



E-ISSN: 2676-4253

Journal of Technology in Aerospace Engineering

Vol. 9, No. 1, pp. 27-40, 2025

<https://doi.org/10.22034/jtae.2025.9.1.3>

Journal Homepage: <https://jtae.ari.ac.ir>



Original Research Paper

Design of a Robust Sliding Mode Controller for a Nonlinear Chaotic Gyroscope System with Input Saturation

Ali Foroutan  and Alireza Safa* 

Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Golestan University, Gorgan, Iran

ARTICLE INFO

Article History:

Received 28 November 2023

Revised 10 January 2024

Accepted 14 January 2024

Available Online 21 January 2024

Keywords:

Gyroscope

Robust

Sliding mode control

Chebyshev neural network

Input saturation

ABSTRACT

The gyroscope system is a highly efficient and nonlinear system widely used in various industries, including military, aerospace, and navigation applications. This paper proposes a robust sliding mode controller to regulate the gyroscope system's chaotic dynamics in the presence of noise, external disturbances, and input saturation. To counteract the negative impact of input saturation, a compensation system utilizing a first-type Chebyshev neural network is implemented. In the proposed design, the weights of the Chebyshev neural network are adjusted to ensure that the derivative of the Lyapunov function remains negative, thereby guaranteeing the stability of the closed-loop gyroscope system. The effectiveness of the proposed control approach is evaluated through comparisons with other control methods across various scenarios, demonstrating its robustness and superior performance.

* Corresponding Author's E-mail: a.safa@gu.ac.ir

How to Cite this Article:

A. Foroutan and A. R. Safa, "Design of robust sliding mode controller for nonlinear chaotic gyroscope system with input saturation," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 9, No. 1, pp. 27-40, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2025.9.1.3>.

COPYRIGHTS



Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).





طراحی کنترل کننده مد لغزشی مقاوم برای سیستم غیر خطی ژیروسکوپ آشوبناک با اشباع ورودی

علی فروتن^۱ و علیرضا صفا^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه گلستان، گرگان، ایران
۲- استادیار، گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه گلستان، گرگان، ایران

چکیده

سیستم ژيروسکوپ، یک سیستم غیرخطی جذاب و کارآمد است که در صنایع مختلف نظامی، هوافضا، ناوبری و بسیاری دیگر از صنایع مهم کاربرد دارد. در این مقاله یک کنترل کننده مد لغزشی مقاوم برای کنترل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشوبناک در حضور نویز، اغتشاش‌های خارجی وارد بر سیستم و اشباع ورودی پیشنهاد می‌گردد. در طرح پیشنهادی، سیستم جبران‌ساز اشباع ورودی مبتنی بر شبکه عصبی چپیشف نوع اول به منظور جلوگیری از اثرات مخرب اشباع ورودی در سیستم کنترل استفاده شده‌است. وزن‌های شبکه عصبی چپیشف نوع اول به قسمی تنظیم می‌گردند که مشتق تابع لیاپانوف منفی و پایداری سیستم حلقه بسته ژيروسکوپ تضمین گردد. عملکرد رهیافت کنترلی پیشنهادی با سایر رویکردهای کنترلی مورد قیاس قرار گرفته و در سناریوهای مختلف مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۰۷ آذر ۱۴۰۲
بازنگری ۲۰ دی ۱۴۰۲
پذیرش ۲۴ دی ۱۴۰۲
اولین انتشار ۰۱ بهمن ۱۴۰۲

واژه‌های کلیدی:

ژیروسکوپ
کنترل مد لغزشی مقاوم
شبکه عصبی چپیشف
اشباع ورودی

* پست الکترونیکی نویسنده مسئول: a.safa@gu.ac.ir

How to Cite this Article:

A. Foroutan and A. R. Safa, "Design of robust sliding mode controller for nonlinear chaotic gyroscope system with input saturation," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 9, No. 1, pp. 27-40, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2025.9.1.3>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

۱ مقدمه

سیستم ژيروسکوپ آشوبناک یکی از مهم‌ترین تجهیزات کاربردی در سامانه‌های ناوبری است که در صنایع مختلف هواپیمایی، ماهواره‌ای، موشکی و فضاپیما مورد استفاده قرار می‌گیرد. امروزه از سیستم ژيروسکوپ برای اندازه‌گیری زاویه و سرعت زاویه‌ای اجسام متحرک در طیف گسترده‌ای از صنایع استفاده می‌گردد [۱-۳]. سیستم‌های آشوبناک، دسته مهمی از سیستم‌های غیرخطی می‌باشند که در سالیان اخیر توجه پژوهشگران و مهندسان را به خود جلب کرده است [۴]. سیستم ژيروسکوپ، یک سیستم غیرخطی جذاب و آشوبناک به شمار می‌آید. مطابق کاربردهای گسترده سیستم ژيروسکوپ، تحقیقات در حوزه کنترل این سیستم همچنان ادامه دارد [۱، ۵-۷]. پدیده آشوب در طیف گسترده‌ای از سیستم‌های مکانیکی و شبکه‌های پیچیده وجود دارد. از مهم‌ترین ویژگی‌های سیستم‌های آشوبناک می‌توان به رفتار غیرقابل پیش‌بینی این سیستم‌ها و حساسیت شدید آن‌ها به شرایط اولیه اشاره نمود [۸]. مطابق نامعینی‌ها و غیرخطی‌های دینامیک پیچیده سیستم ژيروسکوپ، کنترل دقیق سیستم مذکور با چالش‌هایی روبه‌رو خواهد شد [۵]. یکی از مهم‌ترین و رایج‌ترین محدودیت‌های غیرخطی در سیستم‌های آشوبناک، اشباع ورودی است [۶، ۷ و ۹]. عدم ملاحظه پدیده اشباع ورودی در طراحی سیستم کنترل، عملکرد سیستم کنترل را کاهش داده و می‌تواند منجر به آسیب‌دیدگی و وقوع عیب در سیستم ژيروسکوپ، افزایش زمان صعود و خطای ردیابی مسیر، کاهش دقت سیستم کنترل و در موارد حاد ممکن منجر به ناپایداری سیستم حلقه بسته ژيروسکوپ گردد. حضور پدیده اشباع ورودی در اکثر سیستم‌های مهندسی و ایجاد چالش در سیستم کنترل، تحقیقات گسترده‌ای در حوزه پایداری سیستم‌های در معرض اشباع ورودی انجام شده است [۴، ۱۰-۱۲]. محدودیت فیزیکی سیستم‌ها و عملگرها، حداکثر محدوده مجاز در دامنه سیگنال کنترلی را تعیین می‌کند [۱۳]. به‌منظور جلوگیری از وقوع پدیده اشباع ورودی و حذف اثرات مخرب آن، رویکردهای مختلفی در طراحی سیستم کنترل اتخاذ شده است [۶، ۹]. حرکت آشوبناک سیستم غیرخطی ژيروسکوپ برای اولین بار در سال ۱۹۸۱ مورد بررسی قرار گرفت. در سال ۱۹۹۶، حرکت‌های آشفته سیستم ژيروسکوپ با میرایی خطی برای سیستم ژيروسکوپ متقارن و سنگین نصب‌شده بر روی پایه مرتعش با دینامیک غیرخطی مورد بررسی قرار گرفت [۱۴]. حرکت آشوبناک سیستم غیرخطی ژيروسکوپ متقارن تحت برآشفتگی هارمونیک در سال ۲۰۰۱ میلادی مورد بررسی قرار گرفت. در مقاله مذکور، تأثیر افزایش سرعت در تبدیل حرکت آشفته به یک حرکت منظم نیز مورد ارزیابی قرار گرفت [۱۵]. در سالیان اخیر پیشرفت‌های

چشمگیری در زمینه‌ی کنترل سیستم‌های غیرخطی آشوبناک به ارمغان آمده است. به‌عنوان نمونه در سال ۲۰۱۰ میلادی یک کنترل کننده مد لغزشی فازی برای کنترل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشوبناک پیشنهاد گردید [۱۶]. در سال ۲۰۱۸ میلادی، چالش همگام‌سازی دو سیستم غیرخطی آشوبناک در حضور عدم قطعیت‌های ناشناخته، اغتشاش‌های خارجی مورد بررسی قرار گرفت [۴]. در سال ۲۰۱۸ میلادی یک کنترل کننده مبتنی بر مدل برای سیستم ژيروسکوپ دو درجه آزادی با استفاده از تئوری خطی‌سازی بازخورد پیشنهاد شد. در مقاله مذکور، یک کنترل کننده تطبیقی مبتنی بر شبکه عصبی برای کنترل سیستم ژيروسکوپ پیشنهاد گردید [۱۷]. در سال ۲۰۱۸ میلادی، همگام‌سازی زمان محدود سیستم‌های آشوبناک نامعین در حضور عدم قطعیت‌های مدل سیستم و اغتشاش‌های خارجی پیشنهاد شد. در مقاله مذکور یک سطح لغزش ترمینال نوین در طراحی کنترل کننده مورد استفاده قرار گرفت [۲]. در سال ۲۰۲۰ میلادی، یک طرح کنترلی مد لغزشی تطبیقی مرتبه کسری برای کنترل سیستم‌های آشوبناک در حضور نامعینی‌ها و اغتشاش‌های وارد بر سیستم ارائه شده است [۱۸]. در سال ۲۰۲۱ میلادی، یک کنترل کننده مدل آزاد تطبیقی برای غلبه بر رفتار آشفته سیستم‌های غیرخطی آشوبناک پیشنهاد شده است [۱۹]. سایر رهیافت‌های کنترلی نظیر کنترل فعال و غیرفعال [۲۰، ۲۱]، کنترل تطبیقی [۲۲-۲۴]، کنترل پسگام [۲۵] به‌منظور کنترل سیستم‌های غیرخطی ژيروسکوپ آشفته پیشنهاد شده است [۲۶]. کنترل کننده‌های فازی [۲۷-۲۹]، تطبیقی مبتنی بر شبکه عصبی [۳۰، ۳۱]، مد لغزشی [۳۲، ۳۳] رویکردهای کنترلی مؤثر در کنترل سیستم‌های غیرخطی با دینامیک پیچیده خواهند بود. در طرح‌های پیشنهادشده فوق، محدودیت اشباع ورودی در طراحی کنترل کننده لحاظ نشده است. در این مقاله از کنترل کننده مد لغزشی^۱ مقاوم SMC برای کنترل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشوبناک بهره گرفته شده و با طراحی یک سیستم کمکی جبران‌ساز اشباع ورودی^۲، از وقوع پدیده اشباع جلوگیری خواهد شد. برخی از دستاوردهای پژوهشی این مقاله عبارت‌اند از:

- جلوگیری از وقوع اشباع ورودی و تأثیرات مخرب آن بر روی سیستم کنترل با سیستم جبران‌ساز اشباع ورودی مبتنی بر شبکه عصبی چبیشف
- طراحی کنترل کننده قابل‌اعتماد و جلوگیری از ناپایداری سیستم حلقه بسته ژيروسکوپ آشوبناک
- عملکرد مناسب سیستم کنترل و قوام بالا در حضور نویز و اغتشاش‌های خارجی
- جلوگیری از آسیب‌دیدگی سیستم

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} I_1 (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2(\theta)) \\ & + \frac{1}{2} I_3 (\dot{\phi} \cos(\theta) + \dot{\psi})^2 \\ & - M_g (l + \bar{l} \sin(\omega t) \cos(\theta)) \end{aligned} \quad (3)$$

در رابطه فوق با استفاده از زوایای اویلر خمش (θ) ، غلتش (ϕ) و گردش (ψ) ، معادلات حرکت سیستم غیرخطی ژيروسکوپ متقارن^۴ تعبیه شده بر روی یک پایه مرتعش توصیف می‌گردد. در رابطه فوق I_1 و I_3 ممان‌های اینرسی قطبی^۵ و استوایی^۶، M_g نیروی گرانش زمین^۷، \bar{l} دامنه اغتشاش‌های خارجی وارد بر سیستم، ω فرکانس اغتشاش‌های خارجی وارد بر سیستم است. با مشتق‌گیری جزئی از تابع لاگرانژین نسبت به زوایای اویلر داریم:

$$P_\phi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} = I_1 \dot{\phi} \sin^2(\theta) \quad (4)$$

$$+ I_3 (\dot{\phi} \cos(\theta) + \dot{\psi}) \cos(\theta),$$

$$P_\phi = \beta_\phi, \quad (5)$$

$$P_\psi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}} = I_3 (\dot{\phi} \cos(\theta) + \dot{\psi}), \quad (6)$$

$$P_\psi = I_3 \omega_z = \beta_\psi. \quad (7)$$

در روابط فوق سرعت چرخش سیستم ژيروسکوپ ω_z است. با بهره‌گیری از روش روت^۸ معادلات حرکت سیستم ژيروسکوپ آشوبناک استخراج می‌گردد [۲۵]:

$$h(\theta) = \left[\frac{(\beta_\phi - \beta_\psi \cos(\theta))^2}{2I_1 \sin^2(\theta)} \right] \quad (8)$$

$$+ \frac{\beta_\phi^2}{2I_3} + M_g (l + \bar{l} \sin(\omega t) \cos(\theta)),$$

$$R = \mathcal{L} - \beta_\phi \dot{\phi} - \beta_\psi \dot{\psi} = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2 - h(\theta), \quad (9)$$

$$R = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2 - h(\theta), \quad (10)$$

معادلات حرکت سیستم ژيروسکوپ استخراج شده تنها به زاویه θ بستگی دارد. در صورتی که $\theta = 0$ باشد آنگاه خواهیم داشت:

$$\beta_\phi = \beta_\psi, \quad (11)$$

تابع اتلاف به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$F = -D_1 \dot{\theta} - D_2 \dot{\theta}^3. \quad (12)$$

• قابلیت پیاده‌سازی سیستم جبران‌ساز پیشنهادی در سیستم‌های غیرخطی دیگر

در طرح پیشنهادی، تابع غیرخطی جبران‌ساز اشباع ورودی با بهره‌گیری از شبکه‌های عصبی چبیشف نوع اول محاسبه شده و با اعمال به کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم، از وقوع پدیده اشباع ورودی جلوگیری شده و اثرات مخرب آن در سیستم کنترل حذف خواهد شد. شبکه‌های عصبی چبیشف، شبکه‌های عصبی پیشرو می‌باشند که در تابع فعال‌ساز آن‌ها، از چندجمله‌ای‌های متعامد چبیشف استفاده شده است. مهم‌ترین دلایل بهره‌گیری از شبکه عصبی چبیشف، سرعت و دقت بالای این شبکه در تخمین توابع غیرخطی پیچیده خواهد بود. شبکه عصبی چبیشف قادر به تخمین تابع غیرخطی جبران‌ساز اشباع ورودی به صورت آنلاین و با پارامترهای محاسباتی کمتر نسبت به سایر شبکه‌های عصبی مصنوعی است. فرآیند یادگیری شبکه‌های عصبی مصنوعی، با آموزش و تنظیم مکرر وزن‌ها حاصل می‌گردد. هدف اصلی این مقاله، طراحی سیستم جبران‌ساز اشباع ورودی به منظور مقابله با اثرات مخرب اشباع و طراحی کنترل‌کننده قابل اطمینان برای دستیابی به عملکرد بهینه ردیابی مسیر سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشوبناک است. در بخش دوم مدل‌سازی دینامیکی سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشوبناک توصیف می‌گردد و در بخش سوم کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم با سیستم جبران‌ساز مبتنی بر شبکه عصبی چبیشف طراحی می‌گردد و در بخش چهارم نتایج کنترل‌کننده پیشنهادی با سایر کنترل‌کننده‌ها مورد قیاس قرار می‌گیرد.

۲ مدل‌سازی دینامیکی سیستم ژيروسکوپ

دینامیک سیستم مرتبه n به صورت زیر توصیف می‌گردد [۲۴]:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + \\ g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y = x \end{cases} \quad (1)$$

با بهره‌گیری از روابط اویلر لاگرانژ، دینامیک سیستم غیرخطی ژيروسکوپ محاسبه می‌شود. تابع لاگرانژین^۱ \mathcal{L} از تفاضل انرژی جنبشی \mathcal{K} و انرژی پتانسیل p محاسبه می‌گردد [۱۴]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{K} - p. \quad (2)$$

به منظور طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم، معادلات حرکت سیستم غیرخطی ژيروسکوپ متقارن نصب شده بر روی پایه مرتعش با استفاده از روابط اویلر لاگرانژ به صورت زیر توصیف می‌گردد [۱۴]:

4. Equatorial
5. Gravity Force
6. Routh

1. Lagrangian Function
2. Symmetric
3. Polar

رابطه فوق معادلات فضای حالت سیستم پیشرو^۳ است. با جایگذاری حالت‌های سیستم پیرو در روابط (۲۱) و (۲۲) خواهیم داشت:

$$g(y_1) = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos y_1)^2}{\sin^3 y_1}, \quad (24)$$

$$L(y_1) = \beta \sin(y_1) + f \sin(\omega t) \sin(y_1), \quad (25)$$

$$\mu(t) = \rho(t) + u(t), \quad (26)$$

برای توصیف سیستم ژيروسکوپ در دنیای واقعی، اغتشاش خارجی $\rho(t) \in R$ به مدل دینامیک سیستم ژيروسکوپ اعمال می‌شود. سیگنال کنترلی $u(t)$ به منظور همگام‌سازی به سیستم پیرو افزوده می‌شود. کنترل کننده مد لغزشی با جبران ساز اشباع ورودی موظف است یک سیگنال کنترلی قابل اطمینان، محدود برای کنترل بهینه سیستم ژيروسکوپ را به مدل سیستم اعمال نماید. اغتشاش خارجی در سیستم‌های واقعی همیشه دارای دامنه محدود خواهد بود:

$$|\rho(t)| \leq \sigma(t) \in R^+. \quad (27)$$

فضای حالت سیستم ژيروسکوپ آشفته کنترل شده پیرو عبارت است از:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = g(y_1) - c_1 y_2 - c_2 y_2^3 + L(y_1) + \mu(t) \end{cases} \quad (28)$$

که y_1 و y_2 متغیرهای فضای حالت سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشوبناک می‌باشند و خطای متغیرهای حالت همگام‌سازی بین سیستم‌های (۲۳) و (۲۸) از رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$e_k(t) = y_k(t) - x_k(t), \quad k = 1, 2 \quad (29)$$

دینامیک خطای سیستم ژيروسکوپ عبارت است از [۱]:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = -c_1 e_2 + \alpha^2 g(x_1, y_1) + \gamma + \epsilon(t) \end{cases} \quad (30)$$

پارامتر γ در رابطه فوق عبارت است از:

$$\gamma = -c_1 y_2 - c_2 x_2^3 + (\beta + f \sin(\omega t))(\sin(y_1) - \sin(x_1)) \quad (31)$$

برابر است با:

$$g(x_1, y_1) = \frac{(1 - \cos x_1)^2}{\sin^3 x_1} - \frac{(1 - \cos y_1)^2}{\sin^3 y_1} \quad (32)$$

هدف این مقاله دستیابی به سیگنال کنترلی قابل اطمینان به منظور پایدارسازی مجانبی سیستم حلقه بسته، صفر شدن خطاهای تعقیب $e_k(t)$ و همگرایی متغیرهای حالت سیستم پیرو معادله ۲۸ به متغیرهای حالت سیستم پیشرو معادله ۲۳ است [۱].

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_k(t) - x_k(t)) \rightarrow 0, \quad k = 1, 2. \quad (33)$$

در رابطه ۱۲ پارامترهای D_1 و D_2 مقادیر ثابت مثبت هستند و $D_1 \dot{\theta}$ و $D_2 \dot{\theta}^3$ به ترتیب تابع خطی و مکعب می‌باشند. معادله لاگرانژ عبارت است از [۳۶]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial R}{\partial \theta} = F, \quad (13)$$

حرکت سیستم ژيروسکوپ متقارن با زاویه θ مطابق معادله زیر توصیف می‌گردد [۳۵]:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + \left(\frac{\beta \phi}{I_1} \right)^2 \frac{(1 - \cos(\theta))^2}{\sin^3(\theta)} - \frac{M_g \bar{L}}{I_1} \sin(\theta) \\ + \frac{D_1}{I_1} \dot{\theta} + \frac{D_2}{I_1} \dot{\theta}^3 = \frac{M_g \bar{L}}{I_1} \sin(\omega t) \sin(\theta), \end{aligned} \quad (14)$$

که در رابطه (۱۴) پارامترها برابر هستند با:

$$\alpha := \frac{\beta \phi}{I_1} = \frac{I_3 \omega_z}{I_1}, \quad (15)$$

$$c_1 := \frac{D_1}{I_1}, \quad (16)$$

$$c_2 := \frac{D_2}{I_2}, \quad (17)$$

$$\beta := \frac{M_g \bar{L}}{I_1}, \quad (18)$$

$$f := \frac{M_g \bar{L}}{I_1}. \quad (19)$$

با جایگذاری مقادیر مذکور در رابطه (۱۴) معادله حرکت سیستم ژيروسکوپ استخراج می‌گردد [۳]:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + \alpha^2 \frac{(1 - \cos(\theta))^2}{\sin^3(\theta)} - \beta \sin(\theta) + c_1 \dot{\theta} \\ + c_2 \dot{\theta}^3 = f \sin(\omega t) \sin(\theta), \end{aligned} \quad (20)$$

در رابطه فوق $c_1 \dot{\theta}$ و $c_2 \dot{\theta}^3$ میرایی^۱ خطی و غیرخطی و پارامتر برآشفتگی^۲ $f \sin \omega t$ است. متغیرهای حالت سیستم $x_1 := \theta$ و $x_2 := \dot{\theta}$ و بردار حالت‌های سیستم ژيروسکوپ $x := [x_1, x_2]^T$ است. معادلات فضای حالت سیستم غیرخطی ژيروسکوپ برابر است با:

$$g(x) = -\alpha^2 \frac{(1 - \cos(x))^2}{\sin^3(x)}, \quad (21)$$

$$L(x) = \beta \sin(x) + f \sin(\omega t) \sin(x), \quad (22)$$

معادلات فضای حالت ژيروسکوپ غیرخطی مرتبه دوم به صورت زیر توصیف می‌گردد [۵]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = g(x) - c_1 x_2 - c_2 x_2^3 + L(x_1) \end{cases} \quad (23)$$

سطح لغزش PD برابر است با [۱۱]:

$$s(t) = \dot{e}(t) + \lambda e(t), \quad (41)$$

در رابطه فوق λ پارامتر طراحی کنترل، یک مقدار ثابت مثبت است و جهت تضمین پایداری، در طراحی کنترل کننده مد لغزشی مقاوم مورد استفاده قرار می گیرد [۳۴، ۳۹]. هدف اصلی در طراحی کنترل کننده مد لغزشی، اعمال سیگنال کنترلی مناسب و قابل اطمینان برای تضمین پایداری سیستم حلقه بسته ژيروسکوپ آشوبناک و میل شدن خطای ردیابی مسیر مطلوب به صفر مطلق خواهد بود [۳۷]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_d(t) - \theta(t)) \rightarrow 0. \quad (42)$$

اگر سطح لغزش مورد استفاده در کنترل کننده مد لغزشی به صفر میل شود $s(t) = 0$ آنگاه خطای ردیابی مسیر مطلوب، شتاب و سرعت به صفر همگرا خواهد شد و هدف کنترلی برقرار می گردد. کنترل کننده مد لغزشی دارای دو فاز ریش و لغزش است [۲۹، ۳۹]:

$$u := u_{eq}(t) + u_c(t). \quad (43)$$

در رابطه فوق سیگنال کنترلی معادل u_{eq} و سیگنال کنترلی لغزش u_c است. با مشتق گیری از سطح لغزش PD نسبت به واحد زمان داریم:

$$\dot{s}(t) = \ddot{e}(t) + \lambda \dot{e}(t). \quad (44)$$

با جایگذاری رابطه \ddot{e} پیرو رابطه (۳۸) مشتق سطح لغزش به فرم زیر نگاشته می شود:

$$\dot{s}(t) = \ddot{\theta}_d(t) - \ddot{\theta}(t) + \lambda \dot{e}(t), \quad (45)$$

با جایگذاری $\ddot{\theta}(t)$ در رابطه (۴۵) مشتق سطح لغزش برابر است با:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) = \ddot{\theta}_d(t) - [-\alpha^2 \frac{(1 - \cos(\theta))^2}{\sin^3(\theta)} \\ + \beta \sin(\theta) - c_1 \dot{\theta} - c_2 \dot{\theta}^3 \\ + f \sin(\omega t) \sin(\theta)] + \lambda \dot{e}(t), \end{aligned} \quad (46)$$

برای دستیابی به هدف کنترلی و حفظ حالت های سیستم بر روی سطح لغزش، کنترل معادل^۲ اتخاذ می گردد. کنترل معادل را می توان از روابط زیر تعیین نمود [۴۰]:

$$\dot{s}(t) = 0, \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_d(t) = [-\alpha^2 \frac{(1 - \cos(\theta))^2}{\sin^3(\theta)} \\ + \beta \sin(\theta) - c_1 \dot{\theta} - c_2 \dot{\theta}^3 \\ + f \sin(\omega t) \sin(\theta)] - \lambda \dot{e}(t). \end{aligned} \quad (48)$$

در حضور اغتشاش های ناشناخته، سیگنال کنترلی معادل به تنهایی قادر به کنترل بهینه سیستم ژيروسکوپ نخواهد بود. سیگنال کنترلی ثانویه منجر به پایداری سیستم ژيروسکوپ و قوام کنترل کننده SMC در مقابل

در گام بعد کنترل کننده مد لغزشی و سیستم جبران ساز اشباع ورودی مبتنی بر شبکه عصبی چیشف نوع اول طراحی شده و پایداری سیستم حلقه بسته ژيروسکوپ با تئوری لیاپانوف تضمین شده است.

۳ طراحی کنترل کننده در حضور اشباع ورودی

از اهداف اصلی این مقاله، دستیابی به کنترل کننده قابل اطمینان و محدود برای کنترل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشوبناک و پایداری سیستم حلقه بسته ژيروسکوپ خواهد بود. از کنترل کننده مد لغزشی مقاوم، در کنترل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ بهره گرفته شده است. در رویکرد پیشنهادی، یک سیستم جبران ساز اشباع ورودی مبتنی بر شبکه عصبی چیشف نوع اول به منظور جلوگیری از وقوع پدیده اشباع ورودی و حذف اثرات مخرب آن پیشنهاد شده است.

۳.۱ طراحی کنترل کننده مد لغزشی مقاوم

به منظور طراحی کنترل کننده مد لغزشی مقاوم برای کنترل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ، ابتدا سیستم غیرخطی پیوسته با زمان به صورت زیر توصیف می گردد [۳۷]:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u. \quad (34)$$

در رابطه (۳۴) $x \in R^n$ ، $f(x) \in R^n$ ، $g(x) \in R^{n \times m}$ خواهد بود. سیستم ژيروسکوپ یک سیستم غیرخطی مرتبه دوم است:

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) + g(x, \dot{x})u \quad (35)$$

خطای ردیابی موقعیت، سرعت و شتاب سیستم ژيروسکوپ عبارت

است از [۲۸]:

$$e_1 = e(t) = \theta_d(t) - \theta(t), \quad (36)$$

$$e_2 = \dot{e}(t) = \dot{\theta}_d(t) - \dot{\theta}(t), \quad (37)$$

$$\ddot{e}(t) = \ddot{\theta}_d(t) - \ddot{\theta}(t). \quad (38)$$

به منظور دستیابی به قانون کنترلی مناسب و قابل اطمینان برای ردیابی مسیر مطلوب و تضمین پایداری سیستم حلقه بسته در حضور نویز و اغتشاش های خارجی وارد بر سیستم، سطح لغزش^۱ PD برای کنترل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ متغیر با زمان مرتبه دوم به صورت زیر تعریف می گردد [۱۱]:

$$s := \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e, \quad (39)$$

سیستم ژيروسکوپ یک سیستم مرتبه دوم است و خواهیم داشت:

$$s := \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{2-1} e \quad (40)$$

در رابطه فوق φ_i چندجمله‌ای چبیشف مرتبه i ، n مرتبه چندجمله‌ای چبیشف، η نرخ یادگیری شبکه عصبی چبیشف و m تعداد ورودی‌های شبکه عصبی چبیشف است. وزن‌های شبکه عصبی چبیشف با استفاده از قوانین لیاپانوف به‌روزرسانی خواهد شد. یکی از مزیت‌های سیستم جبران‌ساز، قابلیت تخمین تابع غیرخطی جبران‌ساز اشباع ورودی، به‌صورت آنالین و با دقت فوق‌العاده بالا خواهد بود. ساختار شبکه عصبی چبیشف در شکل ۲ ترسیم شده‌است. در رویکرد پیشنهادی فرض می‌گردد حالت‌های سیستم غیرخطی ژيروسکوپ با استفاده از حسگر در دسترس هستند و با بهره‌گیری از فیدبک منفی، خطای ردیابی مسیر به کنترل‌کننده اعمال می‌گردد. خطای جبران‌ساز اشباع ورودی مبتنی بر شبکه عصبی چبیشف نوع اول به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$E(x, p) = \frac{1}{2} \sum (\delta(t) - \hat{\delta}(t))^2, \quad (55)$$

در رابطه فوق مقدار مطلوب تابع جبران‌ساز اشباع ورودی $\delta(t)$ و تخمین تابع جبران‌ساز اشباع ورودی توسط شبکه عصبی چبیشف $\hat{\delta}(t)$ خواهد بود:

$$\hat{\delta} = \theta_{\delta}^T \mathfrak{S}_{\delta}, \quad (56)$$

$$\theta_{\delta} = W, \quad (57)$$

$$\mathfrak{S}_{\delta} = (\theta, \dot{\theta}). \quad (58)$$

در روابط فوق θ_{δ}^T بردار مجهولات، \mathfrak{S}_{δ} بردار معلومات خواهند بود و خطای تخمین تابع جبران‌ساز اشباع ورودی $\tilde{\theta}_{\delta}$ است و فرض می‌گردد شبکه عصبی ایده آلی با خطای تخمین کمینه $\tilde{\theta}_{\delta}$ وجود دارد آنگاه خواهیم داشت:

$$\delta - \delta^* < \epsilon, \quad (59)$$

$$\delta^* = \theta_{\delta}^{*T} \mathfrak{S}_{\delta}, \quad (60)$$

خروجی شبکه عصبی چبیشف بهینه δ^* و مقدار ثابت کوچک ϵ است و خطای تخمین تابع جبران‌ساز اشباع ورودی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\tilde{\theta}_{\delta} = \theta_{\delta} - \theta_{\delta}^*, \quad (61)$$

۳.۳ تضمین پایداری سیستم حلقه بسته ژيروسکوپ

تابع مثبت معین لیاپانوف زیر به‌منظور تضمین پایداری سیستم غیرخطی ژيروسکوپ اتخاذ می‌گردد:

$$v = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}_{\delta}^T \tilde{\theta}_{\delta}, \quad (62)$$

مشققت نسبت به زمان تابع لیاپانوف به صورت زیر قابل محاسبه

$$\dot{v} = s\dot{s} - \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}_{\delta}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\delta}, \quad (63)$$

است:

نویز و اغتشاش‌های خارجی می‌شود. برای اطمینان برقراری $s^T(t)\dot{s}(t) < 0$ قانون کنترلی به فرم زیر انتخاب می‌گردد:

$$u_c(t) = -\rho \operatorname{sign}(s(t)), \quad (49)$$

در رابطه فوق ρ ثابت مثبت است. در طرح کنترلی مد لغزشی مقاوم در فاز لغزش به‌منظور کاهش پدیده چترینگ از تابع \tanh به‌جای تابع sign استفاده می‌گردد:

$$u_c(t) = -\rho \tanh(s(t)). \quad (50)$$

قانون کنترلی کلی برابر است با:

$$u(t) = \ddot{\theta}_d - \left[-\alpha^2 \frac{(1 - \cos(\theta))^2}{\sin^3(\theta)} + \beta \sin(\theta) - c_1 \dot{\theta} - c_2 \theta^3 + f \sin(\omega t) \sin(\theta) \right] - \lambda \dot{e}(t) - \rho \tanh(s(t)). \quad (51)$$

در گام بعد سیستم کمکی جبران‌ساز اشباع ورودی مبتنی بر شبکه عصبی چبیشف نوع اول طراحی می‌گردد و با اعمال تابع غیرخطی جبران‌ساز اشباع ورودی از وقوع پدیده اشباع ورودی جلوگیری خواهد شد.

۲.۳ طراحی سیستم جبران‌ساز اشباع ورودی

در این مقاله به‌منظور طراحی سیستم جبران‌ساز اشباع ورودی، حداکثر محدوده مجاز سیگنال کنترلی با τ_M نمایش داده می‌شود. در طرح پیشنهادی با بهره‌گیری از شبکه عصبی چبیشف نوع اول، تابع غیرخطی جبران‌ساز اشباع ورودی با سرعت و دقت بالا به‌صورت آنالین تخمین زده می‌شود و به کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم اعمال می‌گردد. توابع چندجمله‌ای چبیشف از دقت و سرعت بیشتری نسبت به سایر چندجمله‌ای‌ها در تخمین توابع غیرخطی برخوردار است. تابع غیرخطی جبران‌ساز اشباع ورودی $\delta_i(t) \in \mathbb{R}^m$ از اختلاف خروجی عملگر و فرمان کنترلی اعمال شده توسط کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم محاسبه می‌شود [۴۱-۴۳]:

$$\delta_i(t) := \tau(t) - u(t), \quad (52)$$

ساختار کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم با جبران‌ساز اشباع ورودی مبتنی بر شبکه عصبی چبیشف در شکل ۱ ترسیم شده‌است. بردار ورودی شبکه عصبی چبیشف به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

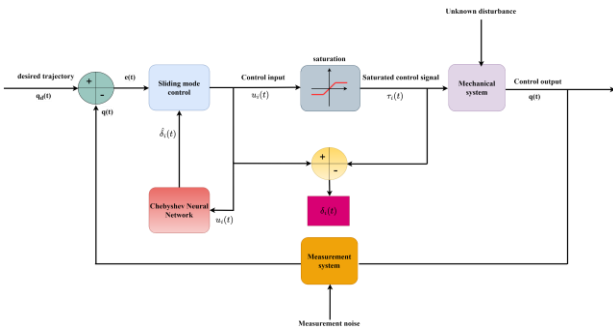
$$x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_m]^T \in \mathbb{R}^m \quad (53)$$

چندجمله‌ای متعامد چبیشف نوع اول از رابطه بازگشتی زیر

قابل محاسبه خواهد بود [۴۲]:

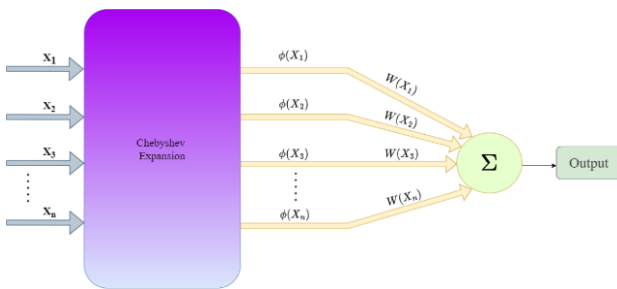
$$\begin{cases} \varphi_0(x) & 1 \\ \varphi_1(x) & x \\ \varphi_{i+1}(x) & 2x_i \varphi_i(x) - \varphi_{i-1}(x) \end{cases} \quad (54)$$

مد لغزشی مقاوم $\lambda=10$ و $\rho=6$ و پارامترهای جبران‌ساز اشباع ورودی مبتنی بر شبکه عصبی چبیشف نوع اول، نرخ یادگیری شبکه عصبی 0.1 و تعداد نورون‌های لایه مخفی 7 و همچنین متغیرهای حالت و سیگنال کنترلی به‌عنوان ورودی شبکه عصبی در نظر گرفته می‌شود.



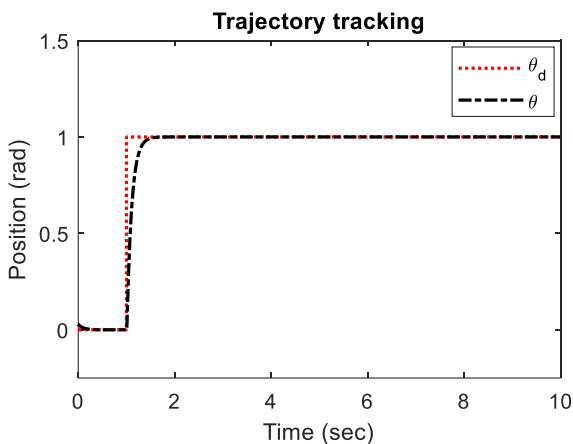
شکل ۱- ساختار کنترل‌کننده مد لغزشی با جبران‌ساز اشباع ورودی.

Fig. 1. Block-diagram of sliding-mode-controller-with-saturation compensator.



شکل ۲- ساختار شبکه عصبی چبیشف تک لایه.

Fig. 2. Structure of single-layer chebyshev neural network.



شکل ۳- نمودار ردیابی مسیر کنترل‌کننده پیشنهادی با ورودی پله.

Fig. 3. Step response tracking performance of the proposed control.

$$\begin{aligned} \dot{v} = s^T & \left(\dot{\theta}_d(t) + \lambda \dot{e}(t) \right) \\ & + \left([u_{eq} + \alpha^2 \frac{(1 - \cos(\theta))^2}{\sin^3(\theta)} \right. \\ & \quad \left. - \beta \sin(\theta) + c_1 \dot{\theta} + c_2 \dot{\theta}^3 \right. \\ & \quad \left. - f \sin(\omega t) \sin(\theta) \right) \\ & + \tilde{\theta}_\delta^T \left(s \zeta_\delta - \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\theta}}_\delta \right) \end{aligned} \quad (64)$$

وزن‌های شبکه عصبی چبیشف مطابق قوانین تطبیق به‌روزرسانی می‌شوند:

$$s \zeta_\delta - \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\theta}}_\delta = 0 \rightarrow \dot{\tilde{\theta}}_\delta = \gamma s \zeta_\delta \quad (65)$$

با جایگذاری (۶۵) در (۶۴) خواهیم داشت:

$$\dot{v} \leq -\rho s^T \tanh(\dot{s}(t)). \quad (66)$$

وزن‌های شبکه عصبی چبیشف به قسمی تنظیم می‌گردند که مشتق تابع لیاپانوف منفی شود، آنگاه پایداری مجانبی یکنواخت سیستم حلقه-بسته ژيروسکوپ با عنایت به قضیه ۳۳.۸ مرجع [۴۵] تضمین می‌شود، به عبارتی دیگر خواهیم داشت: $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0$. مطابق محدودیت فیزیکی اشباع ورودی، در کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم امکان وقوع یکی از ۳ حالت زیر وجود دارد:

$$\begin{cases} \delta(t) < 0, & u(t) > +\tau_M \\ \delta(t) = 0, & -\tau_M < u(t) < +\tau_M \\ \delta(t) > 0, & u(t) < -\tau_M \end{cases} \quad (67)$$

در صورتی که $|u(t)| > |\pm\tau_M|$ باشد پدیده اشباع ورودی رخ می‌دهد و سیستم کمکی جبران‌ساز اشباع ورودی با اعمال تابع غیرخطی جبران‌ساز اشباع ورودی $\delta(t)$ حاصل‌شده توسط شبکه عصبی چبیشف به کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم از وقوع پدیده اشباع و اثرات مخرب آن جلوگیری می‌کند:

$$\tau(t) = u(t) + \delta(t), \quad (68)$$

با اعمال تابع غیرخطی جبران‌ساز اشباع ورودی، دامنه سیگنال کنترلی اعمالی به مدل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ از حد مجاز تعیین شده فراتر نخواهد رفت و محدودیت فیزیکی سیستم ژيروسکوپ نقض نمی‌گردد و از وقوع پدیده اشباع ورودی جلوگیری خواهد شد:

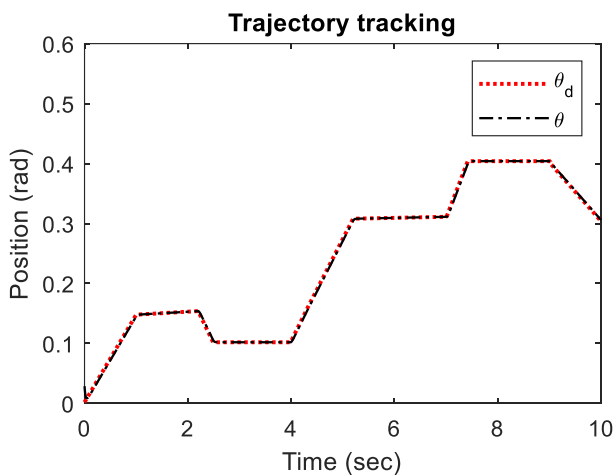
$$|\tau(t)| \leq |\pm\tau_M| \quad (69)$$

۴ نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، به‌منظور بررسی اثربخشی کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم، مدل دینامیک سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشفته در محیط نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی می‌گردد. پارامترهای موردنیاز در طراحی کنترل‌کننده

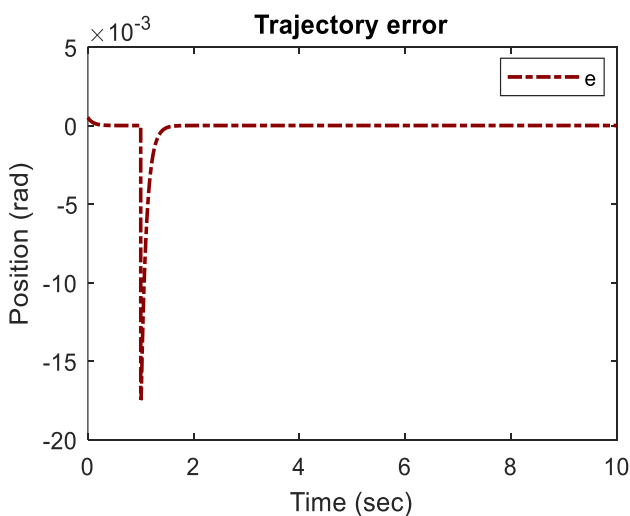
$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\theta_{d_k} - \theta_k)^2, \quad (71)$$

در رابطه فوق n تعداد نقاط نمونه برداری شده شبیه سازی است. در شکل های ۱۳ و ۱۴، نمودار ردیابی مسیر مطلوب و خطای ردیابی مسیر برای کنترل کننده های مذکور بازتاب داده شده است. همچنین شکل ۱۵ دربرگیرنده نمودار خطای ردیابی مسیر مطلوب و شکل ۱۶ مشخصات کنترلی کنترل کننده های مختلف است. در شکل ۱۷ سیگنال های کنترلی اعمال شده به عملگر ترسیم شده است.



شکل ۴- نمودار ردیابی مسیر کنترل کننده پیشنهادی.

Fig. 4. Tracking performance of the proposed controller.



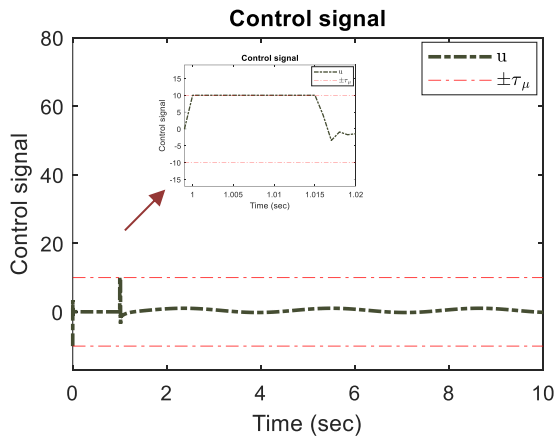
شکل ۵- خطای ردیابی مسیر کنترل کننده پیشنهادی.

Fig. 5. Tracking error of the proposed controller.

تمامی شبیه سازی ها در نرم افزار متلب با گام ثابت ۱ میلی ثانیه با الگوریتم روش رانگ-کوتا مرتبه چهارم پیاده سازی شده است. در ابتدا با اعمال سیگنال ورودی مطلوب پله واحد به مدل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشفته، نمودار ردیابی مسیر در شکل ۳ ترسیم می گردد. در ادامه به منظور بررسی دقیق تر سیگنال ورودی مطلوب پیچیده تر در نظر گرفته می شود و نمودار ردیابی مسیر به ازای ورودی پیچیده تر در شکل ۴ ترسیم شده است. نمودار خطای ردیابی مسیر و سطح لغزش کنترل کننده مد لغزشی مقاوم با جبران ساز اشباع ورودی در شکل های ۵ و ۶ نمایش داده شده اند. مطابق نتایج استخراج شده، رویکرد کنترلی پیشنهادی قادر به همگرایی سریع با دقت بالا، خطای ردیابی و زمان صعود کم و پاسخ بدون فراجهش است. رفتار آشوبناک سیستم غیرخطی ژيروسکوپ با اعمال ورودی مطلوب پله واحد به ازای $\beta = 1$ ، $c_1 = 0.5$ ، $\omega = 2$ ، $c_2 = 0.05$ ، $f = 35.5$ ، $\alpha^2 = 100$ و شرایط اولیه $(x_1, x_2) = (1, -1)$ در شکل ۷ ترسیم می شود. به منظور بررسی اهمیت و تأثیر حضور سیستم جبران ساز اشباع ورودی در جلوگیری از وقوع پدیده اشباع، سیگنال کنترلی SMC اعمالی به سیستم ژيروسکوپ آشفته بدون بهره گیری از سیستم جبران ساز اشباع ورودی در شکل ۸ و سیگنال کنترلی SMC با حضور سیستم جبران ساز اشباع ورودی در شکل ۹ ترسیم می شود. مطابق نتایج حاصل شده از شبیه سازی، کنترل کننده مد لغزشی مقاوم با سیستم جبران ساز اشباع ورودی، سیگنال اعمالی به ژيروسکوپ را در محدوده مجاز نگه می دارد و از اثرات مخرب پدیده اشباع جلوگیری می کند. درحالی که سیگنال کنترلی در کنترل بدون بهره گیری از سیستم جبران ساز اشباع ورودی می تواند منجر به کاهش کارایی و حتی ناپایداری سیستم حلقه بسته شود. محدودیت فیزیکی ورودی سیستم ژيروسکوپ در شبیه سازی برابر است با:

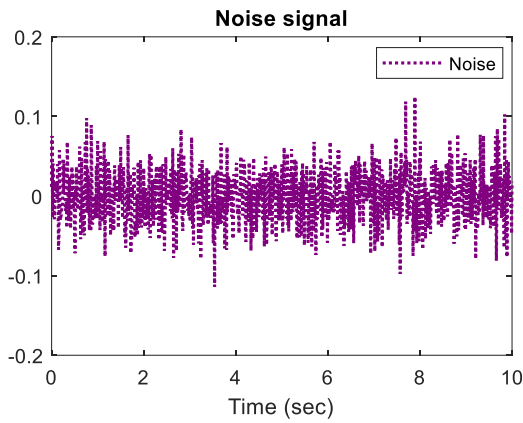
$$\tau_M = \begin{bmatrix} +10 \\ -10 \end{bmatrix} \quad (70)$$

در گام بعد به منظور بررسی قوام و استحکام طرح کنترلی پیشنهادی و تأثیرات مخرب نویز و اغتشاش های خارجی وارد بر سیستم غیرخطی ژيروسکوپ در کنترل کننده SMC، نویز و اغتشاش در شکل های ۱۰ و ۱۱ به مدل سیستم اعمال می گردد و عملکرد ردیابی مسیر مطلوب کنترل کننده مد لغزشی در حضور نویز حسگر و اغتشاش خارجی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. در گام بعد، عملکرد و کارایی طرح کنترلی SMC با جبران ساز اشباع ورودی با سایر کنترل کننده های PI، PD، PID، SMC، PID مبتنی بر شبکه عصبی (PID-NN) مورد قیاس و ارزیابی قرار می گیرد. خطای ردیابی مسیر با معیار میانگین مربعات خطا مورد ارزیابی قرار می گیرد [۴۴]:



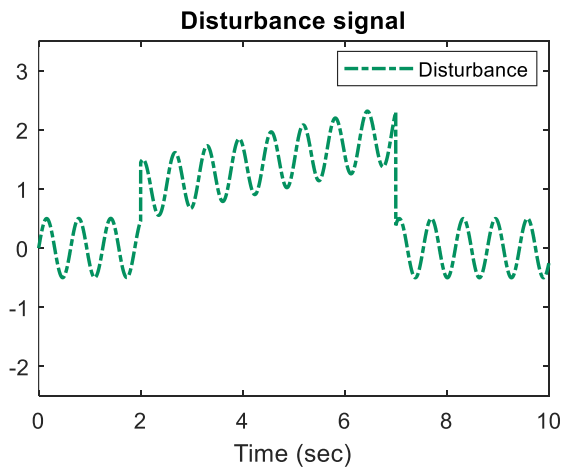
شکل ۹- سیگنال کنترلی با جبران‌ساز اشباع ورودی.

Fig. 9. Control signal with saturation compensator.



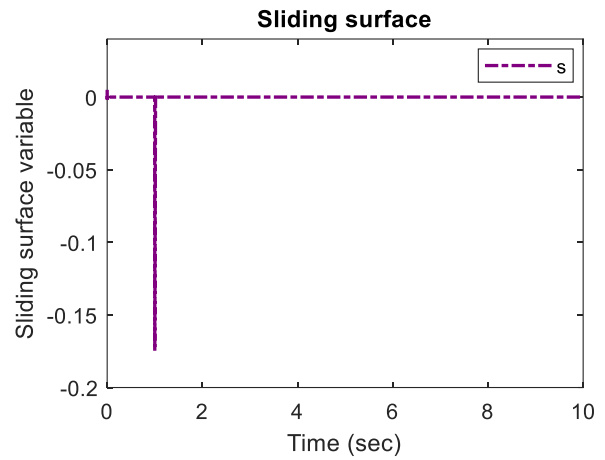
شکل ۱۰- سیگنال نویز حسگر در واحد زمان.

Fig. 10. Noise signal versus time.



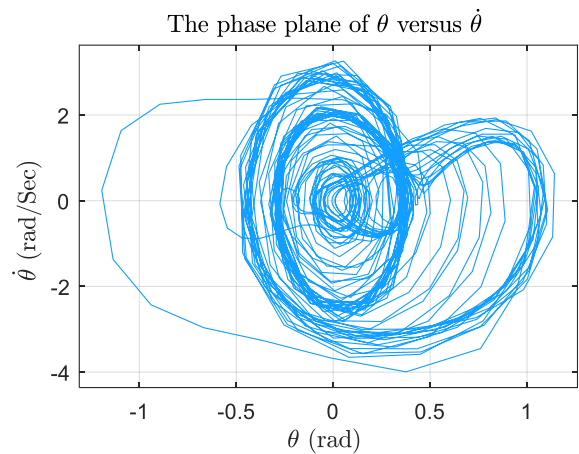
شکل ۱۱- سیگنال اغتشاش خارجی وارد بر سیستم در واحد زمان.

Fig. 11. External disturbance versus time.



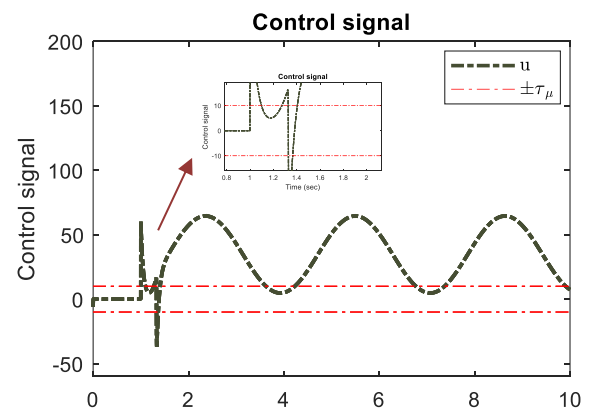
شکل ۶- نمودار سطح لغزش کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم.

Fig. 6. Sliding manifold of the robust sliding-mode controller.



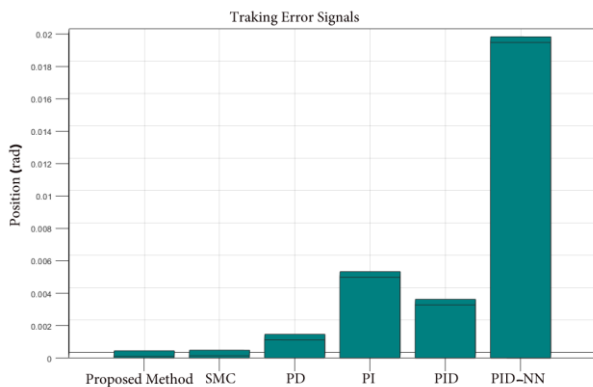
شکل ۷- نمودار صفحه فاز سیستم ژيروسکوپ آشوبناک.

Fig. 7. Phase-portrait of the chaotic gyro.



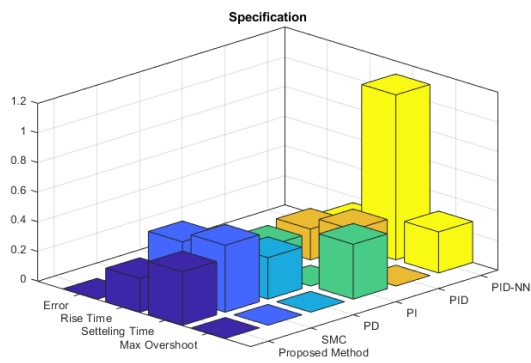
شکل ۸- سیگنال کنترلی بدون جبران‌ساز اشباع ورودی.

Fig. 8. Control signal without saturation compensator.



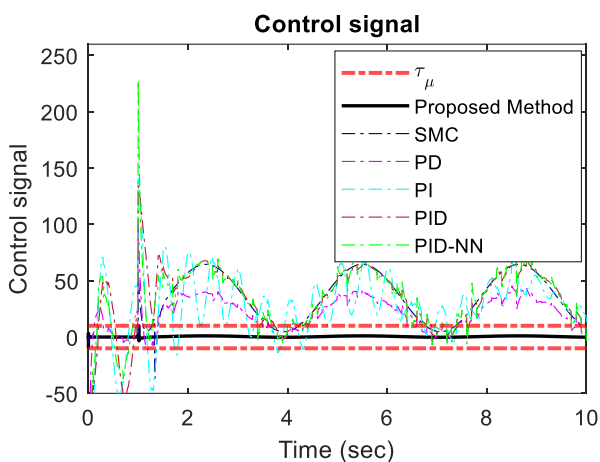
شکل ۱۵- نمودار خطای ردیابی مسیر کنترل کننده های مختلف.

Fig. 15. Bar chart of tracking errors under different controllers.



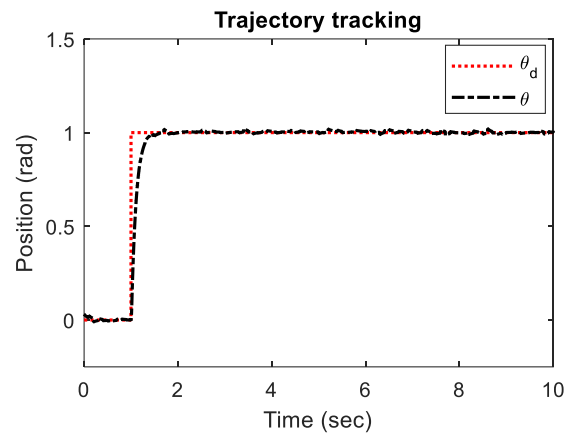
شکل ۱۶- نمودار مشخصات و عملکرد کنترل کننده های مختلف.

Fig. 16. Characteristic and performance of different controllers.



شکل ۱۷- نمودار سیگنال های کنترلی کنترل کننده های مختلف.

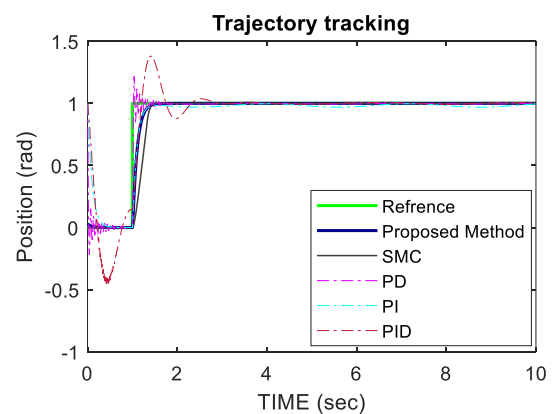
Fig. 17. Control signals of different controllers.



شکل ۱۲- عملکرد کنترل کننده SMC در حضور نویز و اغتشاش.

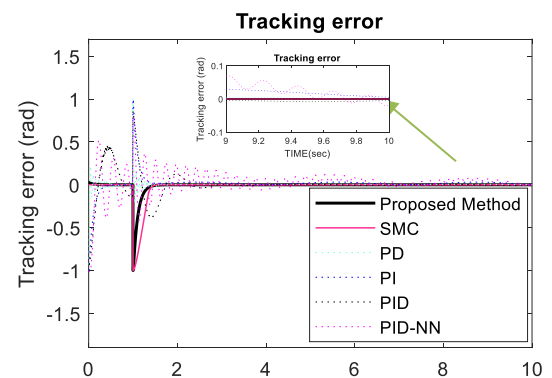
Fig. 12. Sliding-mode control performance in the presence of noise and disturbance.

در شکل های ۱۳ و ۱۴، نمودار ردیابی مسیر مطلوب و خطای ردیابی مسیر برای کنترل کننده های مذکور بازتاب داده شده است.



شکل ۱۳- نمودار ردیابی مسیر کنترل کننده های مختلف.

Fig. 13. Tracking performance under different controllers.



شکل ۱۴- نمودار خطای ردیابی مسیر در کنترل کننده های مختلف.

Fig. 14. Tracking errors under different controllers.

- [2] S. Mohammadpour and T. Binazadeh, "Robust finite-time synchronization of uncertain chaotic systems: Application on duffing-holmes system and chaos gyros," *Systems Science and Control Engineering*, vol. 6, no. 1, pp. 28-36, 2018, <https://doi.org/10.1080/21642583.2018.1428695>.
- [3] X. Ma, Y. Sun, and F. Zhu, "Nonsingular terminal sliding mode control of uncertain chaotic gyroscope system based on disturbance observer," *Journal of Mathematics*, vol. 2021, no. 1, 2021, Art. no. 6646941, <https://doi.org/10.1155/2021/6646941>.
- [4] S. Mohammadpour and T. Binazadeh, "Robust adaptive synchronization of chaotic systems with nonsymmetric input saturation constraints," *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 13, no. 1, 2017, Art. no. 011005, <https://doi.org/10.1115/1.4037672>.
- [5] M. Tabasi and S. Balochian, "Active fault-tolerant synchronisation of fractional-order chaotic gyroscope system," *Journal of Control and Decision*, vol. 8, no. 2, pp. 213-221, 2021, <https://doi.org/10.1080/23307706.2020.1717381>.
- [6] H. Zhang and F. Chen, "Observer-based prescribed performance tracking control for mems gyroscope subject to input saturation," *Nonlinear Dynamics*, vol. 110, no. 4, pp. 3395-3410, 2022, <https://doi.org/10.1007/s11071-022-07814-8>.
- [7] R. Zhang, B. Xu, and P. Shi, "Finite time observer-based output feedback control of mems gyroscopes with input saturation," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 32, no. 7, pp. 4300-4317, 2022, <https://doi.org/10.1002/rnc.6018>.
- [8] Q. Yao, "Intelligent synchronization of second-order chaotic systems with output constraints and input nonlinearities via neural adaptive control," *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 10, no. 4, pp. 1189-1198, 2022, <https://doi.org/10.1007/s40435-021-00869-2>.
- [9] M. M. Zirkohi, "Adaptive backstepping control design for MEMS gyroscope based on function approximation techniques with input saturation and output constraints," *Computers and Electrical Engineering*, vol. 97, 2022, Art. no. 107547, <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2021.107547>.
- [10] H. Min, S. Xu, Q. Ma, B. Zhang, and Z. Zhang, "Composite-observer-based output-feedback control for nonlinear time-delay systems with input saturation and its application," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 7, pp. 5856-5863, 2017, <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2784347>.

مطابق نتایج حاصل شده از شبیه‌سازی، رهیافت پیشنهادی دارای سرعت و دقت بیشتر، خطای ردیابی کمتر، پاسخ بدون فراجهدش و زمان صعود کمتر نسبت به سایر کنترل‌کننده‌ها خواهد بود که دلیل آن را به مقاوم ذاتی الگوریتم مد لغزشی و توانایی بالای شبکه عصبی پیشنهادی در مواجه با نامعینی‌ها و دقت بالای آن عنوان نمود. سیگنال اعمالی به مدل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشفته دارای محدودیت خواهد بود و از حد مجاز فراتر نمی‌رود و از وقوع پدیده اشباع، تضعیف عملکرد کنترل‌کننده مد لغزشی و ناپایداری سیستم حلقه بسته جلوگیری می‌کند. رهیافت کنترلی پیشنهادی قادر به قوام در مقابل حضور نویز و اغتشاش خارجی وارد بر سیستم است.

۵ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

سیستم ژيروسکوپ آشوبناک، یک سیستم غیرخطی جذاب و کارآمد است. در این مقاله یک طرح کنترلی مد لغزشی مقاوم با سیستم جبران‌ساز اشباع ورودی مبتنی بر شبکه عصبی چیشف نوع اول برای کنترل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ پیشنهاد گردید.

تابع غیرخطی جبران‌ساز اشباع ورودی با بهره‌گیری از تخمین‌گر مبتنی بر شبکه عصبی چیشف نوع اول، با سرعت و دقت بالا و با خطای تخمین کم به‌صورت آنلاین تخمین زده شده و به‌منظور جلوگیری از اثرات مخرب اشباع ورودی به کنترل‌کننده مد لغزشی مقاوم اعمال می‌گردد.

رهیافت پیشنهادی با سایر رویکردهای کنترلی PID، PI، PD، PID_NN، SMC مورد قیاس قرار می‌گیرد. مطابق نتایج حاصل‌شده، کنترل‌کننده مد لغزشی با سیستم جبران‌ساز اشباع ورودی، دارای قابلیت همگرایی سریع، زمان صعود و خطای ردیابی کم خواهد بود. سیگنال اعمال‌شده به مدل سیستم غیرخطی ژيروسکوپ آشوبناک، محدودیت اشباع ورودی را نقض نخواهد کرد و از حد مجاز فراتر نمی‌رود. وزن‌های شبکه عصبی چیشف به‌قسمی تنظیم می‌گردد که مشتق تابع لیاپانوف منفی و پایداری سیستم حلقه بسته ژيروسکوپ تضمین شود.

تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده‌است.

مراجع

- [1] L. Yin, Z. Deng, B. Huo, and Y. Xia, "Finite-time synchronization for chaotic gyros systems with terminal sliding mode control," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 49, no. 6, pp. 1131-1140, 2019. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2017.2736521>.

- [20] M. T. Yassen, "Chaos synchronization between two different chaotic systems using active control," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 23, no. 1, pp. 131-140, 2005, <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2004.03.038>.
- [21] T. Sangpet and S. Kuntanapreeda, "Adaptive synchronization of hyperchaotic systems via passivity feedback control with time-varying gains," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 329, no. 13, pp. 2490-2496, 2010, <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.01.019>.
- [22] L. Wang, H. Dai, X. Kong, and Y. Sun, "Synchronization of uncertain complex dynamical networks via adaptive control," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 19, no. 5, pp. 495-511, 2009, <https://doi.org/10.1002/rnc.1326>.
- [23] C. Yang, "Adaptive synchronization of Lü hyperchaotic system with uncertain parameters based on single-input controller," *Nonlinear Dynamics*, vol. 63, no. 3, pp. 447-454, 2011, <https://doi.org/10.1007/s11071-010-9814-3>.
- [24] S. Tong, Y. Li, and S. Sui, "Adaptive fuzzy tracking control design for SISO uncertain nonstrict feedback nonlinear systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 24, no. 6, pp. 1441-1454, 2016, <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2016.2540058>.
- [25] P. P. Menon and C. Edwards, "Static output feedback stabilisation and synchronisation of complex networks with H_2 performance," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 20, no. 6, pp. 703-718, 2010, <https://doi.org/10.1002/rnc.1474>.
- [26] J. J. Yan, M. L. Hung, J. S. Lin, and T. L. Liao, "Controlling chaos of a chaotic nonlinear gyro using variable structure control," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, no. 6, pp. 2515-2522, 2007, <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2006.07.002>.
- [27] S. Tong, Y. Li, and S. Sui, "Adaptive fuzzy output feedback control for switched nonstrict-feedback nonlinear systems with input nonlinearities," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 24, no. 6, pp. 1426-1440, 2016, <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2016.2516587>.
- [28] L. Wang, H. Li, Q. Zhou, and R. Lu, "Adaptive fuzzy control for nonstrict feedback systems with unmodeled dynamics and fuzzy dead zone via output feedback," *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 47, no. 9, pp. 2400-2412, 2017, <https://doi.org/10.1109/TCYB.2017.2684131>.
- [29] M. Khazaei, A. H. D. Markazi, S. T. Rizi, and B. Seyfi, "Adaptive fuzzy sliding mode control of input-delayed uncertain nonlinear systems through output-feedback," *Nonlinear Dynamics*, vol. 87, no. 3, pp. 1943-1956, 2017, <https://doi.org/10.1007/s11071-016-3164-8>.
- [11] K. Shao, J. Zheng, R. Tang, X. Li, Z. Man, and B. Liang, "Barrier function based adaptive sliding mode control for uncertain systems with input saturation," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 27, no. 6, pp. 4258-4268, 2022, <https://doi.org/10.1109/TMECH.2022.3153670>.
- [12] Y. Sun, J. Liu, Y. Gao, Z. Liu, and Y. Zhao, "Adaptive neural tracking control for manipulators with prescribed performance under input saturation," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 28, no. 2, pp. 1037-1046, 2023, <https://doi.org/10.1109/TMECH.2022.3213441>.
- [13] C. Yang, D. Huang, W. He, and L. Cheng, "Neural control of robot manipulators with trajectory tracking constraints and input saturation," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 32, no. 9, pp. 4231-4242, 2021, <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2020.3017202>.
- [14] Z. M. Ge, H. K. Chen, and H. H. Chen, "The regular and chaotic motions of a symmetric heavy gyroscope with harmonic excitation," *Journal of Sound and vibration*, vol. 198, no. 2, pp. 131-147, 1996, <https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0561>.
- [15] X. Tong and N. Mrad, "Chaotic motion of a symmetric gyro subjected to a harmonic base excitation," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 68, no. 4, pp. 681-684, 2001, <https://doi.org/10.1115/1.1379036>.
- [16] M. Roopaei, M. Z. Jahromi, R. John, and T. C. Lin, "Unknown nonlinear chaotic gyros synchronization using adaptive fuzzy sliding mode control with unknown dead-zone input," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 15, no. 9, pp. 2536-2545, 2010, <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2009.09.022>.
- [17] J. Montoya-Cháirez, V. Santibáñez, and J. Moreno-Valenzuela, "Adaptive control schemes applied to a control moment gyroscope of 2 degrees of freedom," *Mechatronics*, vol. 57, pp. 73-85, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2018.11.011>.
- [18] K. Rabah and S. Ladaci, "A fractional adaptive sliding mode control configuration for synchronizing disturbed fractional-order chaotic systems," *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol. 39, no. 3, pp. 1244-1264, 2020, <https://doi.org/10.1007/s00034-019-01205-y>.
- [19] Y. Chen, C. Tang, and M. Roohi, "Design of a model-free adaptive sliding mode control to synchronize chaotic fractional-order systems with input saturation: An application in secure communications," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 358, no. 16, pp. 8109-8137, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2021.08.007>.

- for high-precision motion tracking of a multi-DOF micro/nano manipulator," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, no. 3, pp. 4313-4320, 2020, <https://doi.org/10.1109/LRA.2020.2996065>.
- [38] H. Sai, Z. Xu, S. He, E. Zhang, and L. Zhu, "Adaptive nonsingular fixed-time sliding mode control for uncertain robotic manipulators under actuator saturation," *ISA Transactions*, vol. 123, pp. 46-60, 2022, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2021.05.011>.
- [39] K. Shao, R. Tang, F. Xu, X. Wang, and J. Zheng, "Adaptive sliding mode control for uncertain euler-lagrange systems with input saturation," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 358, no. 16, pp. 8356-8376, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2021.08.027>.
- [40] X. Yu, Y. Feng, and Z. Man, "Terminal sliding mode control—an overview," *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, vol. 2, pp. 36-52, 2020, <https://doi.org/10.1109/OJIES.2020.3040412>.
- [41] Q. Yao, "Adaptive trajectory tracking control of a free-flying space manipulator with guaranteed prescribed performance and actuator saturation," *Acta Astronautica*, vol. 185, pp. 283-298, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.05.016>.
- [42] B. Wang *et al.*, "Incorporating fast and intelligent control technique into ecology: A chebyshev neural network-based terminal sliding mode approach for fractional chaotic ecological systems," *Ecological Complexity*, vol. 47, 2021, Art. no. 100943, <https://doi.org/10.1016/j.ecocom.2021.100943>.
- [43] S. Purwar, I. N. Kar, and A. N. Jha, "RETRACTED: On-line system identification of complex systems using chebyshev neural networks," *Applied Soft Computing*, vol. 7, no. 1, pp. 364-372, 2007, <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2005.08.001>.
- [44] I. Ruiz and M. Zeron, *Machine Learning for Risk Calculations: A Practitioner's View*, 1st ed. John Wiley and Sons, 2021.
- [45] H. K. Khalil, *Nonlinear Control*, 1st ed. New York: Pearson, 2014.
- [30] H. Feng *et al.*, "A new adaptive sliding mode controller based on the RBF neural network for an electro-hydraulic servo system," *ISA Transactions*, vol. 129, Part A, pp. 472-484, 2022, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2021.12.044>.
- [31] T. Li, Z. Li, D. Wang, and C. L. P. Chen, "Output-feedback adaptive neural control for stochastic nonlinear time-varying delay systems with unknown control directions," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 26, no. 6, pp. 1188-1201, 2015, <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2014.2334638>.
- [32] X. Yu, Y. Feng, and Z. Man, "Terminal sliding mode control – an overview," *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, vol. 2, pp. 36-52, 2021, <https://doi.org/10.1109/OJIES.2020.3040412>.
- [33] B. Huo, Y. Xia, L. Yin, and M. Fu, "Fuzzy adaptive fault-tolerant output feedback attitude-tracking control of rigid spacecraft," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 47, no. 8, pp. 1898-1908, 2017, <https://doi.org/10.1109/TSMC.2016.2564918>.
- [34] J. Baek, M. Jin, and S. Han, "A new adaptive sliding-mode control scheme for application to robot manipulators," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 6, pp. 3628-3637, 2016, <https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2522386>.
- [35] H. K. Chen, "Chaos and chaos synchronization of a symmetric gyro with linear-plus-cubic damping," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 255, no. 4, pp. 719-740, 2002, <https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.4186>.
- [36] Mark W. Spong, Seth Hutchinson, M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, 2nd ed. John Wiley and Sons, 2021, <https://doi.org/10.1109/MCS.2021.3122271>.
- [37] M. Ghafarian, B. Shirinzadeh, A. Al-Jodah, and T. K. Das, "Adaptive fuzzy sliding mode control