of the proposed method in significantly reducing the residual imbalance torque on the simulated platform.

* Corresponding Author's E-mail: sabzeh@aut.ac.ir

How to Cite this Article:

M. Barati, M. Sabzehparvar, and M. Navabi, "Automatic Mass Balancing of Spacecraft Attitude Simulator by Parameter Estimation and Linear Control," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 55-66, 2024, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2024.8.2.5>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).





بالانس جرمی خودکار شبیه‌ساز وضعیت فضاپیما توسط تخمین پارامتر و کنترل خطی

محمد براتی^۱، مهدی سبزه‌پرور^{۲*}، و محمد نوابی^۳

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

چکیده

از مهم‌ترین پیش‌شرط‌های انجام موفق آزمون‌های کنترل وضعیت در سیمولاتور آزمایشگاهی دینامیک وضعیت فضاپیما، انطباق حداکثری مرکز جرم پلتفرم با مرکز دوران آن برای حذف گشتاور اغتشاشی جاذبه می‌باشد. در این مقاله استخراج یک مدل دینامیکی مناسب برای پلتفرم دارای نابالانسی جرمی انجام شده و سپس روشی اصولی برای پایدارسازی آن توسط کنترل کننده خطی همراه با شرایط پایداری ارائه می‌شود. در روش پیشنهادی، ابتدا بردار موقعیت مرکز جرم پلتفرم تخمین زده می‌شود. سپس یک قانون کنترل تناسبی- مشتقی با جابه‌جایی خودکار دو جرم محور افقی پلتفرم را با صفحه افق محلی هم‌تراز کرده و انحرافات مرکز جرم در این صفحه را خنثی می‌کند. در مرحله پایانی، انحراف مرکز جرم از مرکز دوران در راستای قائم مجدداً تخمین زده شده و توسط مکانیزم جابه‌جایی جرم این محور خنثی و بالانس جرمی در راستای سه محور تکمیل می‌شود. در شبیه‌سازی از معادلات دینامیک غیرخطی استفاده شده و محدودیت سرعت عملگر کنترلی لحاظ شده‌است. نتایج نشان‌دهنده عملکرد مطلوب روش پیشنهادی در کاهش قابل توجه گشتاور پسماند ناشی از نابالانسی می‌باشد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۷ مرداد ۱۴۰۲

بازنگری ۱۶ شهریور ۱۴۰۲

پذیرش ۲۸ شهریور ۱۴۰۲

اولین انتشار ۲۶ مهر ۱۴۰۲

واژه‌های کلیدی:

بالانس جرمی خودکار
سیمولاتور وضعیت فضاپیما
تخمین پارامتر
کنترل خطی
گشتاور پسماند

* پست الکترونیکی نویسنده مسئول: sabzeh@aut.ac.ir

How to Cite this Article:

M. Barati, M. Sabzehparvar, and M. Navabi, "Automatic Mass Balancing of Spacecraft Attitude Simulator by Parameter Estimation and Linear Control," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 55-66, 2024. (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2024.8.2.5>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



۱ مقدمه

اغلب مأموریت‌های فضایی به نوعی وابسته به حرکات دورانی فضاپیما و زیرسیستم کنترل وضعیت می‌باشند. از جمله کاربردهای این زیرسیستم می‌توان به انواع چرخش‌های فضاپیما برای جهت‌دهی آنتن‌ها، سلول‌های خورشیدی، دوربین‌ها و حسگرها و یا جهت‌دهی فضاپیما برای انجام مانورهای مداری، هم‌تراز کردن درگاه‌های اتصال و یا هماهنگ‌سازی خط دید اعضا در مأموریت‌های نوین چند ماهواره‌ای اشاره کرد.

اهمیت حرکت وضعی فضاپیما و کنترل آن در موفقیت مأموریت‌های فضایی باعث شده‌است تا بسترها و سیمولاتورهای آزمایشگاهی گسترده‌ای برای تست و اعتبارسنجی الگوریتم‌ها و سخت‌افزارهای زیرسیستم کنترل وضعیت در مراحل تحقیق و توسعه و فازهای مختلف طراحی و ساخت ماهواره به کار گرفته شوند.

تاکنون انواع مختلفی از بسترهای زمینی آزمون دینامیک و کنترل وضعیت فضاپیما توسعه یافته‌است [۱، ۲]. فارغ از آنکه مکانیزم تعلیق و بی‌اصطکاک‌سازی آنها از چه نوع است، آنچه در تمام آنها مشترک است نیاز به منطبق ساختن دقیق مرکز جرم شبیه‌ساز با مرکز دوران آن است. این مسئله از آنجا نشأت می‌گیرد که شبیه‌ساز دارای یک تکیه‌گاه همچون یاتاقان هوایی بوده و چرخش‌های پلتفرم وضعی حول آن انجام می‌شود، حال آنکه چیدمان اجزا بر روی پلتفرم مرکز جرمی را شکل داده‌است که طبیعتاً با مرکز دوران منطبق نیست. این عدم انطباق موجب تولید یک گشتاور ثقلی می‌شود که برابر با حاصل ضرب بردار موقعیت مرکز جرم پلتفرم در وزن آن می‌باشد. این گشتاور اغتشاشی با تحریک دینامیک وضعیت باعث ایجاد حرکات دورانی و پاندولی قابل توجه در پلتفرم شده و مانع از تحقق یک شرایط مناسب برای انجام آزمون‌های کنترل وضعیت می‌گردد. منظور از شرایط مناسب در اینجا، وجود گشتاور اغتشاشی کوچک‌تر از حدود 10^{-3} N.m [۳] و ترجیحاً در مقیاس 10^{-5} N.m [۴] بر روی پلتفرم وضعیت می‌باشد.

از فرایند تنظیم مرکز جرم شبیه‌ساز و انطباق دادن آن بر روی مرکز دوران به عنوان بالانس جرمی یاد می‌شود. این فرایند ابتدا به‌صورت دستی با جابه‌جا کردن اجزای در راستای سه محور شبیه‌ساز آغاز می‌شود. بالانس جرمی دستی فرایندی مشکل و وقت‌گیر بوده و نیاز به تجربه بالایی دارد [۵] و دقت حاصل از آن نیز محدود می‌باشد. در نتیجه، در سالیان اخیر تلاش‌هایی برای خودکار کردن و بالا بردن دقت فرایند بالانس جرمی انجام شده‌است [۵-۱۲]. اگرچه، حتی در روش‌های خودکار بالانس جرمی نیز به دلیل محدودیت اثرگذاری مکانیزم‌های جابه‌جایی جرم بر روی مرکز جرم کل نیاز است ابتدا پلتفرم به‌صورت دستی تا حد قابل قبولی بالانس شود. این امر ناشی از جرم

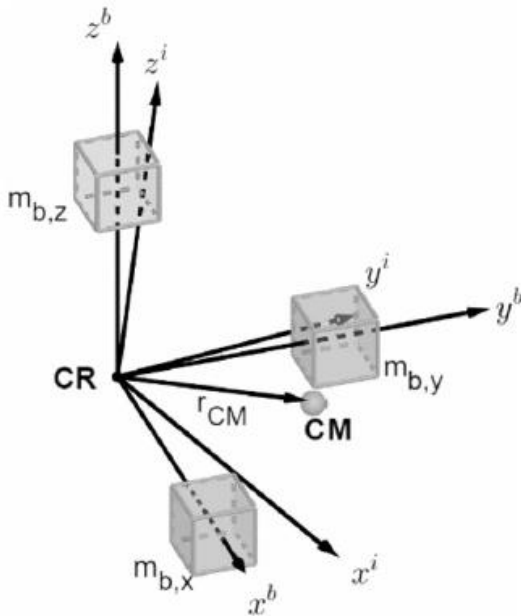
محدود متحرک (در مقابل جرم کل پلتفرم) و نیز بازه حرکتی محدود آنها است. یانگ از دانشگاه یوتا در امریکا به همراه فولمر که تحقیقات آنها بر روی بالانس جرمی دستی و حرکت به سمت بالانس خودکار سیمولاتور وضعیت ماهواره جزو اولین مستندات در دسترس و ساختار یافته در این حوزه است، ذکر می‌کند که به‌صورت دستی نمی‌توان انحراف مرکز جرم از مرکز دوران را به زیر نیم میلی‌متر (۵۰۰ میکرون) کاهش داد [۲، ۴]. یک محاسبه ساده نشان می‌دهد که چنین بازوی مرکز جرمی در یک سیمولاتور وضعیت ۲۰ کیلوگرمی منجر به تولید گشتاور اغتشاشی جاذبه به بزرگی 10^{-1} N.m می‌شود که برای انجام هر نوع آزمون وضعیت غیر قابل قبول است.

برای بهبود دقت بالانس جرمی، دو روش عمده بالانس جرمی خودکار در تحقیقات مورداستفاده قرار گرفته‌است. روش اول کاملاً مبتنی بر تخمین پارامتر و روش دوم ترکیبی از کنترل حلقه بسته و تخمین پارامتر است. در روش اول محل مرکز جرم توسط روش‌های شناسایی سیستم تخمین زده شده و سپس با استفاده از مکانیزم‌های دقیق جابه‌جایی جرم بر روی هر محور مقدار اختلاف مرکز جرم با مرکز دوران جبران می‌شود. معمولاً برای رسیدن به بهترین دقت ممکن در این روش، فرایند تحریک و شناسایی سیستم و سپس حرکت دادن جرم‌ها چند بار تکرار می‌شود. یانگ با استفاده از روش تخمین موقعیت مرکز جرم توسط الگوریتم حداقل مربعات و تنظیم مرکز جرم توسط مکانیزم‌های جابه‌جایی جرم با ۳ بار تکرار توانست اختلاف موقعیت مرکز جرم را به زیر ۲۰ میکرون کاهش دهد که معادل با حدود ۲ مقیاس کوچک‌تر شدن گشتاور جاذبه نسبت به بالانس دستی تا سطح 10^{-3} N.m و افزایش پررود نوسان پاندولی به حدود ۶۰ ثانیه بوده است [۳].

روش تخمین دسته‌ای حداقل مربعات با وجودی که فقط به‌صورت آفلاین و بعد از جمع‌آوری داده‌های ورودی-خروجی سیستم قابل استفاده است و همچنین نیاز به ساده‌سازی مدل سیستم برای تبدیل آن به فرم رگرسیون دارد، اما به دلیل دقت قابل قبول و قابلیت پیاده‌سازی مناسب همچنان یکی از روش‌های محبوب بالانس جرمی خودکار سه محوره در پلتفرم‌های کنترل وضعیت ماهواره می‌باشد. به عنوان نمونه، پرادو و همکاران در سال ۲۰۰۵ با این روش به تخمین موقعیت مرکز جرم با دقت ۲۵ میکرون دست یافتند [۱۱]. همچنین بریلا و همکاران در سال ۲۰۲۱ با استفاده از همین روش به دقت ۱۰ میکرون برای بازوی مرکز جرم در سیمولاتور یک کیلوگرمی خود که برای تست کنترل وضعیت ریزماهواره‌ها توسعه دادند دست یافتند [۱۲].

روش دیگر بالانس جرمی خودکار، استفاده از کنترل حلقه‌بسته برای بالانس کردن صفحه افقی پلتفرم می‌باشد که می‌تواند مشکلات روش‌های بر پایه شناسایی مانند خطاهای تخمین و نیاز به تکرار چندباره فرایند را برطرف سازد و در مواردی دقت بالاتری در بالانس جرمی فراهم

در این بخش ارائه می‌شود. پلتفرم وضعیت به‌عنوان جسم صلب تلقی شده و مرکز دوران آن (که در عمل مرکز یاتاقان هوای کروی است) به‌عنوان مبدأ دستگاه مختصات اینرسی در نظر گرفته می‌شود. دستگاه بدنی با مرکزیت مشابه تعریف شده و محورهای متعامد آن در راستای محورهای نصب سنسورهای تعیین وضعیت و مکانیزم‌های حرکت خطی جرم مشابه شکل ۱ واقع شده‌است.



شکل ۱- دستگاه مختصات اینرسی و بدنی و جرم‌های متحرک [۴]

در این تحقیق از زوایای اولر $E = [\varphi \ \theta \ \psi]^T$ با ترتیب دوران ZYX برای بیان وضعیت فضاپیما استفاده شده‌است. به این ترتیب انتقال بین دو دستگاه توسط ماتریس زیر قابل انجام است.

$$C_i^b = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ -c\varphi s\psi + s\varphi s\theta c\psi & c\varphi c\psi + s\varphi s\theta s\psi & s\varphi c\theta \\ s\varphi s\psi + c\varphi s\theta c\psi & -s\varphi c\psi + c\varphi s\theta s\psi & c\varphi c\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن C_i^b ماتریس دوران از دستگاه اینرسی به دستگاه بدنی و c و s بیان‌گر توابع \sin و \cos می‌باشند. سینماتیک دورانی که رابطه بین نرخ زوایای اولر با سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی را بیان می‌کند از رابطه زیر قابل حصول است.

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \sin \varphi & \tan \theta \cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sec \theta \sin \varphi & \sec \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

کند [۹، ۱۰]. در این رویکرد مکانیزم‌های بالانس جرمی دو محور افقی رول و پیچ در نقش عملگرهای کنترلی عمل کرده و با گرفتن پسخورد از سنسور وضعیت با جابه‌جا کردن جرم به‌صورت حلقه‌بسته با هدف پایدارسازی سیستم انحراف مرکز جرم از مرکز دوران را حذف می‌کنند. در این روش هدف کنترلی و روش اجرای آن ممکن است متفاوت باشند اما در همه آنها آنچه نهایتاً تحقق می‌یابد حرکت دادن مرکز جرم به سمت مرکز دوران است. صفر کردن زوایای رول و پیچ با یک کنترل‌کننده ساده تناسبی [۱۱]، هم‌راستا کردن محور قائم پلتفرم با بردار جاذبه محلی توسط قانون کنترل غیرخطی [۴] و یا صفر کردن تغییرات مومنتوم زاویه‌ای و برقراری پایداری آن توسط کنترل تطبیقی [۱۰] نمونه‌هایی از این روش بالانس جرمی خودکار می‌باشند. از آنجاکه محور عمودی پلتفرم هم‌راستا با بردار جاذبه است، روش حلقه‌بسته روی این محور کاربرد نداشته و فقط برای بالانس افقی استفاده می‌شود.

باتوجه به اینکه در مراجع و تحقیقات موجود بر روی مسئله بالانس جرمی حلقه‌بسته، مدل خطی مناسبی از سیستم ارائه نشده است تا بتوان اصول استاندارد تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترلی را بر روی آن پیاده نمود، در این مقاله به استخراج چنین مدلی و سپس طراحی اصولی کنترل‌کننده خطی و استخراج شرایط پایداری پرداخته شده‌است. در مراجع دیگری که اقدام به استفاده از کنترل‌کننده خطی مانند PID نمودند روش طراحی و تحلیل پایداری ارائه نشده‌است [۳، ۶ و ۱۰] و بهره‌های کنترل‌کننده بصورت تجربی یا با استفاده از ابزارهای آماده انتخاب شده‌است.

بخش‌های بعدی این مقاله به شرح زیر ساختاریافته است. در بخش ۲ مدل دینامیکی مسئله به فرم کامل و غیرخطی که در شبیه‌سازی‌ها استفاده خواهد شد ارائه شده و سپس با انجام فرضیات و عملیات ریاضی مدل‌های مورد نیاز برای تخمین پارامتر و نیز طراحی کنترل‌کننده استخراج می‌شوند. در بخش ۳ به شبیه‌سازی و ارائه نتایج و بحث روی آن پرداخته شده‌است. در پایان جمع‌بندی و مراجع مقاله ارائه شده‌است.

۲ مدل‌سازی ریاضی

مدل‌سازی ریاضی شامل مدل دینامیکی مسئله، تخمین موقعیت مرکز جرم، طراحی کنترل تناسبی- مشتقی، تحلیل پایداری و مراحل انجام بالانس جرمی خودکار است که در ادامه هر یک شرح داده می‌شود.

۲.۱ مدل دینامیکی مسئله

به‌منظور توسعه الگوریتم‌های سیستم بالانس جرمی خودکار نیاز به تعریف یک چارچوب ریاضی برای مدل‌سازی دینامیک مسئله است که

تغییرات مرکز جرم پلتفرم در اثر جابه‌جایی جرم‌های متحرک متناسب با نسبت جرمی این دو بوده و مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta R = \frac{m}{M} \Delta r \quad (۹)$$

۲.۲ تخمین موقعیت مرکز جرم

برای استفاده از الگوریتم حداقل مربعات در تخمین زدن بردار موقعیت مرکز جرم پلتفرم، نیاز است معادلات دینامیکی سیستم به فرم رگرسیون بیان شود. به این منظور دینامیک سیستم در معادله ۴ در غیاب کنترل‌کننده و با فرض کوچک بودن ω و R در برابر سایر عبارات و نیز قطری بودن ماتریس ممان اینرسی سیستم، با انجام عملیات ریاضی به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{Mg}{J_x} (-R_y \cos \varphi \cos \theta + R_z \sin \varphi \cos \theta) \\ \frac{Mg}{J_y} (R_x \cos \varphi \cos \theta + R_z \sin \theta) \\ \frac{Mg}{J_z} (-R_x \sin \varphi \cos \theta - R_y \sin \theta) \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

با انتگرال‌گیری از معادله فوق در بازه t_1 تا t_2 خواهیم داشت:

$$\dot{\omega} = f(t) \rightarrow \Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad (۱۱)$$

قاعده ذوزنقه‌ای در انتگرال‌گیری بیان می‌کند:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \approx \frac{\Delta T}{2} (f(t_2) + f(t_1)) \quad (۱۲)$$

که در آن $\Delta T = t_2 - t_1$ گام زمانی بوده و هرچه ریزتر باشد دقت تقریب ذوزنقه‌ای بالاتر است. با استفاده از معادلات ۱۰ تا ۱۲ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Delta \omega_x^k &= \frac{-Mg\Delta T}{2J_x} \left[[(c\varphi c\theta)^{k+1} + (c\varphi c\theta)^k] R_y \right. \\ &\quad \left. - [(s\varphi c\theta)^{k+1} + (s\varphi c\theta)^k] R_z \right] \\ \Delta \omega_y^k &= \frac{Mg\Delta T}{2J_y} \left[[(c\varphi c\theta)^{k+1} + (c\varphi c\theta)^k] R_x \right. \\ &\quad \left. + [(s\theta)^{k+1} + (s\theta)^k] R_z \right] \\ \Delta \omega_z^k &= \frac{-Mg\Delta T}{2J_z} \left[[(s\varphi c\theta)^{k+1} + (s\varphi c\theta)^k] R_x \right. \\ &\quad \left. + [(s\theta)^{k+1} + (s\theta)^k] R_y \right] \end{aligned} \quad (۱۳)$$

که در آن $[R_x \ R_y \ R_z]$ مؤلفه‌های بردار نا بالادستی R می‌باشند. حال معادله ۱۳ می‌تواند به صورت زیر به فرم رگرسیون نوشته شود:

که در آن $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ سرعت زاویه‌ای بدنه نسبت به اینرسی در دستگاه بدنی می‌باشند که در عمل خروجی‌های سنسور ژيروسکوپ هستند. از آنجاکه در پلتفرم‌های آزمایشگاهی کنترل وضعیت عموماً زوایای دوران محدودیت فیزیکی دارند، مشکل تکینگی روابط فوق در زوایای ۹۰ درجه در این تحقیق ظهور نخواهد کرد. دینامیک وضعیت پلتفرم از طریق رابطه ممان اولر داده می‌شود:

$$\frac{dH}{dt} = M \quad (۳)$$

که در آن H مومنتوم زاویه‌ای و M مجموع گشتاورهای خارجی اعمال شده بر روی پلتفرم هستند. با توجه به تعریف مومنتوم زاویه‌ای $H = J\omega$ که در آن J ممان اینرسی جسم است و این که تنها گشتاور اعمالی گشتاور جاذبه حاصل از بردار نا بالادستی مرکز جرم است، می‌توان معادله (۳) را به صورت زیر نوشت:

$$J\dot{\omega} + \omega \times J\omega = MR \times g^b + \tau \quad (۴)$$

که M جرم کل پلتفرم، R بردار نا بالادستی یا موقعیت مرکز جرم نسبت به مرکز دوران، τ گشتاور کنترلی (در صورت وجود) و g^b بردار جاذبه انتقال یافته به دستگاه بدنی طبق رابطه زیر می‌باشد:

$$g^b = C_i^b g^i, \quad g^i = [0 \ 0 \ -9.81]^T \quad (۵)$$

گشتاور کنترلی که حاصل از جابه‌جایی جرم توسط مکانیزم حرکت خطی بر روی هر محور بدنی پلتفرم است با رابطه زیر مدل می‌شود:

$$\tau = mr \times g^b \quad (۶)$$

در این رابطه m جرم متحرک هر محور و $r = [r_1 \ r_2 \ r_3]^T$ بردار موقعیت جرم‌های متحرک هر محور نسبت به مرکز دوران می‌باشد. در صورت جابه‌جایی جرم در سیستم می‌توان ممان اینرسی کل را از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$J = J_p - m \sum_{i=1}^3 (r_i \times)(r_i \times) \quad (۷)$$

که در آن J_p ماتریس ممان اینرسی پلتفرم بدون احتساب سه جرم متحرک و محاسبه شده حول مرکز دوران بوده و $r_i \times$ ماتریس پادمتقارن بردار موقعیت هر یک از جرم‌ها می‌باشد که به فرم زیر بیان می‌شود:

$$r \times = \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \quad (۸)$$

در حین انجام بالانس افقی، موقعیت مرکز جرم در راستای قائم (R_z) ثابت می‌باشد. مقادیر ممان اینرسی باتوجه به جابه‌جایی جرم دچار تغییرات اندکی می‌شوند اما از آنجاکه مقدار جرم جابه‌جا شده در مقایسه با جرم کل پلتفرم ناچیز بوده و بازه جابه‌جایی آن نیز حداکثر محدود به چند سانتیمتر می‌باشد از تغییرات ممان اینرسی در طراحی کنترل‌کننده صرف نظر شده‌است. در این مقاله با نظر گرفتن بازوی مرکز جرم در راستای دو محور افقی (R_y) و (R_x) به عنوان ورودی کنترلی، قانون کنترلی تناسبی- مشتقی زیر برای پایدارسازی سیستم مرتبه دوم خطی (۱۸) به صورت زیر پیشنهاد شده‌است:

$$\begin{cases} R_y = -K_{px}\varphi - K_{dx}\dot{\varphi} \\ R_x = -K_{py}\theta - K_{dy}\dot{\theta} \end{cases} \quad (19)$$

که در آن K_p ضریب بهره تناسبی و K_d ضریب بهره مشتقی می‌باشند. میزان جابه‌جایی جرم مورد نیاز برای تأمین ورودی کنترلی طراحی شده در معادله ۷۹ از طریق رابطه ۹ محاسبه می‌شود.

۴.۲ تحلیل پایداری

با جاگذاری ورودی کنترلی ۱۹ در معادله ۱۸ سیستم حلقه‌بسته به فرم زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} J_x\ddot{\varphi} - MgK_{dx}\dot{\varphi} - (MgR_z + MgK_{px})\varphi = 0 \\ J_y\ddot{\theta} + MgK_{dy}\dot{\theta} - (MgR_z - MgK_{py})\theta = 0 \end{cases} \quad (20)$$

در ادامه شروط لازم و کافی برای پایداری سیستم حلقه‌بسته (۲۰) به دست می‌آید. این روند برای محور رول انجام شده و برای محور پیچ به شکل مشابه خواهد بود. معادله محور رول از رابطه (۲۰) به فرم زیر بازنویسی می‌شود:

$$a\ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + c\varphi = 0 \quad (21)$$

که در آن:

$$\begin{cases} a = J_x \\ b = -MgK_{dx} \\ c = -MgR_z - MgK_{px} \end{cases} \quad (22)$$

معادله (۲۱) یک معادله دیفرانسیل معمولی (ODE) از نوع مرتبه دوم همگن با ضرایب ثابت می‌باشد. پاسخ عمومی این معادله به شکل تحلیلی قابل بیان است. این پاسخ بسته به اینکه علامت عبارت $b^2 - 4ac$ در معادله کمکی $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ چه باشد به یکی از ۳ فرم زیر خواهد بود:

$$\Delta\Omega = \Phi R \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_x \\ \Delta\omega_y \\ \Delta\omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \Phi_{12} & \Phi_{13} \\ \Phi_{21} & 0 & \Phi_{23} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix}$$

که مؤلفه‌های ماتریس Φ به قرار زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} \Phi_{12} &= \frac{-Mg\Delta T}{2J_x} [(c\varphi c\theta)^{k+1} + (c\varphi c\theta)^k] \\ \Phi_{13} &= \frac{Mg\Delta T}{2J_x} [(s\varphi c\theta)^{k+1} + (s\varphi c\theta)^k] \\ \Phi_{21} &= \frac{Mg\Delta T}{2J_y} [(c\varphi c\theta)^{k+1} + (c\varphi c\theta)^k] \\ \Phi_{23} &= \frac{Mg\Delta T}{2J_y} [(s\theta)^{k+1} + (s\theta)^k] \\ \Phi_{31} &= \frac{-Mg\Delta T}{2J_z} [(s\varphi c\theta)^{k+1} + (s\varphi c\theta)^k] \\ \Phi_{32} &= \frac{-Mg\Delta T}{2J_z} [(s\theta)^{k+1} + (s\theta)^k] \end{aligned} \quad (15)$$

اگر معادله ۱۴ که در یک گام زمانی نمونه بیان شده‌است به صورت ستونی برای تمام نمونه‌ها بسط داده شود، روش حداقل مربعات تخمین بهینه زیر را که موجب کمینه شدن مربع خطای تخمین و بیشترین هم‌خوانی بین داده‌های ورودی و خروجی مدل می‌شود پیشنهاد می‌دهد:

$$R = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T \Delta\Omega \quad (16)$$

۳.۲ طراحی کنترل تناسبی- مشتقی

از آنجاکه فرایند بالانس جرمی عموماً با زوایای بزرگ پیچ و رول سر و کار ندارد، در اینجا برای طراحی کنترل در صفحه افقی، دینامیک و سینماتیک سیستم با فرض زوایای اولر کوچک خطی‌سازی می‌شود. این فرض منجر به ساده‌سازی زیر می‌شود:

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\varphi} \\ \omega_y = \dot{\theta} \end{cases}, \quad \begin{cases} \cos \varphi = 1 \\ \sin \varphi = \varphi \end{cases}, \quad \begin{cases} \cos \theta = 1 \\ \sin \theta = \theta \end{cases} \quad (17)$$

حال با استفاده از روابط (۱۷) و (۱۰) معادلات خطی محورهای رول و پیچ حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} J_x\ddot{\varphi} = MgR_z\varphi - MgR_y \\ J_y\ddot{\theta} = MgR_z\theta + MgR_x \end{cases} \quad (18)$$

$$s^2 + \frac{b}{a}s + \frac{c}{a} = 0 \quad (26)$$

با مقایسه این معادله مشخصه با فرم استاندارد معادله مشخصه سیستم مرتبه دوم $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$ و جاگذاری پارامترهای مسئله از طریق رابطه ۲۲ ضرایب بهره محور x به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} K_{px} = -\frac{J_x\omega_n^2 + MgR_z}{Mg} \\ K_{dx} = -\frac{2J_x\xi\omega_n}{Mg} \end{cases} \quad (27)$$

ضرایب بهره کنترلی محور y نیز به روش مشابه مطابق رابطه زیر قابل حصول است:

$$\begin{cases} K_{py} = \frac{J_y\omega_n^2 + MgR_z}{Mg} \\ K_{dy} = \frac{2J_y\xi\omega_n}{Mg} \end{cases} \quad (28)$$

به این ترتیب با انتخاب میرایی و فرکانس طبیعی مطلوب، بهره‌های کنترلی مورد نیاز به دست می‌آیند. شایان ذکر است که با انتخاب هر مقدار مثبت برای میرایی و فرکانس طبیعی، شروط پایداری ۲۴ و ۲۵ نیز ارضا خواهند شد. بنابراین بهره‌های تناسبی و مشتقی به دست آمده در روابط ۲۷ و ۲۸ تضمین کننده پایداری سیستم خواهند بود.

برای پیاده‌سازی این کنترل کننده می‌توان نکات زیر را نیز در نظر داشت. باتوجه به اینکه جرم متحرک در عملگرهای سیستم بالانس جرمی خودکار و کورس حرکتی آن محدود هستند، لازم است پیش از انجام بالانس خودکار بالانس دستی تا حد قابل قبولی انجام شود تا سیستم خودکار دچار اشباع عملگر نشود. همچنین در پیاده‌سازی قانون کنترلی پیشنهادی، پارامتر ثابت R_z برای محاسبه بهره‌های K_p و نیز مقدار اولیه پارامترهای R_x و R_y در گام اول محاسبات رابطه ۹ مورد نیاز هستند. این مقادیر خروجی‌های الگوریتم تخمین پارامتر آفلاین معرفی شده در بخش ۲.۲ می‌باشند.

۲.۵ مراحل انجام بالانس جرمی خودکار

فرایند بالانس جرمی خودکار پیشنهادی در این مقاله در سه مرحله زیر انجام می‌گردد:

- ۱) داده‌برداری از نوسانات آزاد پلتفرم و تخمین موقعیت مرکز جرم به روش ارائه شده در بخش ۲.۲.

$$\begin{cases} \varphi(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} & \text{if } b^2 - 4ac > 0 \\ \varphi(t) = Ae^{\lambda t} + Bte^{\lambda t} & \text{if } b^2 - 4ac = 0 \\ \varphi(t) = e^{\alpha t}(A \cos \beta t + B \sin \beta t) & \text{if } b^2 - 4ac < 0 \end{cases} \quad (23)$$

که در آن λ_1 و λ_2 ریشه‌های حقیقی معادله کمکی، λ ریشه مکرر، α و β بخش حقیقی و موهومی ریشه‌ها در صورت مختلط بودن و A, B ضرایبی هستند که برحسب شرایط اولیه مسئله محاسبه می‌شوند.

از رابطه ۲۳ بدیهی است در حالتی که $b^2 - 4ac = 0$ باشد پاسخ در هر صورت واگرا شده و تنها در دو حالت دیگر اگر توان عبارت نمایی یعنی $\lambda_{1,2}$ و α منفی باشند پاسخ به صورت نمایی به صفر میل خواهد کرد. یک بررسی ساده بر روی ریشه‌های معادله کمکی $\lambda_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$ نشان می‌دهد که برای منفی شدن ریشه‌ها نیاز است ضرایب a, b, c هم علامت باشند. باتوجه به اینکه ضریب a در این مسئله طبق رابطه ۲۲ برابر با ممان اینرسی و همواره مثبت است، می‌توان نتیجه گرفت که شرط لازم و کافی برای پایداری سیستم ۲۱ مثبت بودن ضرایب b و c است که در این صورت پاسخ سیستم به ازای شرایط اولیه دلخواه به سمت صفر میل خواهد نمود. لازم به ذکر است که با اعمال تبدیل لاپلاس روی معادله ۲۱ و استفاده از معیار پایداری راث-هورویتز نیز همین شروط پایداری برای قرارگیری قطب‌های سیستم در سمت چپ صفحه مختلط قابل حصول است.

بازنویسی دو شرط $b > 0$ و $c > 0$ با استفاده از رابطه ۲۲ بر حسب پارامترهای سیستم حلقه بسته به شروط زیر برای ضرایب بهره کنترلی منجر می‌شود:

$$\begin{cases} K_{dx} < 0 \\ K_{px} < -R_z \end{cases} \quad (24)$$

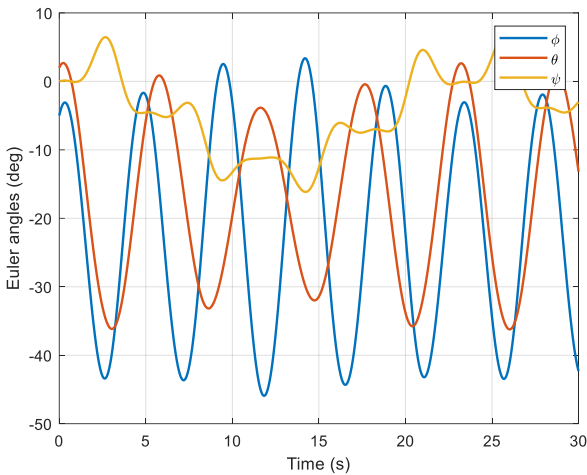
به روش مشابه برای محور پیچ شروط پایداری به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} K_{dy} > 0 \\ K_{py} > R_z \end{cases} \quad (25)$$

در نتیجه سیستم ۱۸ تحت قانون کنترلی ۱۹ با برقراری شرایط لازم و کافی ۲۴ و ۲۵ پایدار می‌شود.

حال برای تعیین ضرایب بهره مناسب در رابطه ۱۹ می‌توان از روش‌های استاندارد مانند جانمایی قطب استفاده کرد. به این منظور ابتدا معادله مشخصه سیستم با گرفتن تبدیل لاپلاس از معادله ۲۱ به دست می‌آید:

کنترل کننده اجرا شده و داده‌های مورد نیاز الگوریتم حداقل مربعات از روی نوسانات آزاد پلتفرم که در شکل مشاهده می‌شود ثبت گردید.



شکل ۲- نوسان آزاد پلتفرم در اثر نابلادستی

همانطور که مشاهده می‌شود نابلادستی در حد ۱ میلیمتر در محورهای افقی و ۳ میلیمتر در محور عمودی موجب نوسانات نسبتاً شدیدی در پلتفرم می‌گردد. دامنه این نوسانات حول محورهای رول و پیچ به حدود ۴۰ درجه رسیده و پریود آن در حدود ۵ ثانیه می‌باشد. به منظور اجرای الگوریتم تخمین پارامتر، داده‌برداری از زوایا و سرعت‌های زاویه‌ای به مدت ۳۰ ثانیه و نرخ ۱۰۰ هرتز انجام شد. مقادیر ممان اینرسی با خطای ۱٪ در الگوریتم حداقل مربعات وارد شد تا پاسخ به شرایط واقعی که مقادیر ممان اینرسی همراه با خطا است نزدیک‌تر باشد. نتایج حاصل از تخمین نابالانسی پلتفرم در جدول ۱ مشاهده می‌شود.

جدول ۱- نتایج تخمین موقعیت مرکز جرم و خطای آن

خطای تخمین	\hat{R}^{CM} (m)	
\hat{R}_x	-0.001014	1.4%
\hat{R}_y	0.001189	0.9%
\hat{R}_z	-0.002955	1.5%

در مرحله بعد، ضرایب بهره کنترلی با استفاده از نتایج تخمین و ممان اینرسی خطادار و در نظر گرفتن مقادیر مطلوب دمپینگ و

اجرای کنترل حلقه‌بسته ارائه شده در بخش ۳.۲ برای انجام بالانس افقی که در آن خروجی‌های الگوریتم تخمین پارامتر در مرحله قبل نیز مورد نیاز هستند.

تکرار مرحله اول با این تفاوت که در الگوریتم تخمین پارامتر مقادیر مؤلفه‌های افقی بردار موقعیت مرکز جرم صفر قرار داده می‌شود تا تنها مؤلفه عمودی نابلادستی به طور دقیق‌تر تخمین زده شود. با داشتن این پارامتر میزان جابه‌جایی مورد نیاز جرم در راستای قائم برای جبران نابلادستی این محور محاسبه شده و به مکانیزم جابه‌جایی جرم این محور فرمان داده می‌شود. چند بار تکرار این مرحله می‌تواند دقت بالانس قائم را افزایش دهد.

۳ شبیه‌سازی و نتایج

به منظور شبیه‌سازی عددی، مدلی در محیط سیمولینک متلب توسعه داده شد. سینماتیک و دینامیک سیستم توسط معادلات غیرخطی ۲ و ۴ شبیه‌سازی شده‌است. جابه‌جایی مرکز جرم طراحی شده توسط کنترل کننده در رابطه ۱۹ توسط رابطه ۹ به جابه‌جایی مورد نیاز جرم متحرک تبدیل شده و سپس توسط رابطه ۶ به گشتاور کنترلی تبدیل و در معادلات دینامیک وارد می‌شود. در مدل دینامیکی، ممان اینرسی پلتفرم به صورت کامل و غیرقطری وارد شده و تغییرات حاصل از جابه‌جایی جرم نیز توسط رابطه ۷ در آن لحاظ می‌شود. مقادیر پارامترهای جرمی و اینرسی به صورت زیر در نظر گرفته شد:

$$\begin{cases} m = 0.5 \text{ kg} \\ M = 15 \text{ kg} \end{cases} \quad J = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.01 & -0.02 \\ -0.01 & 0.4 & -0.01 \\ -0.02 & -0.01 & 0.5 \end{bmatrix}$$

شرایط اولیه زوایای اولر و سرعت زاویه‌ای پلتفرم به شکل زیر است:

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}_{t_0} = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} (\text{deg}) \quad \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}_{t_0} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \\ 0.02 \end{bmatrix} (\text{rad/s})$$

بردار موقعیت مرکز جرم نسبت به مرکز دوران (میزان نابلادستی) به میزان زیر تعیین شد:

$$R^{CM} = \begin{bmatrix} -0.001 \\ 0.0012 \\ -0.003 \end{bmatrix} (\text{m})$$

در اولین مرحله از فرایند بالانس جرمی خودکار پیشنهاد شده در این تحقیق، الگوریتم تخمین پارامتر اجرا می‌شود. به این منظور، شبیه‌سازی تنها با شرایط اولیه و نابالادستی مذکور و بدون

فرکانس طبیعی سیستم $\xi = 0.7, \omega_n = 0.5 \text{ (rad/s)}$ محاسبه می‌شوند:

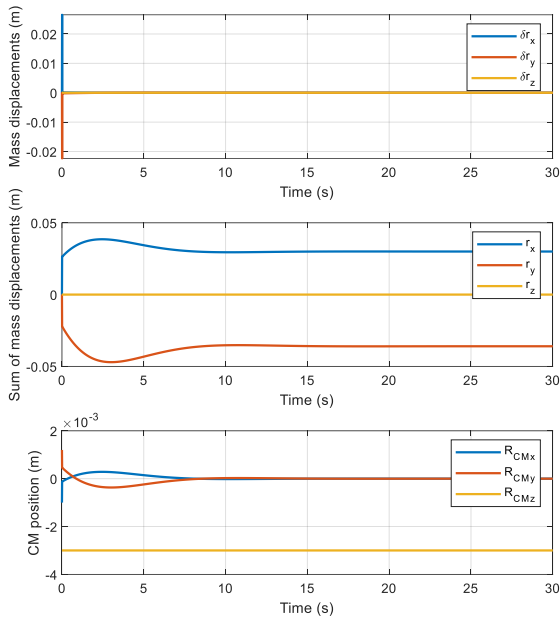
$$\begin{cases} K_{p_x} = 0.0025 \\ K_{d_x} = -0.0012 \end{cases}, \begin{cases} K_{p_y} = -0.0023 \\ K_{d_y} = 0.0019 \end{cases}$$

نتایج اعمال کنترل حلقه‌بسته بر روی دو محور افقی در شکل ۳ تا ۵ مشاهده می‌شود.

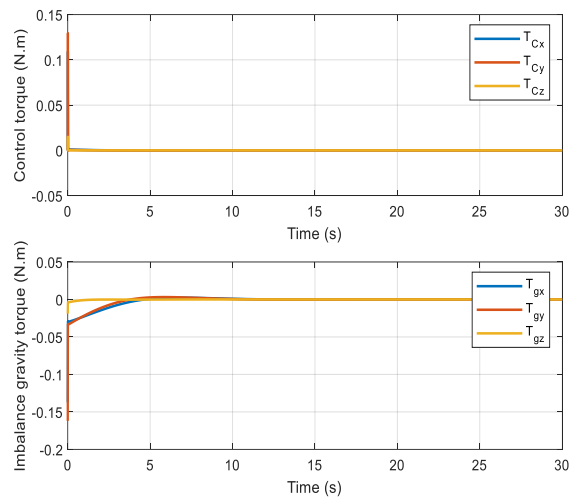
باتوجه به شکل ۳ وضعیت نوسانی سیستم به خوبی تحت کنترل درآمده و پایدار شده‌است. زمان نشست مطلوب که در طراحی خطی به مقدار $t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \cong 11.5 \text{ (s)}$ تعیین شده بود در شبیه‌سازی غیرخطی در حدود ۱۵ ثانیه محقق شده‌است.

شایان ذکر است که در روش کنترل با جابه‌جایی جرم، زاویه ψ مستقیماً تحت کنترل نبوده و بسته به شرایط اولیه و کوپلینگ بین محورها پس از پایدار شدن دو محور افقی همچنان ممکن است دارای دینامیک باقی بماند. در حقیقت چون از گشتاور ثقلی استفاده می‌شود که نیروی جاذبه زمین در آن تنها در راستای محور Z^i است، معادله دینامیکی محور عمودی تنها تابع زوایا و ورودی‌های کنترلی دیگر محورها بوده و متغیر مستقلی برای کنترل ندارد.

در شکل ۴ میزان جابه‌جایی جرم متحرک در راستای محورها ناشی از فرمان کنترلی و به تبع آن جابه‌جا شدن مرکز جرم پلتفرم و در شکل ۵ تغییرات گشتاورهای کنترلی و نا بالادستی در اثر این جابه‌جایی‌ها مشاهده می‌شود. میزان جابه‌جایی نهایی جرم متحرک در راستای دو محور افقی نسبت به موقعیت اولیه جرم‌ها کمتر از ۴ سانتیمتر بوده است. پس از گذشت ۳۰ ثانیه از شبیه‌سازی موقعیت مرکز جرم و گشتاور نا بالادستی باقیمانده در سیستم به قرار زیر بوده است که در حد مطلوبی قرار دارد:



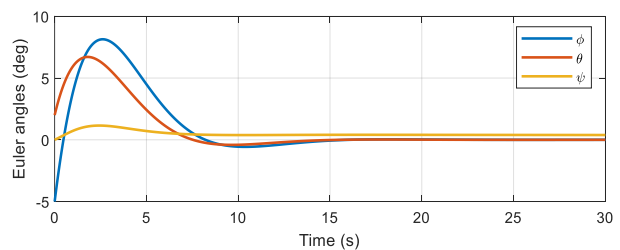
شکل ۳- جابه‌جایی جرم‌های متحرک و جابه‌جایی مرکز جرم پلتفرم



شکل ۵- گشتاور کنترلی و گشتاور نا بالادستی

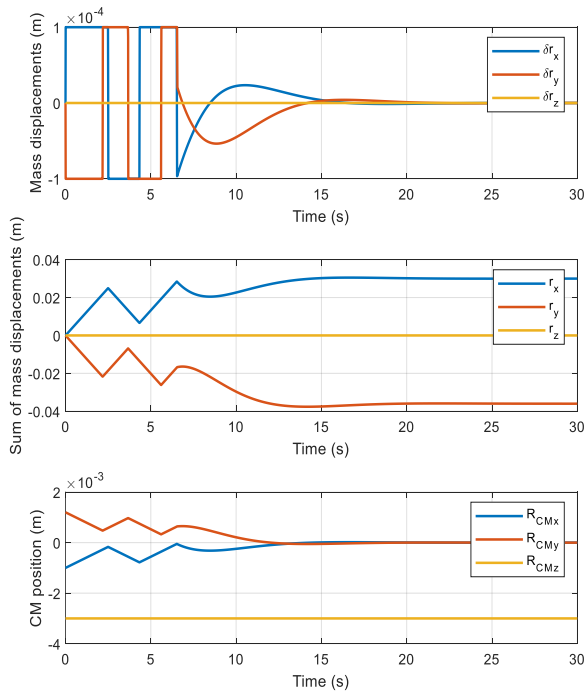
$$\begin{cases} R_x = -1.5 \times 10^{-8} \text{ m} \\ R_y = 3.7 \times 10^{-8} \text{ m} \end{cases}, \begin{cases} \tau_{res_x} = -5 \times 10^{-7} \text{ N.m} \\ \tau_{res_y} = -8 \times 10^{-7} \text{ N.m} \end{cases}$$

به بیان دیگر، انحراف مرکز جرم از مرکز دوران در صفحه افقی که در ابتدا در مقیاس 10^{-0} m بود، به مقیاس 10^{-8} m کاهش یافت. با وجود عملکرد مطلوب کنترل‌کننده بر روی سیستم غیرخطی، یکی از عوامل بسیار مهم در سیستم واقعی سرعت پایین عملگر جابه‌جایی جرم (موتور پله‌ای) می‌باشد. توجه مجدد به شکل ۴ و ۵ بیان‌کننده آن است که در همان لحظات اولیه شبیه‌سازی بیش از ۲ سانتیمتر جابه‌جایی

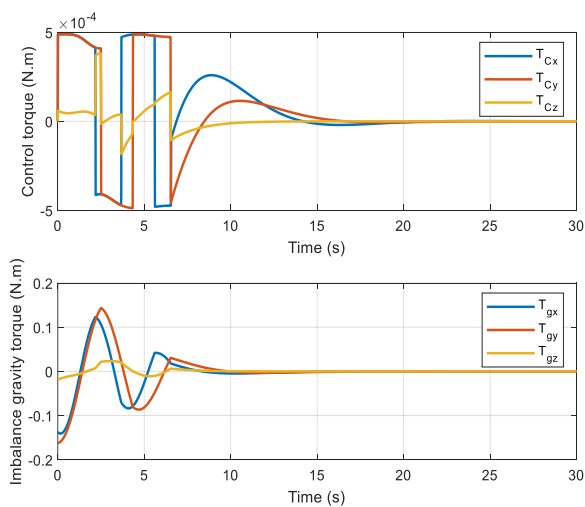


شکل ۲- زوایای وضعیت و سرعت‌های زاویه‌ای محورها افقی تحت کنترل

پس با لحاظ کردن محدودیت سرعت عملگر، دقت بالانس جرمی افقی تقریباً به بزرگی یک مقیاس نسبت به حالت بدون محدودیت کاهش داشته است اما همچنان در حد کاملاً مطلوبی قرار دارد. ضمن اینکه با ادامه کار سیستم کنترل در زمان بیشتر، دقت حاصل همچنان بهبود خواهد یافت.



شکل ۷- جابه‌جایی جرم‌های متحرک و جابه‌جایی مرکز جرم پلتفرم (با لحاظ محدودیت سرعت عملگر)

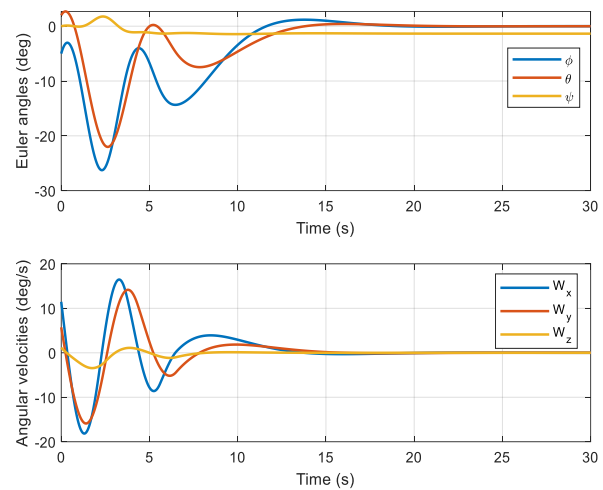


شکل ۸- گشتاور کنترلی و نا بالادستی (با لحاظ محدودیت سرعت عملگر)

جرم در راستای محورهای x و y در مقیاس زمانی چند صدم ثانیه معادل با تولید گشتاور کنترلی $10^{-1} N.m$ رخ داده است که این امر در سیستم‌های عملی رایج در این مسئله غیرممکن است.

بنابراین، در ادامه شبیه‌سازی با لحاظ کردن محدودیت سرعت جابه‌جایی جرم به میزان $1 \frac{cm}{s}$ و با همان ضرایب کنترلی و پارامترهای قبل تکرار شد که نتایج در شکل ۶ تا ۸ مشاهده می‌شود.

همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده با اعمال محدودیت سرعت عملگرها با دشواری بیشتری مواجه شده اما همچنان توانسته است معیارهای عملکردی مانند زمان نشست را در حد خوبی حفظ کند.



شکل ۹- زوایای وضعیت و سرعت‌های زاویه‌ای محورهای افقی تحت کنترل (با لحاظ محدودیت سرعت عملگر)

جابه‌جایی جرم‌ها و مرکز جرم در شکل ۷ تغییرات عمده‌ای نسبت به شکل ۴ نشان می‌دهد. محدودیت اعمال شده روی سرعت عملگر، مشخصاً باعث شده است که جابه‌جایی جرم در هر گام زمانی (یک صدم ثانیه) بیش از یک دهم میلی‌متر نباشد. قسمت‌های خطی که در نمودار r_x و r_y دیده می‌شود دارای شیبی برابر با $0.01 \frac{m}{s}$ هستند که همان محدودیت سرعت اعمال شده است. این شیب با نسبت $\frac{m}{M} = 0.033$ در نمودار موقعیت مرکز جرم ظاهر شده است. در اثر محدود کردن سرعت عملگر، گشتاور کنترلی در شکل ۸ از $\pm 5 \times 10^{-4} N.m$ فراتر نرفته است. پس از گذشت ۳۰ ثانیه از این شبیه‌سازی، موقعیت مرکز جرم و گشتاور نابالانسی باقیمانده در سیستم به قرار زیر بوده است:

$$\begin{cases} R_x = -1 \times 10^{-7} m \\ R_y = -3 \times 10^{-7} m \end{cases} \quad \begin{cases} \tau_{resx} = -3.7 \times 10^{-6} N.m \\ \tau_{resy} = -7.3 \times 10^{-6} N.m \end{cases}$$

Guidance, Control, and Dynamics, vol. 26, no. 4, pp. 513-522, 2003, <https://doi.org/10.2514/2.5085>.

[2] M. Wilde, C. Clark, and M. Romano, "Historical survey of kinematic and dynamic spacecraft simulators for laboratory experimentation of on-orbit proximity maneuvers," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 110, 2019, Art. no. 100552, <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2019.100552>.

[3] J. S. Young, "Balancing of a small satellite attitude control simulator on an air bearing," in *the Utah Space Grant Consortium Symposium*, Salt Lake City, Utah, United States, 1998, 1998, pp. 1-7.

[4] A. Bahu and D. Modenini, "Automatic mass balancing system for a dynamic CubeSat attitude simulator: development and experimental validation," *CEAS Space Journal*, vol. 12, pp. 597-611, 2020, <https://doi.org/10.1007/s12567-020-00309-5>.

[5] R. Fullmer, "Dynamic ground testing of the skipper attitude control system," in *34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, United States, 1996, Paper 103, <https://doi.org/10.2514/6.1996-103>.

[6] A. McCafferty-Leroux, A. Newton, and S. A. Gadsden, "An improved nanosatellite attitude control simulator for experimental research," in *Sensors and Systems for Space Applications XVI*, SPIE, vol. 1254607, 2023, pp. 43-52, <https://doi.org/10.1117/12.2675437>.

[7] H. T. Xuan¹, A. Chemori, Tuan Pham Anh, Huy Le Xuan, Thu Phan Hoai, and Phuong Vu Viet, "From PID to L1 adaptive control for automatic balancing of a spacecraft three-axis simulator," *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, vol. 6, no. 1, pp. 77-86, 2016.

[8] R. Silva, S. Battistini, R. Borges, and C. Cappelletti, "Center of mass compensation of a nanosatellite testbed based on the extended kalman filter," in *4th IAA Conference on University Satellite Missions and CubeSat Workshop*, 2017, pp. 595-606.

[9] J. J. Kim and B. N. Agrawal, "Automatic mass balancing of air-bearing-based three-axis rotational spacecraft simulator," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 32, no. 3, pp. 1005-1017, 2009, <https://doi.org/10.2514/1.34437>.

[10] S. Chesi, Q. Gong, V. Pellegrini, R. Cristi, and M. Romano, "Automatic mass balancing of a spacecraft three-axis simulator: Analysis and experimentation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 37, no. 1, pp. 197-206, 2014, <https://doi.org/10.2514/1.60380>.

[11] J. Prado *et al.*, "Three-axis air-bearing based platform for small satellite attitude determination and control simulation," *Journal of Applied Research and Technology*, vol. 3, no. 3, pp. 222-237, 2005.

[12] J. Bryła, P. Zagorski, D. Knapik, P. Slecicka, P. Zdziebko, and A. Gallina, "Compact and lightweight 3D

نتایج در جدول ۲ با برخی مراجع مقایسه شده است. لازم به ذکر است که نتایج مراجع ذکر شده حاصل از پیاده‌سازی عملی بوده حال آن که نتایج این تحقیق حاصل از شبیه‌سازی عددی می‌باشد. با توجه به اینکه شبیه‌سازی بر روی سیستم غیرخطی با لحاظ محدودیت سرعت عملگر انجام شده و نتایج یک تا دو مقیاس بهتر از سایر مراجع است، می‌توان انتظار داشت که روش ارائه شده در این مقاله قابلیت پیاده‌سازی عملی مناسبی نیز داشته باشد.

جدول ۲- مقایسه نتایج دقت بالانس جرمی با سایر مراجع

مرجع	سال	روش	$(mm)R^{CM}$
[۳]	۱۹۹۸	تخمین	۰/۰۱۵
[۱۱]	۲۰۰۵	تخمین	۰/۰۲۵
[۴]	۲۰۲۰	کنترل	۰/۰۰۱
[۱۲]	۲۰۲۱	تخمین	۰/۰۱
این مقاله	۲۰۲۳	کنترل	۰/۰۰۰۲

۴ جمع‌بندی

در این مقاله یک روش بالانس جرمی خودکار برای پلتفرم‌های کنترل وضعیت ماهواره با استخراج مدل خطی سیستم و طراحی اصولی کنترل‌کننده به همراه آنالیز پایداری ارائه شد. با وجود لحاظ شدن عواملی همچون خطای تخمین، خطای اندازه‌گیری ممان اینرسی، تغییرات ممان اینرسی در اثر جابه‌جایی جرم، دینامیک غیرخطی سیستم و اعمال محدودیت سرعت عملگر، نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان‌دهنده موفقیت روش پیشنهادی در کاهش قابل توجه گشتاور اغتشاشی بوده است.

تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

مراجع

[1] J. L. Schwartz, M. A. Peck, and C. D. Hall, "Historical review of air-bearing spacecraft simulators," *Journal of*

Attitude Determination and Control Subsystem testbed for up to 12-U CubeSat," in *AIAA AVIATION 2023 Forum*, San Diego, CA and Online, 2023, Paper 3814, <https://doi.org/10.2514/6.2023-3814>.

printed platform for testing attitude determination and control system of small satellites," *The International Journal of Multiphysics*, vol. 15, no. 4, pp. 397–408, 2021.

[13]E. Alnaqbi *et al.*, "Design and Implementation of an