



E-ISSN: 2676-4253



Original Research Paper

Analytical Study of Mutual Inductance for Arbitrary Positioned Planar Spiral Inductors for Airborne Electromagnetic Systems Applications

Ata Ollah Mirzaei¹, Amir Musa Abazari^{2*}, Hamed Ghanbarpour³, Mahdi Asadi⁴, and Hadi Tavakkoli⁵

1,2. Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Urmia University, Urmia, Iran

3. Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

4. Department of Energy Systems Engineering, School of Advanced Technologies, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

5. Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong

ARTICLE INFO

Article History:

Received 11 December 2023

Revised 14 January 2024

Accepted 16 January 2024

Available Online 21 January 2024

Keywords:

Mutual inductance

Angular displacement

Sensor

Planar coils

Rotation matrix

Airborne electromagnetic systems

ABSTRACT

The study of plant growth and development during spaceflight is very important in promoting fundamental and applied research. The calculation of mutual inductance has widespread applications in microelectromechanical systems (MEMS) sensors and wireless power transfer in microchips. Flat coil structures are commonly employed for implementing coils in micro dimensions. MEMS sensors and microchips with flat coil structures have found applications in various industries, including medical, robotics, and aerospace, in the electromagnetic systems field. Mutual inductance is a crucial factor in the design of flat coil windings used in these sensors, significantly affecting their performance quality. In this paper, a comprehensive analytical solution based on the partial inductance method is presented for calculating the mutual inductance between two co-centric flat coils with an arbitrary angular orientation relative to each other. Using the partial inductance method and rotation matrices, the mutual inductance relations for two flat coils with arbitrary angular orientation in space are derived. The results of the proposed method are validated against ANSYS Maxwell software simulations, demonstrating acceptable computational errors. The error for six-sided and eight-sided flat coils is, respectively, a maximum of 13.3% and 1.52%, affirming the accuracy of the proposed method.

* Corresponding Author's E-mail: am.abazari@urmia.ac.ir

How to Cite this Article:

A. O. Mirzaei, A. M. Abazari, H. Ghanbarpour, M. Asadi, and H. Tavakkoli, "Analytical study of mutual inductance for arbitrary positioned planar spiral inductors for airborne electromagnetic systems applications," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 9, No. 1, pp. 59-74, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2025.9.1.5>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



مطالعه تحلیلی القای متقابل برای سلف‌های مارپیچی مسطح با موقعیت دلخواه برای کاربردهای سیستم‌های الکترومغناطیسی هوابرد

عطاءاله میرزائی^۱ ID، امیرموسی ابازری^{۲*} ID، حامد قنبرپور^۳ ID، مهدی اسدی^۴ ID، و هادی توکلی^۵ ID

- ۱- کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران
- ۲- دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران
- ۳- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران
- ۴- کارشناسی ارشد، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
- ۵- دکتری، گروه مکانیک و هوافضا، دانشکده مهندسی، دانشگاه علوم و فناوری هنگ کنگ، هنگ کنگ

چکیده

محاسبه القای متقابل در حوزه سنسورهای میکروالکترومکانیکی و انتقال توان بی‌سیم در میکروچیپ‌ها، کاربردهای گسترده‌ای دارد. در ابعاد میکرو، ساختارهای مسطح برای پیاده‌سازی سلف بیشتر به کار می‌روند. این سلف‌ها به‌ویژه در صنایعی چون پزشکی، رباتیک، فضایی و هوایی در سیستم‌های الکترومغناطیسی هوابرد استفاده می‌شوند. القای متقابل از اهمیت ویژه‌ای در طراحی سیم‌پیچ‌های مسطح برخوردار است و تأثیر زیادی در بهبود عملکرد آن‌ها دارد. در این تحقیق، یک روش تحلیلی کامل بر اساس روش القای جزئی ارائه شده‌است که برای محاسبه القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی هم‌مرکز با زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به یکدیگر مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش با استفاده از ماتریس‌های دوران و روش القای جزئی، روابط القای متقابل برای دو سیم‌پیچ مسطح با زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به یکدیگر را به‌دست می‌آورد. نتایج این روش با استفاده از نرم‌افزار انسیس مکسول راستی‌آزمایی شده‌اند، و نتایج نشان می‌دهند که خطای محاسباتی این روش برای سیم‌پیچ‌های شش‌ضلعی و هشت‌ضلعی به ترتیب کمتر از ۱۳/۳٪ و ۱/۵۲٪ است.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۲۰ آذر ۱۴۰۲
بازنگری ۲۴ دی ۱۴۰۲
پذیرش ۲۶ دی ۱۴۰۲
اولین انتشار ۰۱ بهمن ۱۴۰۲

واژه‌های کلیدی:

القای متقابل
جابه‌جایی زاویه‌ای
حسگر
سیم‌پیچ مسطح
سیستم‌های الکترومغناطیسی
هوابرد

* پست الکترونیکی نویسنده مسئول: am.abazari@urmia.ac.ir

How to Cite this Article:

A. O. Mirzaei, A. M. Abazari, H. Ghanbarpour, M. Asadi, and H. Tavakkoli, "Analytical study of mutual inductance for arbitrary positioned planar spiral inductors for airborne electromagnetic systems applications," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 9, No. 1, pp. 59-74, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2025.9.1.5>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



فهرست علائم

A	نقطه پایانی خط AB
B	نقطه پایانی خط AB
C	نقطه پایانی خط CD
D	نقطه پایانی خط CD
R	فاصله بین دو المان طولی
M	القای متقابل
x	مختصات کارترزین
y	مختصات کارترزین
z	مختصات کارترزین
P	نشان دهنده مختصات رئوس چند ضلعی
m	راس نقاط خطوط سیم پیچ اولیه
k	راس نقاط خطوط سیم پیچ ثانویه
h	ارتفاع عمودی سیم پیچ ثانویه از اولیه
w	عرض سیم
s	فاصله بین دو دور متوالی از سیم پیچ
r_i	شعاع سیم پیچ اولیه
r_j	شعاع سیم پیچ ثانویه
l_0	طول طولانی‌ترین و آخرین دور ضلع سیم پیچ
$d\vec{l}_1$	المان طولی از سیم پیچ اولیه (همچنین خط CD)
$d\vec{l}_2$	المان طولی از سیم پیچ ثانویه (همچنین خط AB)
\vec{u}	بردار جهت
I_i	جهت جریان دور i ام سیم پیچ اولیه
I_j	جهت جریان دور j ام سیم پیچ ثانویه
M_c	القای متقابل از روش ارائه شده این مقاله
M_s	القای متقابل حاصل از شبیه‌سازی
n_s	تعداد اضلاع سیم پیچ
th	ضخامت سیم پیچ
N	تعداد دور
B	چگالی شار مغناطیسی
μ_0	ضریب نفوذ پذیری مغناطیسی خلاء
Φ	زاویه دوران حول محور x
ψ	زاویه دوران حول محور y
θ	زاویه دوران حول محور z
حروف یونانی	
μ_0	ضریب نفوذ پذیری مغناطیسی خلاء
Φ	زاویه دوران حول محور x
ψ	زاویه دوران حول محور y
θ	زاویه دوران حول محور z
اندیسی‌ها	
i	مربوط به سیم پیچ اولیه
j	مربوط به سیم پیچ ثانویه
base	سیم پیچ اولیه
top	سیم پیچ ثانویه

۱ مقدمه

با رشد کاربردهای سیم‌پیچ‌های مسطح در زمینه‌های مختلف، توسعه روش‌های تحلیلی دقیق و سریع برای محاسبه القای متقابل بین این نوع سیم‌پیچ‌ها اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. سیستم‌های انتقال داده و یا انتقال توان بی‌سیم، اهداف پزشکی، سنسورها، تشخیص خرابی‌ها، زمینه‌های انرژی، و همچنین تشخیص فلزات از جمله کاربردهای مختلف در این زمینه است [۱-۲]. سیم‌پیچ‌های مسطح با قرار گرفتن در کنار خازن‌ها، مدارهای سلف-خازن (LC) را تشکیل می‌دهند. این نوع مدارها به دلیل طبیعت تطبیق‌پذیرشان به‌طور گسترده در زمینه‌های گسترده‌ای به کار گرفته می‌شوند. به دلیل طبیعت بی‌سیم بودن، قیمت پایین ساخت، عدم ایجاد مزاحمت و در دسترس بودن این نوع حسگرها، از آن‌ها برای ساخت انواع حسگرها همچون، حسگر فشار [۳]، حسگر رطوبت [۴]، حسگر جابه‌جایی [۵]، حسگر کرنش [۶] و حسگر دما [۷] استفاده می‌شود. همچنین، اخیراً بررسی تأثیر میدان مغناطیسی در مسائل نوین، همچون تأثیر آن بر ویژگی‌های حرارتی جریان نانوسیال در اتصالات زاویه‌دار و بررسی خصوصیات جریان نانوسیال مورد توجه قرار گرفته است [۸-۱۱] که می‌توان از انواع حسگرهای ساخته شده بر پایه سیم‌پیچ‌های مسطح در این زمینه بهره گرفت.

افزون بر این، مطالعه در زمینه سیستم‌های انتقال توان بی‌سیم (WPT) یکی از رایج‌ترین مباحثی است که به‌طور فعال در حال رشد است. این سیستم‌ها امکان انتقال برق از یک شبکه الکتریکی به شبکه دیگر را بدون نیاز به سیم فراهم می‌کنند. برای مثال، می‌توان این فناوری در کپسول متحرک آندوسکوپی [۱۲] اشاره کرد، جایی که سیم‌پیچ‌های دریافت‌کننده در داخل بدن به‌طور نامنظم در حال حرکت هستند.

القای متقابل، یک پارامتر اساسی در کاربردهایی مانند سنسورهای القایی الکترومغناطیسی [۱۳] و ماشین‌های الکتریکی [۱۴] است. همچنین، القای متقابل به پارامترهای هندسی مانند شکل، اندازه و موقعیت نسبی سیم‌پیچ‌ها مربوط می‌شود [۱۵]. از این رو، راجو و همکاران [۱۶] با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی سیم‌پیچ‌های مسطح در زمینه سیستم‌های انتقال توان بی‌سیم تحقیق کرده‌اند. هر دو سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه در این مقاله به شکل مستطیل یا دایره در نظر گرفته شده‌اند و همچنین موقعیت‌های مختلف دو سیم‌پیچ در این مقاله بررسی شده‌است که این موقعیت‌ها شامل محاسبه القا به عنوان تابعی از اختلافات محوری و جابجایی‌های عرضی دو سیم‌پیچ است. در نهایت، آنها دریافتند که مقدار القای متقابل به فرکانس کاری متکی است. اما، این پدیده فقط در نزدیکی فرکانس تشدید خودی سیم‌پیچ اتفاق می‌افتد. بنابراین، آن‌ها پیشنهاد داده‌اند که از این ساختار می‌توان در سیستم‌های شارژر باتری بی‌سیم و همچنین دستگاه‌های ایمپلنت پزشکی استفاده کرد. در یک مطالعه مشابه،

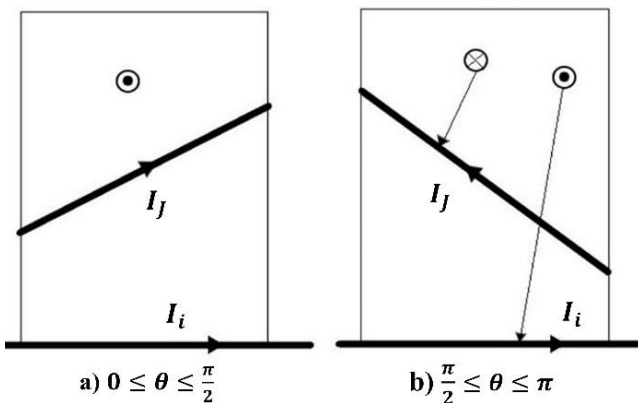
کردند. ایشان دقت و سرعت روش پیشنهادی خود را با روش‌های دیگر مقایسه کردند. نتایج نشان می‌دهد، خطای نسبی روش پیشنهادی کاهش و سرعت محاسبات نسبت به سایر روش‌ها افزایش قابل توجهی داشته است. توکلی و همکاران [۲۳] القای متقابل را برای دو شکل مختلف سیم‌پیچ مسطح تحلیل کردند. این دو شکل شامل سیم‌پیچ‌هایی با اشکال شش‌ضلعی و هشت‌ضلعی است. یکی از نتایج این مقاله در بررسی سیم‌پیچ‌های شش و هشت‌ضلعی این بوده که سیم‌پیچ‌های شش‌ضلعی و هشت‌ضلعی از نظر ضریب کیفیت، عملکرد بهتری نسبت به سیم‌پیچ‌های مستطیلی و دایره‌ای داشتند. زیرا عامل کیفیت در طراحی سنسورها و دستگاه‌های الکترونیکی، فاکتور تأثیرگذاری می‌باشد. همچنین در این مقاله، برای سادگی، سیم‌پیچ‌های مارپیچی مسطح با حلقه‌های هم‌مرکز درون هم تقرب زده می‌شود. شکل کلی این مقاله براساس قانون بیوت-سوارت [۲۴] است. وجه تمایز مطالعه حاضر نسبت به روش ارائه شده در مقاله توکلی و همکاران این است که در مطالعه حاضر تأثیر جابه‌جایی زاویه‌ای در محاسبات اعمال شده است. کیم و همکاران [۲۵] روشی را برای محاسبه القای متقابل در سیم‌پیچ‌های مسطح معرفی کرده‌اند که با توجه به انتگرال‌های بیضوی و تکنیک ماتریس مش محاسبه می‌شود. آن‌ها در واقع القای متقابل بین دو سیم‌پیچ را که به‌طور موازی جابجا می‌شوند، محاسبه کرده‌اند. در یک کار مشابه، آکیل و همکارانش [۲۶]، یک روش عملی و ساده برای محاسبه القای متقابل بین دو سیم‌پیچ دایره‌ای غیر هم‌مرکز با محورهای موازی نسبت به یکدیگر را ارائه دادند. روش ارائه شده توسط ایشان تمام سیم‌پیچ‌های دایره‌ای، اعم از سیم‌پیچ‌هایی با مقطع مستطیلی، سلونوئیدی با دیواره نازک، سیم‌پیچ‌های دیسکی نازک و سیم‌پیچ‌های دایره‌ای رشته‌ای را شامل می‌شود. ایشان در این پژوهش سعی کردند یک روش بسیار ساده و دقیق برای کاربردهای مهندسی را ارائه دهند. آنها نتایج حاصل از روش ارائه شده را با داده‌های منتشر شده پیشین و نتایج حاصل از نرم‌افزار فست هنری (Fast Henry) مقایسه کردند که مطابقت بسیار خوبی بین این نتایج مشاهده شد. مدل‌های القایی متقابل برای سیم‌پیچ‌های دایره‌ای و مستطیلی در بین مقالات فراوان است [۲۸]، [۲۷]، [۱۷]، زیرا پیاده‌سازی سیم‌پیچ‌های دایره‌ای آسان‌تر است و در مقابل، سیم‌پیچ‌های مستطیلی به دلیل تحمل بیشتر در مقابل جابجایی‌های جانبی، گزینه بهتری برای کاربردهای انتقال توان بی‌سیم است [۲۹]. اما در توپولوژی چند سیم‌پیچ برای سیستم‌های انتقال توان بی‌سیم، سیم‌پیچ‌های شش و هشت‌ضلعی نسبت به آنها از مزایای بیشتری برخوردارند. به عنوان مثال، نتایج نشان می‌دهد که سیم‌پیچ شش‌ضلعی با افزایش مقدار القای متقابل و با افزایش نسبی راندمان انتقال توان، نسبت به سیم‌پیچ مربعی یا مستطیلی مزیت دارد [۳۰]. مجموعه‌ای از تحقیقات مهم در زمینه سیم‌پیچ‌های شش‌ضلعی برای کاربردهای انتقال توان بی‌سیم در [۳۱-۳۳] گزارش شده است. در سال‌های اخیر پژوهش در زمینه سیم‌پیچ‌های مسطح

چنگ و همکاران [۱۷] نیز روی انتقال برق بی‌سیم کار کرده‌اند. تفاوت اصلی این مقاله با کار قبلی این است که این مقاله به‌طور خاص به بررسی القای متقابل برای هر دو سیم‌پیچ مستطیل و مربع می‌پردازد؛ چرا که ساده‌سازی سیم‌پیچ‌های مربع-مستطیلی بسیار ساده‌تر از سیم‌پیچ‌های دایره‌ای است. آنها با استفاده از سیم‌پیچ‌های هم‌محور با مقطع مستطیلی، مدلی صریح‌تر نسبت به روش گرین هاوس (Greenhouse) [۱۸] ارائه داده‌اند. اگر چه روش گرین هاوس برای سیم‌پیچ‌های رشته‌ای صحیح است، اما بسیار پیچیده و زمان‌بر نیز خواهد بود. در نتیجه، این مقاله روشی ساده‌تر از روش گرین هاوس را ارائه می‌دهد که مبتنی بر قانون بیوت-سوارت (Biot-Savart) است. سونتاگ و همکاران [۱۹] روشی را برای دستیابی به القای متقابل بین دو سیم‌پیچ مسطح پیشنهاد کرده‌اند که از این روش می‌توان در زمینه‌هایی مانند انتقال انرژی بدون تماس (Contactless Energy Transfer) یا سایر سیستم‌های الکترونیکی با فرکانس بالا استفاده کرد. در سیستم‌های انتقال انرژی بدون تماس، یافتن القای متقابل بین دو سیم‌پیچ، بازده انتقال قدرت بین دو دستگاه را تعیین می‌کند. با توجه به تحقیق ارائه شده در این مقاله، روش توسعه یافته با دو آزمایش به اثبات رسیده است. در یک کار مشابه در زمینه انتقال انرژی بدون تماس، آسرو و همکارانش [۲۰] نیز در همین حوزه با در نظر گرفتن پارامترهای اصلی سیم‌پیچ‌ها و خصوصیات چند نوع از بسترهای چند لایه (media) در مقاله خود تحقیق کرده‌اند. در این مقاله، نویسندگان مدلی برای القای متقابل بین سیم‌پیچ‌ها در یک سیستم انتقال توان القایی (Inductive Power Transfer) استخراج کرده‌اند که در نتیجه آن، روش‌های زمان‌بر و پیچیده مانند روش اجزای محدود حذف شدند. از دیگر کاربردهایی که در آنها از القای متقابل به‌طور گسترده‌ای استفاده می‌شود، سنسورها و محرک‌ها هستند. آکار و همکاران [۲۱] یک سنسور اندازه‌گیری فشار مطلق بی‌سیم طراحی کرده‌اند که دارای مزیتی همچون حساسیت زیاد است. آنها برای طراحی این سنسور فشار مطلق از مدار رزونانسی سلف-خازن موازی استفاده کردند. ساختار کلی این سنسور شامل یک دیافراگم سیلیکونی دوپ شده یا آلاییده با بور (Boron-Doped)، یک خازن، یک سیم‌پیچ آبکاری شده (Electroplated coil) و یک لایه شیشه‌ای است. دیافراگم مورد استفاده در این سنسور ۳/۶ میکرومتر ضخامت دارد. عملکرد این سنسور بدین صورت است که در نتیجه اعمال فشار روی دیافراگم سیلیکونی نازک، این دیافراگم دچار انحراف شده، و ظرفیت خازنی ایجاد شده بین آن و الکتروود فلزی تغییر می‌یابد. با تغییر یافتن ظرفیت خازنی، فرکانس تشدید نیز تغییر می‌یابد و این تغییر در نهایت از طریق اتصال القایی اندازه‌گیری می‌شود. جی و همکاران [۲۲] در مقاله خود روشی را بر اساس فرمول نیومن برای محاسبه القای متقابل بین سیم‌پیچ‌های مسطح دایره‌ای و چهارضلعی مورد استفاده در سیستم‌های هواگرد با موقعیت دلخواه نسبت به همدیگر پیشنهاد

متقابل جزئی بین دو جزء از یک سیم‌پیچ را به صورت زیر بیان می‌کند:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \oint \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{R} \quad (1)$$

که M القای متقابل، μ_0 ضریب نفوذپذیری مغناطیسی خلاء، $d\vec{l}_1$ و $d\vec{l}_2$ المان‌های طولی از سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه و R فاصله بین این دو المان هستند. با توجه به رابطه نیومن علامت القای متقابل بین دو سیم حامل جریان، هم علامت با کسینوس زاویه بردار جریان آن‌ها است [۳۶]. شکل (۱) موقعیت‌های مختلف دو خط از یک شش یا هشت‌ضلعی با در نظر گرفتن جهت جریان را نشان می‌دهد که در این شکل I_i جهت جریان در دور i ام از سیم‌پیچ اولیه و I_j جهت جریان در دور j ام از سیم‌پیچ ثانویه را نشان می‌دهد.



شکل ۱- موقعیت‌های مختلف برای القای متقابل الف) القای متقابل مثبت، ب) القای متقابل منفی.

Fig. 1. Different situations for mutual induction (a) positive mutual induction, (b) negative mutual induction.

برای ساده‌سازی معادلات، هر یک از سیم‌پیچ‌های چنددوره (شکل ۲- الف) با مجموعه‌ای از سیم‌پیچ‌های رشته‌ای تک‌دوره متحدالمرکز تقریب زده می‌شود (شکل ۲- ب). سپس، همانطور که در شکل (۲- پ) نشان داده شده‌است، هر دور از سیم‌پیچ‌ها با یک چندضلعی منتظم شش و یا هشت‌وجهی جایگزین می‌شود. این فرآیند ساده‌سازی به‌طور گسترده در بین مقالات برای سیم‌پیچ‌های مارپیچی مسطح استفاده می‌شود. [۳۷-۳۹].

مورد توجه محققان ایرانی نیز بوده است. در همین راستا عزیززاده پهلوانی و سلطانی [۳۴] بهینه‌سازی بازده سامانه انتقال توان بی‌سیم القایی برای شارژ خودروهای الکتریکی را مورد مطالعه قرار دادند. ایشان از مطالعه خود نتیجه گرفتند که برای دستیابی به بیشینه القای متقابل و بازدهی بالا، طراحی سیم‌پیچ فرستنده به گونه‌ای که اجازه تحرک و چرخش داشته باشد الزامی است. با این حال، محاسبه القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی با موقعیت قرارگیری دلخواه نسبت به هم هنوز یک مشکل اساسی می‌باشد. در این مقاله، یک مدل ریاضی که شامل یک الگوریتم ساده برای محاسبه القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی مارپیچی مسطح هم‌محور با موقعیت قرارگیری زاویه‌ای دلخواه نسبت به هم، ارائه شده‌است.

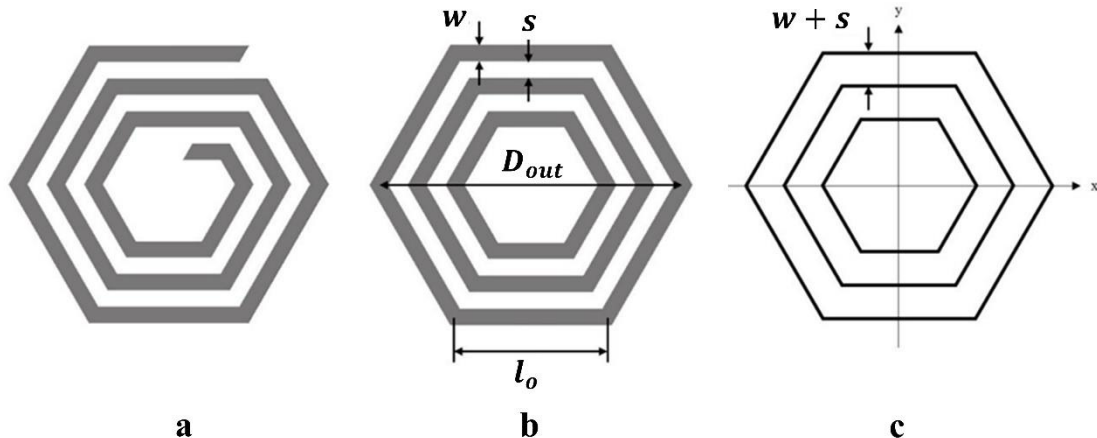
در این مقاله، ابتدا القای متقابل برای دو خط دلخواه منظم در سه بعد محاسبه می‌شود. سپس از ماتریس‌های دوران حول هر سه محور کارترین استفاده می‌شود تا اینکه در نهایت القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی مارپیچی مسطح هم‌محور با موقعیت قرارگیری زاویه‌ای دلخواه نسبت به هم در سه بعد محاسبه شود و مقادیر مختلف القای متقابل با نرم افزار انسیس مکسول (ANSYS Maxwell) مقایسه می‌شود.

۲ مدل‌سازی ریاضی

مدل‌سازی ریاضی در این بخش شامل القای متقابل، القای متقابل بین دو سیم راست دلخواه منظم در سه بعد، ماتریس‌های دوران و القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی منظم با موقعیت و زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به هم در فضا مباحثی است که در ادامه به شرح آنها خواهیم پرداخت.

۱.۲ القای متقابل

القای حلقه و القای جزئی دو روش اصلی برای محاسبه القای متقابل بین دو سیم‌پیچ هستند [۳۵]. روش القای حلقه، کل حلقه را برای به دست آوردن القای متقابل در نظر می‌گیرد، در حالی که روش دوم به‌طور مستقل القای متقابل بین دو جزء دلخواه از سیم-پیچ را مطالعه می‌کند. در مقایسه با روش القای حلقه، روش القای جزئی یک رویکرد ساده برای به دست آوردن القا برای هر جزئی از یک سیم است. این روش یک راه‌حل قدرتمند برای دستیابی به القای متقابل بین دو جزء از سیم‌پیچ‌های مسطح یکسان یا متفاوت ارائه می‌دهد. رابطه (۱) که به رابطه نیومن معروف است، القای



شکل ۲- فرآیند ساده‌سازی سیم‌پیچ‌های مسطح چند چرخشی (الف) سیم‌پیچ‌های مسطح مارپیچی واقعی، (ب) شکل تقریبی سیم‌پیچ‌ها، (پ) اشکال ساده شده نهایی: چند ضلعی‌های منظم شش‌ضلعی متحد‌المركز.

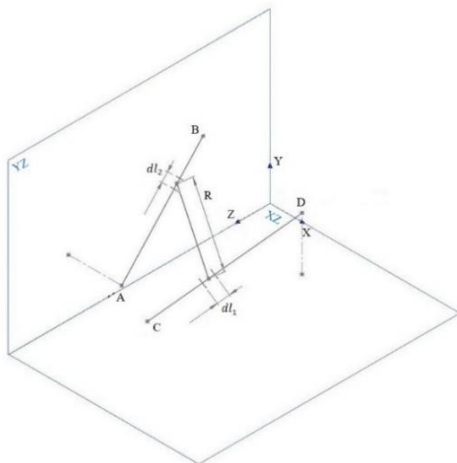
Fig. 2. Multi-turn planar coil simplification process (a) Real helical planar coils, (b) Approximate shape of coils, (c) Final simplified shapes: regular concentric hexagonal polygons.

$$C = (c_1, c_2, c_3) \quad (پ-۲)$$

$$D = (d_1, d_2, d_3) \quad (ت-۲)$$

$$\frac{x_1 - a_1}{b_1 - a_1} = \frac{y_1 - a_2}{b_2 - a_2} = \frac{z_1 - a_3}{b_3 - a_3} \quad (الف-۳)$$

$$\frac{x_2 - c_1}{d_1 - c_1} = \frac{y_2 - c_2}{d_2 - c_2} = \frac{z_2 - c_3}{d_3 - c_3} \quad (ب-۳)$$



شکل ۳- دو خط با موقعیت دلخواه در فضای سه بعدی.

Fig. 3. Two lines with arbitrary positions in three-dimensional space.

برای محاسبه معادله یکپارچه (۱)، یافتن هر dl به عنوان تابعی از یک متغیر لازم است. در نتیجه، مختصات z و y هر خط به عنوان تابعی از x محاسبه می‌شود. y و z خط AB از رابطه (الف-۳) و y و z خط CD از رابطه (ب-۳) به دست می‌آید. سپس با به دست آوردن

باتوجه به این نکته، در بخش بعدی القای متقابل را بین دو سیم راست دلخواه در سه بعد به دست خواهیم آورد.

۲.۲ القای متقابل بین دو سیم راست دلخواه منظم در سه بعد

با توجه به اهمیت مقاله که پیش‌تر نیز به آن اشاره شد، در این مقاله یک روش جدید برای محاسبه القای متقابل بین دو سیم‌پیچ مسطح شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی با موقعیت قرارگیری دلخواه نسبت به هم در فضا ارائه شده است. در این راستا، ابتدا از انتگرال نیومن که در رابطه (۱) نیز قابل مشاهده است، استفاده شده تا القای متقابل برای دو سیم راست مجزا با موقعیت دلخواه نسبت به هم در سه بعد محاسبه شود. برای این منظور، طبق شکل (۳) که خط‌ها نشان‌دهنده دو سیم راست مجزا با موقعیت دلخواه در فضا است، دو المان دلخواه از هر خط در نظر گرفته می‌شود. برای استفاده از رابطه نیومن باید معادله این دو خط و فاصله آنها از هم مشخص باشد. مختصات چهار نقطه مشخص شده در شکل (۳)، شامل نقاط A, B, C, D که جزء دو خط AB و CD هستند، در رابطه (الف-۲) تا (الف-۳) مشخص شده است. با به دست آوردن بردار جهت هر خط، در نهایت معادله هر خط در معادلات (الف-۳) برای خط AB و (ب-۳) برای خط CD به دست خواهد آمد. لازم به ذکر است که در متغیرها در معادلات زیر (به عبارتی x, y و z)، زیروندهای ۱ به خط AB و زیروندهای ۲ به خط CD تعلق دارند.

$$A = (a_1, a_2, a_3) \quad (الف-۲)$$

$$B = (b_1, b_2, b_3) \quad (ب-۲)$$

به‌دست می‌آید که یک ماتریس سه در سه می‌باشد و ستون‌های اول تا سوم آن در رابطه (۹-الف) تا (۹-پ) مشاهده می‌شود. در این ماتریس، ϕ زاویه دوران حول محور x ، θ زاویه دوران حول محور y ، و ψ زاویه دوران حول محور z است. همچنین C_1 ستون اول این ماتریس و C_2 و C_3 به ترتیب ستون‌های دوم و سوم این ماتریس سه در سه است. در بخش‌های بعدی از این رابطه، برای دوران نقاط مورد نظر در تمام جهات استفاده خواهد شد.

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta \\ \sin \psi \cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix} \quad (۹-الف)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi \\ \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \end{bmatrix} \quad (۹-ب)$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (۹-پ)$$

۴.۲ القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی منظم با موقعیت و زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به هم در فضا

۴.۲.۱ القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی

برای محاسبه القای متقابل بین تمامی اضلاع یک شش‌ضلعی باید القای متقابل بین تک تک اضلاع محاسبه شود. مجموع این مقادیر، القای متقابل بین دو شش‌ضلعی را نتیجه می‌دهد. شکل (۴) نشان‌دهنده موقعیت و مختصات نقاط مختلف دو شش‌ضلعی که فاصله مشخصی از هم دارند را نشان می‌دهد. برای رئوس شش‌ضلعی‌های موازی، مختصات رئوس توسط توکلی و همکاران [۳۶] آورده شده‌است که مختصات راس m ام و راس k ام شش‌ضلعی‌های پایینی و بالایی طبق روابط (۱۰-الف) و (۱۰-ب) به شرح زیر است. همانطور که مشاهده می‌شود، دو راس انتخاب شده باید پشت سر هم باشند تا تقاطع رئوس اضلاع شش‌ضلعی را تشکیل دهند. راس $(m+1)$ ام و $(k+1)$ ام نیز به همین صورت به‌دست می‌آید. برای شش‌ضلعی پائینی رابطه‌های (۱۰-الف) و (۱۰-ب) را به ترتیب زیر خواهیم داشت:

$$P_m^{base} = \left(r_i \cos \frac{m\pi}{3}, r_i \sin \frac{m\pi}{3}, 0 \right) \quad (۱۰-الف)$$

$$P_k^{top} = \left(r_j \cos \frac{k\pi}{3}, r_j \sin \frac{k\pi}{3}, h \right) \quad (۱۰-ب)$$

و z هر خط، پارامترهای $d\vec{l}_1$ و $d\vec{l}_2$ و ضرب داخلی این دو را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد.

$$d\vec{l}_1 = dx_1 \hat{i} + dy_1 \hat{j} + dz_1 \hat{k} \\ = dx_1 \hat{i} + \left(\frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1} \right) dx_1 \hat{j} \\ + \left(\frac{b_3 - a_3}{b_1 - a_1} \right) dx_1 \hat{k} \quad (۴)$$

$$d\vec{l}_2 = dx_2 \hat{i} + dy_2 \hat{j} + dz_2 \hat{k} \\ = dx_2 \hat{i} + \left(\frac{d_2 - c_2}{d_1 - c_1} \right) dx_2 \hat{j} \\ + \left(\frac{d_3 - c_3}{d_1 - c_1} \right) dx_2 \hat{k} \quad (۵)$$

$$d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2 \\ = \left(1 + \left(\frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1} \right) \left(\frac{d_2 - c_2}{d_1 - c_1} \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{b_3 - a_3}{b_1 - a_1} \right) \left(\frac{d_3 - c_3}{d_1 - c_1} \right) \right) dx_1 dx_2 \quad (۶)$$

با به‌دست آوردن فاصله بین دو المان R در رابطه (۷)، سرانجام، با حل انتگرال نشان داده شده در رابطه (۸)، می‌توان القای متقابل بین دو خط دلخواه در فضا را به‌دست آورد. رابطه‌های بالا در رابطه (۱) جایگذاری شده‌اند.

$$R = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (۷)$$

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} *$$

$$\int_{c_1}^{d_1} \int_{a_1}^{b_1} \frac{\left(1 + \left(\frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1} \right) \left(\frac{d_2 - c_2}{d_1 - c_1} \right) + \left(\frac{b_3 - a_3}{b_1 - a_1} \right) \left(\frac{d_3 - c_3}{d_1 - c_1} \right) \right)}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}} dx_1 dx_2 \quad (۸)$$

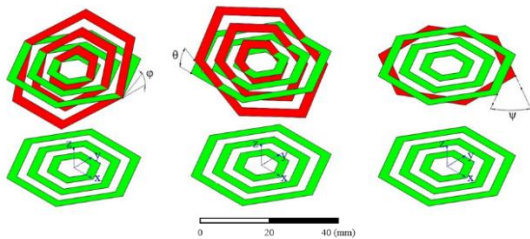
نکته اینکه z_1 ، y_1 ، z_2 و y_2 از معادله هر خط به‌دست می‌آیند و در رابطه (۸) جایگذاری می‌شوند.

۴.۲.۳ ماتریس‌های دوران

در این مقاله، القای متقابل بین دو شش‌ضلعی و دو هشت‌ضلعی با موقعیت دلخواه نسبت به هم در فضا محاسبه می‌شود. برای این منظور، سیم‌پیچ انتقال‌دهنده به‌صورت ثابت، و سیم‌پیچ گیرنده جریان با زاویه دلخواه نسبت به سیم‌پیچ انتقال‌دهنده در هر سه جهت و با فاصله مشخص از آن قرار می‌گیرد. در جبر خطی، برای یافتن مختصات نقاط دوران یافته از ماتریس دوران استفاده می‌شود.

در این روش لازم است ضرب ماتریس مختصات یک نقطه در ماتریس دوران محاسبه شود تا مختصات نقطه دوران یافته پیدا شود. در سه بعد، دوران را می‌توان در سه محور انجام داد. ماتریس دوران عمومی حول تمام محورها با ضرب سه ماتریس حول همه جهات

ام نیز به همین صورت قابل استخراج است. این نقاط با استفاده از ضرب ماتریسی نقاط در ماتریس دوران حول هر سه محور به دست آمده‌اند. لازم به ذکر است که شکل (۵)، دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی را در ۳ حالت مختلف نشان می‌دهد که در هر حالت زاویه دوران مشخصی حول یک محور مشخص نشان داده شده‌است. البته مدل ارائه شده در این مقاله می‌تواند دوران همزمان حول سه محور را نیز محاسبه کند.



شکل ۵- حالات مختلف شش‌ضلعی بالایی پس از دوران حول هر محور.

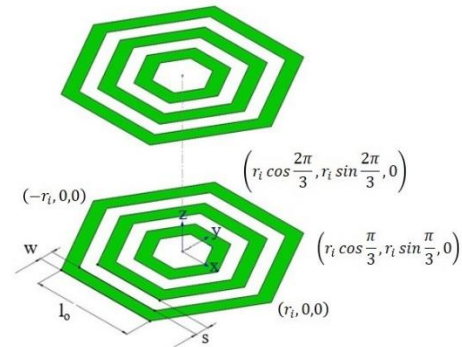
Fig. 5. Different states of the upper coil after rotation around each axis.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_k^{top} = r_j \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) \cos\psi \cos\theta \\ + r_j \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right) (\cos\psi \sin\theta \sin\phi - \sin\psi \cos\phi) \\ + h(\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi) \\ y_k^{top} = r_j \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) \sin\psi \cos\theta \\ + r_j \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right) (\sin\psi \sin\theta \sin\phi + \cos\psi \cos\phi) \\ + h(\sin\psi \sin\theta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi) \\ z_k^{top} = -r_j \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) \sin\theta + r_j \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right) \cos\theta \sin\phi \\ + h \cos\theta \cos\phi \end{array} \right. \quad (13)$$

از آنجا که مختصات رأس شش‌ضلعی‌ها به دست آمده است، معادلات اضلاع شش‌ضلعی‌ها را می‌توان همانند آنچه در بخش ۲-۲ گفته شد، به دست آورد. بردارهای جهت اضلاع، بین رأس‌های متوالی به صورت زیر به دست می‌آیند که رابطه (۱۴) بردار جهت شش‌ضلعی پائینی و رابطه‌های (۱۵- الف) تا (۱۵- پ) مولفه‌های بردار جهت شش‌ضلعی فوقانی است.

$$\begin{aligned} \vec{u}_{base} &= \left(r_i \left(\cos\left(\frac{(m+1)\pi}{3}\right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \cos\left(\frac{m\pi}{3}\right) \right), r_i \left(\sin\left(\frac{(m+1)\pi}{3}\right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sin\left(\frac{m\pi}{3}\right) \right), 0 \right) \end{aligned} \quad (14)$$

r_i و r_j شعاع دایره‌های محیطی از شش‌ضلعی‌های پائینی و بالایی هستند. شعاع هر دور از شش‌ضلعی‌ها از داخل به بیرون افزایش تدریجی دارد. شعاع شش‌ضلعی دور i ام از سیم‌پیچ پائینی و دور j ام از سیم‌پیچ بالایی، طبق رابطه (۱۱) و (۱۲) مدل‌سازی می‌شود:



شکل ۴- مختصات رئوس اضلاع شش‌ضلعی در حالت موازی با فاصله عمودی مشخص از هم.

Fig. 4. Coordinates of the vertices of a hexagon.

$$r_i = \frac{l_{oi}}{2 \sin\frac{\pi}{6}} - \frac{i(w_i + s_i)}{\cos\frac{\pi}{6}} \quad (11)$$

$$r_j = \frac{l_{oj}}{2 \sin\frac{\pi}{6}} - \frac{j(w_j + s_j)}{\cos\frac{\pi}{6}} \quad (12)$$

طول طولانی‌ترین (بیرونی‌ترین) سیم‌پیچ است، l_0 به طوری که ارتفاع h طول فاصله بین دو دور متوالی و s و w عرض سیم شش‌ضلعی بالایی از پائینی است. در این مقاله، مکان شش‌ضلعی بالایی نسبت به شش‌ضلعی پائینی سنجیده می‌شود. از این رو، شش‌ضلعی پائینی ثابت می‌باشد و شش‌ضلعی بالایی نسبت به شش‌ضلعی پائینی در هر جهت دلخواهی می‌تواند دوران داشته باشد. تنها محدودیت برای این مدل توسعه یافته این است که خط بین مراکز هر دو شش‌ضلعی باید عمود بر صفحه شش‌ضلعی پائینی باشد. مختصات رئوس شش‌ضلعی فوقانی که به طور موازی با شش‌ضلعی پائینی بود، در رابطه (۱۰- ب) نشان داده شد؛ اما در این مقاله فرض بر این است که شش‌ضلعی فوقانی در حالت غیرموازی و زاویه دلخواه با شش‌ضلعی پائینی قرار داشته باشد. با استفاده از زوایای اوپلر (ماتریس را برای Z و λ های دوران)، چرخش‌های احتمالی به دور سه محور کنیم. برای به دست آوردن مختصات رئوس شش‌ضلعی بالایی مدل می‌توان از ماتریس دوران کلی در رابطه (۹) استفاده بعد از دوران نیز، می‌ام شش‌ضلعی بالایی بعد از دوران k کرد. بنابراین، مختصات راس $(k+1)$ حول هر سه محور طبق رابطه (۱۳) به دست می‌آید. راس

$$y_{base} = \left(-\cot\left(\frac{(2m+1)\pi}{6}\right) \right) \left(x_{base} - r_i \cos\frac{m\pi}{3} + r_i \sin\frac{m\pi}{3} \right) \quad (۱۷)$$

در نتیجه دیفرانسیل بین ضلع راس m ام و راس $(m+1)$ ام شش ضلعی پائینی از رابطه (۱۸) به دست می‌آید.

$$d\vec{l}_{base} = dx_{base}\hat{i} + \left(-\cot\left(\frac{(2m+1)\pi}{6}\right) \right) dx_{base}\hat{j} \quad (۱۸)$$

به همین صورت برای شش ضلعی بالایی نیز با توجه به روابط بالا خواهیم داشت:

$$\frac{x_{top} - x_k^{top}}{x\vec{u}_{top}} = \frac{y_{top} - y_k^{top}}{y\vec{u}_{top}} = \frac{z_{top} - z_k^{top}}{z\vec{u}_{top}} \quad (۱۹)$$

همانند شش ضلعی پائینی، برای شش ضلعی بالایی نیز لازم است که x_{top} و y_{top} و z_{top} برحسب x_{top} محاسبه شود. در نتیجه پس از محاسبه y_{top} و z_{top} ، دیفرانسیل بین ضلع راس k ام و راس $(k+1)$ ام شش ضلعی بالایی از رابطه (۲۰-الف) تا (۲۰-پ) به دست می‌آید.

$$d\vec{l}_{top} = dx_{top}\hat{i} + dy_{top}\hat{j} + dz_{top}\hat{k} \quad (۲۰-الف)$$

$$dy_{top}\hat{j} = (\alpha/\beta) dx_{top}\hat{j} \quad (۲۰-ب)$$

$$dz_{top}\hat{k} = (\gamma/\delta) dx_{top}\hat{k} \quad (۲۰-پ)$$

$$\alpha = \left(r_j \cos\left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) (\cos\psi \sin\theta \sin\phi - \sin\psi \cos\phi) + r_j \sin\left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) (\sin\psi \sin\theta \sin\phi + \cos\psi \cos\phi) \right) \quad (۲۰-ت)$$

$$- \left(r_j \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) (\cos\psi \sin\theta \sin\phi - \sin\psi \cos\phi) + r_j \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right) (\sin\psi \sin\theta \sin\phi + \cos\psi \cos\phi) \right)$$

$$x\vec{u}_{top} = \left(r_j \cos\left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \cos\psi \cos\theta + r_j \sin\left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) (\cos\psi \sin\theta \sin\phi - \sin\psi \cos\phi) + h(\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi) \right) \quad (۱۵-الف)$$

$$- \left(r_j \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) \cos\psi \cos\theta + r_j \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right) (\cos\psi \sin\theta \sin\phi - \sin\psi \cos\phi) + h(\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi) \right)$$

$$y\vec{u}_{top} = \left(r_j \cos\left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \sin\psi \cos\theta + r_j \sin\left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) (\sin\psi \sin\theta \sin\phi + \cos\psi \cos\phi) + h(\sin\psi \sin\theta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi) \right) \quad (۱۵-ب)$$

$$- \left(r_j \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) \sin\psi \cos\theta + r_j \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right) (\sin\psi \sin\theta \sin\phi + \cos\psi \cos\phi) + h(\sin\psi \sin\theta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi) \right)$$

$$z\vec{u}_{top} = \left(-r_j \cos\left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \sin\theta + r_j \sin\left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \cos\theta \sin\phi + h \cos\theta \cos\phi \right) \quad (۱۵-پ)$$

$$- \left(-r_j \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) \sin\theta + r_j \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right) \cos\theta \sin\phi + h \cos\theta \cos\phi \right) \\ = \frac{x_{base} - r_i \cos\frac{m\pi}{3}}{r_i \left(\cos\frac{(m+1)\pi}{3} - \cos\frac{m\pi}{3} \right)}, z_{base} = 0$$

برای محاسبه القای متقابل، لازم است که y_{base} بر حسب x_{base} محاسبه شود. مختصات z شش ضلعی پائینی نیز صفر است. بنابراین طبق رابطه (۱۷) داریم:

$$\zeta = 1 - \left(\frac{\varepsilon - \tau}{\mu}\right) \left(\cot \frac{(2m+1)\pi}{6}\right) \quad (۲۳-الف)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \left(\cos \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) (\cos \psi \sin \theta \sin \phi \right. \\ &\quad \left. - \sin \psi \cos \phi) \right. \\ &\quad \left. + \sin \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) (\sin \psi \sin \theta \sin \phi \right. \\ &\quad \left. + \cos \psi \cos \phi) \right) \end{aligned} \quad (۲۳-ب)$$

$$\begin{aligned} \tau &= \left(\cos \left(\frac{k\pi}{3}\right) (\cos \psi \sin \theta \sin \phi \right. \\ &\quad \left. - \sin \psi \cos \phi) \right. \\ &\quad \left. + \sin \left(\frac{k\pi}{3}\right) (\sin \psi \sin \theta \sin \phi \right. \\ &\quad \left. + \cos \psi \cos \phi) \right) \end{aligned} \quad (۲۳-پ)$$

$$\begin{aligned} \mu &= \left(\cos \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \cos \psi \cos \theta \right. \\ &\quad \left. + \sin \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \sin \psi \cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - \left(\cos \left(\frac{k\pi}{3}\right) \cos \psi \cos \theta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sin \left(\frac{k\pi}{3}\right) \sin \psi \cos \theta) \right) \end{aligned} \quad (۲۳-ت)$$

$$\begin{aligned} \chi &= r_j \cos \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \cos \psi \cos \theta \\ &\quad + r_j \sin \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) (\cos \psi \sin \theta \sin \phi \\ &\quad - \sin \psi \cos \phi) \\ &\quad + h(\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) \end{aligned} \quad (۲۳-ث)$$

$$\begin{aligned} \kappa &= r_j \cos \left(\frac{k\pi}{3}\right) \cos \psi \cos \theta \\ &\quad + r_j \sin \left(\frac{k\pi}{3}\right) (\cos \psi \sin \theta \sin \phi \\ &\quad - \sin \psi \cos \phi) \\ &\quad + h(\cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ &\quad + \sin \psi \sin \phi) \end{aligned} \quad (۲۳-ج)$$

۲.۴.۲ القای متقابل بین دو سیم پیچ هشت ضلعی

همانند بخش ۲-۴-۱، که القای متقابل را برای دو سیم پیچ شش ضلعی با زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به هم تشریح شد، در

$$\begin{aligned} \beta &= \left(r_j \cos \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \cos \psi \cos \theta \right. \\ &\quad \left. + r_j \sin \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \sin \psi \cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - \left(r_j \cos \left(\frac{k\pi}{3}\right) \cos \psi \cos \theta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + r_j \sin \left(\frac{k\pi}{3}\right) \sin \psi \cos \theta) \right) \end{aligned} \quad (۲۰-ث)$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \left(r_j \cos \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) (\cos \psi \sin \theta \cos \phi \right. \\ &\quad \left. + \sin \psi \sin \phi) \right. \\ &\quad \left. + r_j \sin \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) (\sin \psi \sin \theta \cos \phi \right. \\ &\quad \left. - \cos \psi \sin \phi) \right) \\ &\quad - \left(r_j \cos \left(\frac{k\pi}{3}\right) (\cos \psi \sin \theta \cos \phi \right. \\ &\quad \left. + \sin \psi \sin \phi) \right. \\ &\quad \left. + r_j \sin \left(\frac{k\pi}{3}\right) (\sin \psi \sin \theta \cos \phi \right. \\ &\quad \left. - \cos \psi \sin \phi) \right) \end{aligned} \quad (۲۰-ج)$$

$$\begin{aligned} \delta &= \left(r_j \cos \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \cos \psi \cos \theta \right. \\ &\quad \left. + r_j \sin \left(\frac{(k+1)\pi}{3}\right) \sin \psi \cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - \left(r_j \cos \left(\frac{k\pi}{3}\right) \cos \psi \cos \theta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + r_j \sin \left(\frac{k\pi}{3}\right) \sin \psi \cos \theta) \right) \end{aligned} \quad (۲۰-چ)$$

سرانجام، حاصلضرب نقطه‌ای و فاصله بین دو دیفرانسیل (R) را حساب کرده و معادله (۲۱) را در (۱) قرار می‌دهیم تا در رابطه (۲۲) القای متقابل برای دو شش ضلعی با زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به هم در فضا را داشته باشیم.

$$R = \sqrt{(x_{base} - x_{top})^2 + (y_{base} - y_{top})^2 + (z_{base} - z_{top})^2} \quad (۲۱)$$

$$M = \frac{\mu_0 \zeta}{4\pi} \int_{\kappa}^{\chi} \int_{r_i \cos \frac{m\pi}{3}}^{r_i \cos \frac{(m+1)\pi}{3}} \frac{dx_{base} \cdot dx_{top}}{R} \quad (۲۲)$$

$$\begin{aligned} \omega &= r_j \cos\left(\frac{(k+1)\pi}{4}\right) \cos\psi \cos\theta \\ &+ r_j \sin\left(\frac{(k+1)\pi}{4}\right) (\cos\psi \sin\theta \sin\phi \\ &- \sin\psi \cos\phi) \quad (25-ث) \\ &+ h(\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= r_j \cos\left(\frac{k\pi}{4}\right) \cos\psi \cos\theta \\ &+ r_j \sin\left(\frac{k\pi}{4}\right) (\cos\psi \sin\theta \sin\phi \\ &- \sin\psi \cos\phi) \quad (25-ج) \\ &+ h(\cos\psi \sin\theta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi) \end{aligned}$$

۳. راستی‌آزمایی و نتایج

با توجه به اینکه القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو هشت‌ضلعی با زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به هم در این مقاله استخراج شده‌است، لذا در این بخش به بررسی نتایج و مقادیر به‌دست آمده از طریق محاسبات بخش ۲ می‌پردازیم. در بخش ۱-۳ نتایج القای متقابل برای دو حلقه شش‌ضلعی که به صورت موازی قرار گرفته‌اند، بررسی شده‌است و مقادیر به‌دست آمده با نتایج مقالات دیگر مقایسه شده‌است. در بخش ۲-۳ به بررسی القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو هشت‌ضلعی با زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به هم پرداخته شده‌است. چندضلعی‌های مدل‌سازی شده توسط نرم‌افزار انسیس مکسول نیز شبیه‌سازی شده‌اند. همچنین در ادامه این بخش، نتایج مدل‌سازی انجام شده با نتایج نرم‌افزار انسیس مکسول مقایسه شده‌است.

۳.۱ راستی‌آزمایی مقادیر القای متقابل برای دو حلقه شش‌ضلعی موازی

باتوجه به رابطه ارائه شده توسط گروور [۱۵] برای القای متقابل بین دو حلقه شش‌ضلعی موازی، مقایسه نتایج روش ارائه شده با نتایج به‌دست آمده از رابطه گروور مابین دو حلقه شش‌ضلعی مشابه با اندازه ضلع ۱۰ سانتی‌متر در شکل (۶) نشان داده شده‌است. القای متقابل در فواصل ۱ تا ۱۰ سانتی‌متری به صورت نمودار نشان داده شده‌است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، نتایج به‌دست آمده، کاملاً منطبق با نتایج ارائه شده توسط گروور می‌باشد.

این قسمت همان روش استفاده شده در بخش ۲-۴-۱ برای دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی به کار برده شده‌است. در این بخش تنها رابطه نهایی القای متقابل برای دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی با زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به هم بیان شده‌است. روش محاسبه القای متقابل نیز دقیقاً همانند بخش ۲-۴-۱ خواهد بود و به همین دلیل از تکرار روابط مشابه در اینجا صرف‌نظر شده‌است. بنابراین، رابطه (۲۴) را برای القای متقابل بین دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی با زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به هم می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$M = \frac{\mu_0 \zeta}{4\pi} \int_{\dot{\gamma}}^{\omega} \int_{r_i \cos\frac{m\pi}{4}}^{r_i \cos\frac{(m+1)\pi}{4}} \frac{dx_{base} \cdot dx_{top}}{R} \quad (24)$$

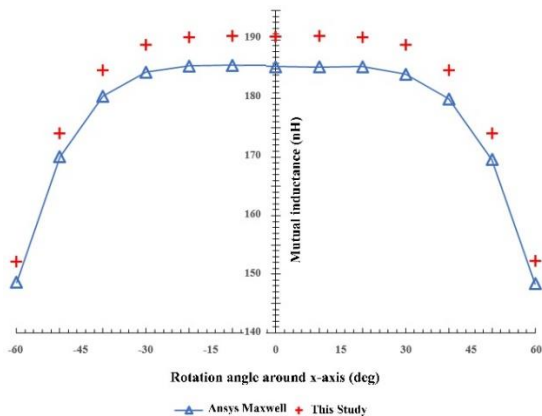
$$\zeta = 1 - \left(\frac{\varepsilon - \tau}{\mu}\right) \left(\cot\frac{(2m+1)\pi}{8}\right) \quad (25-الف)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \left(\cos\left(\frac{(k+1)\pi}{4}\right) (\cos\psi \sin\theta \sin\phi \right. \\ &- \sin\psi \cos\phi) \\ &+ \sin\left(\frac{(k+1)\pi}{4}\right) (\sin\psi \sin\theta \sin\phi \\ &+ \cos\psi \cos\phi) \left. \right) \quad (25-ب) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau &= \left(\cos\left(\frac{k\pi}{4}\right) (\cos\psi \sin\theta \sin\phi \right. \\ &- \sin\psi \cos\phi) \\ &+ \sin\left(\frac{k\pi}{4}\right) (\sin\psi \sin\theta \sin\phi \\ &+ \cos\psi \cos\phi) \left. \right) \quad (25-پ) \end{aligned}$$

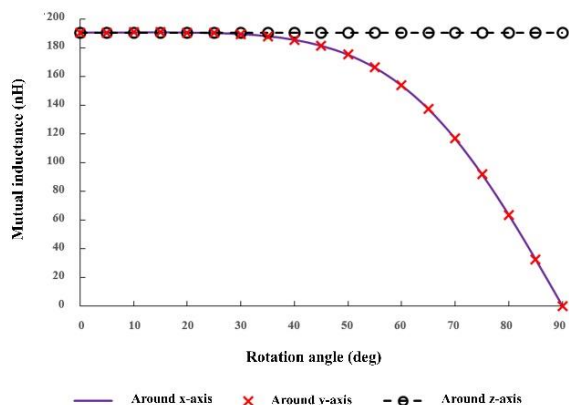
$$\begin{aligned} \mu &= \left(\cos\left(\frac{(k+1)\pi}{4}\right) \cos\psi \cos\theta \right. \\ &+ \sin\left(\frac{(k+1)\pi}{4}\right) \sin\psi \cos\theta) \\ &- \left(\cos\left(\frac{k\pi}{4}\right) \cos\psi \cos\theta \right. \\ &+ \sin\left(\frac{k\pi}{4}\right) \sin\psi \cos\theta) \quad (25-ت) \end{aligned}$$

همچنین زاویه دوران حول محور x تغییر می‌یابد. همان‌طور که در شکل مشخص است، نتایج به‌دست آمده با خطای قابل قبولی، بسیار نزدیک به همدیگر هستند. در شکل (۸) تأثیر دوران سیم‌پیچ بالایی حول سه محور مختلف بر روی القای متقابل مابین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی مشابه که مشخصات هندسی آن‌ها مطابق با حالت دوم جدول (۱) است، نشان داده شده‌است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود تأثیر دوران سیم‌پیچ بالایی حول محورهای x و y بر روی القای متقابل مشابه همدیگر بوده و در هر دو حالت با افزایش زاویه دوران از صفر تا ۹۰ درجه مقدار القای متقابل کاهش پیدا می‌کند. اما در مورد دوران حول محور z نتایج متفاوت است و دوران حول این محور تأثیر محسوسی بر روی مقدار القای متقابل ندارد.



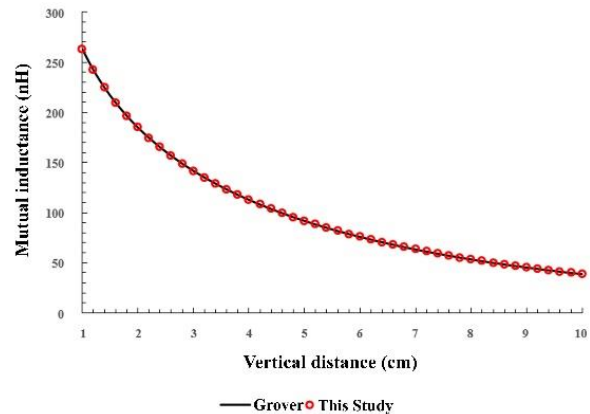
شکل ۷- مقایسه مقادیر القای متقابل روش ارائه شده در این مقاله با مقادیر حاصل از شبیه‌سازی مابین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی با ناهمترایی‌های زاویه‌ای حول محور x .

Fig. 7. Comparison of mutual inductance values of the method presented in this article with values obtained from simulation between two hexagonal coils with angular misalignments around the x -axis.



شکل ۸- تأثیر دوران حول سه محور مختلف بر روی القای متقابل مابین دو سیم‌پیچ مسطح شش‌ضلعی با ناهمترایی‌های زاویه‌ای حول سه محور.

Fig. 8. Effect of rotation angles around three axes on mutual induction between two hexagonal flat coils.



شکل ۶- مقایسه نتایج روش ارائه شده با نتایج حاصل از فرمول گروور برای محاسبه القای متقابل مابین دو حلقه شش‌ضلعی با اندازه طول ضلع ۱۰ سانتی‌متر

Fig. 6. Comparison of the results of the presented method with the results of Grover's formula for calculating mutual induction between two hexagonal rings with a side length of 10 cm.

۲.۳ راستی‌آزمایی و بررسی القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو هشت‌ضلعی با زاویه قرارگیری دلخواه نسبت به هم

با توجه به بخش ۲-۴-۱ و ۲-۴-۲ و روابط به‌دست آمده (۲۲) و (۲۴)، در این بخش مقادیر به‌دست آمده برای القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی با عرض سیم‌پیچ ۰/۲۵ سانتی‌متر، ضخامت سیم‌پیچ (th) ۳۵ میکرومتر، فاصله بین دورهای سیم‌پیچ ۰/۲۵ سانتی‌متر، تعداد دور (N) ۷ و اندازه ضلع بیرونی متفاوت، تحت زوایای دورانی مختلف حول هر سه محور و با فاصله عمودی مختلف با نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده در نرم‌افزار انسیس مکسول، مقایسه شده‌است.

جدول (۱) و جدول (۲) به ترتیب مقادیر القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی تحت زوایای دورانی مختلف را نشان می‌دهند. در این جداول (M_C) و (M_S) به ترتیب مقدار القای متقابل به‌دست آمده از روش ارائه شده در این مقاله و روش شبیه‌سازی و (n_S) تعداد اضلاع سیم‌پیچ را نشان می‌دهند. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که خطای نتایج مدل‌سازی انجام شده در این مقاله حداکثر ۳/۱۳ درصد است. با توجه به این نکته، می‌توان نتیجه گرفت که مدل‌سازی انجام شده با دقت بسیار بالایی و با روشی ساده، القای متقابل بین دو سیم‌پیچ را محاسبه می‌کند.

در شکل (۷) مقادیر القای متقابل به‌دست آمده از شبیه‌سازی به همراه مقادیر به‌دست آمده از روش ارائه شده در این مقاله برای یک شش‌ضلعی برای تغییرات ϕ نشان داده شده‌است. در این شکل، زوایای دوران حول محور y و z ثابت و به ترتیب برابر ۱۰- و ۱۰ درجه و فاصله عمودی بین دو سیم‌پیچ برابر ۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شده‌اند و

جدول ۱- مقادیر القای متقابل بین دو سیم‌پیچ شش ضلعی تحت زوایای دورانی و فواصل عمودی مختلف.

Table 1. Mutual induction values between two hexagonal coils under different rotation angles and vertical distances.

	w (cm)	th (μm)	s (cm)	N	n_s	h (cm)	l_o (cm)	ϕ°	θ°	ψ°	M_c (nH)	M_s (nH)	Error (%)
Case 1	0.25	35	10	10	10	78.3	2	6	7	0.025	3.13	792.51	817.32
Case 2	0.25	35	45	45	45	78.3	5	6	7	0.025	0.63	152.62	153.58
Case 3	0.25	35	60	0	10	78.3	2	6	7	0.025	2.29	788.8	806.9
Case 4	0.25	35	45	20	30	78.3	3	6	7	0.025	2.25	498.59	509.83
Case 5	0.25	35	20	30	45	78.3	4	6	7	0.025	1.94	281.79	287.27
Case 6	0.25	35	0	0	0	78.3	4	6	7	0.025	2.84	283.95	292.03
Case 7	0.25	35	0	0	90	78.3	5	6	7	0.025	-	0.76	0

جدول ۲- مقادیر القای متقابل بین دو سیم‌پیچ هشت ضلعی تحت زوایای دورانی و فواصل عمودی مختلف.

Table 2. Mutual induction values between two octagonal coils under different rotation angles and vertical distances.

	w (cm)	th (μm)	s (cm)	N	n_s	h (cm)	l_o (cm)	ϕ°	θ°	ψ°	M_c (nH)	M_s (nH)	Error (%)
Case 1	0.25	35	0.025	7	8	2	2.71	10	10	10	775.47	763.82	1.52
Case 2	0.25	35	0.025	7	8	5	2.71	45	45	45	140.58	141.29	0.5
Case 3	0.25	35	0.025	7	8	2	2.71	10	0	60	765.47	759.38	0.8
Case 4	0.25	35	0.025	7	8	3	2.71	30	20	45	477.09	474.18	0.61
Case 5	0.25	35	0.025	7	8	4	2.71	45	30	20	264.81	262.78	0.77
Case 6	0.25	35	0.025	7	8	4	2.71	0	0	0	272.39	269.52	1.03
Case 7	0.25	35	0.025	7	8	5	2.71	90	0	0	0	0.41	-

فضای بین دو سیم‌پیچ دارای بیشترین مقادیر است و هرچه از سیم‌پیچ‌ها فاصله می‌گیریم، مقدار آن کاهش می‌یابد.

۴ نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک روش حل تحلیلی بر اساس روش القای جزئی برای محاسبه القای متقابل ما بین دو سیم‌پیچ شش‌ضلعی و دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی با زاویه قرارگیری و فاصله عمودی دلخواه نسبت به یکدیگر ارائه شد. نتایج حاصل از روش ارائه شده با نتایج حاصل از شبیه‌سازی رایانه‌ای به کمک نرم‌افزار انسیس مکسول و همینطور با مقالات دیگر مقایسه و صحت‌سنجی شد. این مقایسه نشان داد، نتایج روش ارائه شده با نتایج شبیه‌سازی با دقت بالایی مطابقت دارد. با توجه به اینکه در کارهای پیشین بیشتر محاسبه القای متقابل ما بین سیم‌پیچ‌های مسطح چهارضلعی و دایره‌ای مورد توجه بوده است؛ روش ارائه شده می‌تواند در محاسبات مربوط به القای متقابل در سیم‌پیچ‌های مسطح شش و هشت‌ضلعی مورد استفاده قرار گیرد. همچنین این روش نسبت به شبیه‌سازی رایانه‌ای روشی ساده و سریع است. از روش ارائه شده در این مقاله می‌توان برای محاسبات سریع و دقیق در سیستم‌های الکترومغناطیسی هوآبرد برای تهیه نقشه‌های هدایت الکتریکی نزدیک سطح زمین در مقیاس ناحیه‌ای و همچنین هنگامی که حمل‌ونقل زمینی در منطقه مورد مطالعه ممکن نباشد، استفاده شود. در روش ارائه شده یکی از سیم‌پیچ‌ها نسبت به دیگری می‌تواند زاویه قرارگیری و فاصله عمودی دلخواه داشته باشد؛ البته همچنان محدودیت هم مرکز بودن دو سیم‌پیچ وجود دارد. از آنجایی که از سیم‌پیچ‌هایی با موقعیت قرارگیری دلخواه نسبت به هم، در بسیاری از کاربردها مانند تجهیزات پزشکی، صنایع فضایی و هوایی، شارژرهای بی‌سیم تلفن همراه، وسایل نقلیه الکتریکی و غیره، می‌توان استفاده‌های بسیار کرد، در نتیجه، بررسی و توسعه این روش برای سیم‌پیچ‌های غیر هم‌مرکز و با محل قرارگیری دلخواه نسبت به یکدیگر می‌تواند در کارهای آینده مورد توجه قرار گیرد.

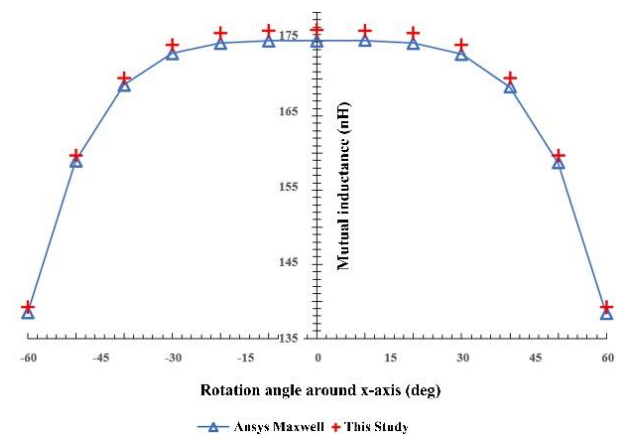
تعارض منافع

هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

مراجع

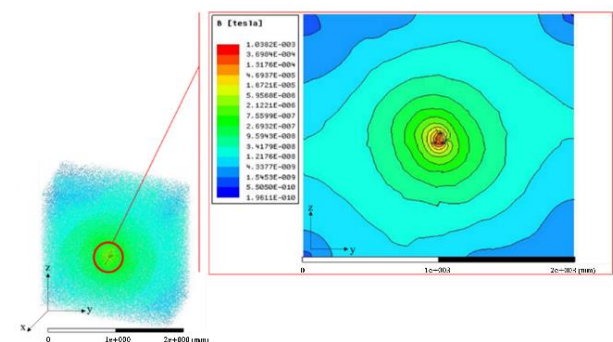
- [1] A. O. Mirzaei, M. Asadi, H. Ghanbarpour, A. M. Abazari, and H. Tavakkoli, "Mutual inductance calculations of non-identical n-sided planar coils with arbitrary geometry and spatial orientations," *European Physical Journal Plus*, vol. 138, no. 9, 2023, Art. no. 869, <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-023-04493-1>.

در شکل (۹) نیز مقادیر القای متقابل به‌دست آمده از شبیه‌سازی به همراه مقادیر به‌دست آمده از روش ارائه شده در این مقاله برای یک هشت‌ضلعی برای تغییرات ϕ نشان داده شده‌است. همانند شکل (۷)، زوایای دوران حول محور Y و Z ثابت و فاصله عمودی بین سیم‌پیچ‌ها نیز ثابت در نظر گرفته شده‌است. شکل (۱۰) چگالی شار مغناطیسی در محیط سه بعدی در اطراف سیم‌پیچ‌ها و چگالی شار مغناطیسی تصویر شده بر روی صفحه YZ را نشان می‌دهد. همانطور که انتظار می‌رود چگالی شار مغناطیسی در فضای بین دو سیم‌پیچ دارای بیشترین مقادیر است و هرچه از سیم‌پیچ‌ها فاصله می‌گیریم، مقدار آن کاهش می‌یابد.



شکل ۹- مقایسه مقادیر القای متقابل روش ارائه شده در این مقاله با مقادیر حاصل از شبیه‌سازی مابین دو سیم‌پیچ هشت‌ضلعی با ناهمترازی‌های زاویه‌ای حول محور.

Fig. 9. Comparison of mutual inductance values of the method presented in this article with the values obtained from simulation between two octagonal coils with angular misalignments around the x-axis.



شکل ۱۰- چگالی شار مغناطیسی در محیط اطراف سیم‌پیچ‌ها.

Fig. 10. Magnetic flux density around the wire loops.

شکل (۱۰) چگالی شار مغناطیسی در محیط سه بعدی در اطراف سیم‌پیچ‌ها و چگالی شار مغناطیسی تصویر شده بر روی صفحه YZ را نشان می‌دهد. همانطور که انتظار می‌رود چگالی شار مغناطیسی در

- junction," *International Journal of Modern Physics C*, vol. 32, no. 01, 2021, Art. no. 2150001, <https://doi.org/10.1142/S0129183121500017>.
- [12] G. Pan and L. Wang, "Swallowable wireless capsule endoscopy: progress and technical challenges," *Gastroenterology Research and Practice* vol. 2012, no. 1, 2011, Art. no. 841691, pp. 1–9, 2012, <https://doi.org/10.1155/2012/841691>.
- [13] J. P. Fernández, B. Barrowes, K. O'Neill, I. Shamatava, and F. Shubitidze, "Toward a real-time positioning system for a portable EMI Sensor," in *SPIE 8709, Detection and Sensing of Mines, Explosive Objects, and Obscured Targets XVIII*, Baltimore, Maryland, United States, 2013, Paper 870902, <https://doi.org/10.1117/12.2016245>.
- [14] D. Ban, D. Zarko, and I. Mandic, "Turbogenerator end winding leakage inductance calculation using a 3-D analytical approach based on the solution of Neumann integrals," in *International Electric Machines and Drives Conference*, Madison, WI, USA, 2003, pp. 1576-1582, vol. 3, <https://doi.org/10.1109/IEMDC.2003.1210661>.
- [15] F. W. Grover, *Inductance Calculations*, New York: Company D. Van Nostrand, Van Nostrand Company, 1946.
- [16] S. Raju, R. Wu, M. Chan, and C. P. Yue, "Modeling of mutual coupling between planar inductors in wireless power applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 1, pp. 481–490, 2014, <https://doi.org/10.1109/TPEL.2013.2253334>.
- [17] Y. Cheng and Y. Shu, "A new analytical calculation of the mutual inductance of the coaxial spiral rectangular coils," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 4, pp. 1–6, 2014, Art. no. 7026806, <https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2290972>.
- [18] H. Greenhouse, "Design of planar rectangular microelectronic inductors," *IEEE Transactions on Parts, Hybrids, and Packaging*, vol. 10, no. 2, pp. 101–109, 1974, <https://doi.org/10.1109/TPHP.1974.1134841>.
- [19] C. L. W. Sonntag, E. A. Lomonova, and J. L. Duarte, "Implementation of the Neumann formula for calculating the mutual inductance between planar PCB inductors," in *18th International Conference on Electrical Machines*, Vilamoura, Portugal, 2008, pp. 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICELMACH.2008.4799978>.
- [20] J. Acero, C. Carretero, I. Lope, R. Alonso, O. Lucia, and J. M. Burdío, "Analysis of the mutual inductance of planar-lumped inductive power transfer systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 1, pp. 410–420, 2013, <https://doi.org/10.1109/TIE.2011.2164772>.
- [21] O. Akar, T. Akin, and K. Najafi, "A wireless batch sealed absolute capacitive pressure sensor," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 95, no. 1, [2] M. Asadi, R. Ahmadi, and A. M. Abazari, "Footstep-powered floor tile: design and evaluation of an electromagnetic frequency up-converted energy harvesting system enhanced by a cylindrical halfbach array," *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, vol. 60, 2023, Art. no. 103571, <https://doi.org/10.1016/j.seta.2023.103571>.
- [3] G. Chitnis and B. Ziaie, "A ferrofluid-based wireless pressure sensor," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 23, no. 12, 2013, Art. no. 125031, <https://doi.org/10.1088/0960-1317/23/12/125031>.
- [4] D. Marioli, E. Sardini, and M. Serpelloni, "An inductive telemetric measurement system for humidity sensing," *Measurement Science and Technology*, vol. 19, no. 11, 2008, Art. no. 115204, <https://doi.org/10.1088/0957-0233/19/11/115204>.
- [5] M. B. Coskun, K. Thotahewa, Y. S. Ying, M. Yuce, A. Neild, and T. Alan, "Nanoscale displacement sensing using microfabricated variable-inductance planar coils," *Applied Physics Letters*, vol. 103, no. 14, 2013, Art. no. 143501, <https://doi.org/10.1063/1.4823828>.
- [6] R. Matsuzaki and A. Todoroki, "Wireless flexible capacitive sensor based on ultra-flexible epoxy resin for strain measurement of automobile tires," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 140, no. 1, pp. 32–42, 2007, <https://doi.org/10.1016/j.sna.2007.06.014>.
- [7] Q. Tan *et al.*, "A harsh environment-oriented wireless passive temperature sensor realized by LTCC technology," *Sensors*, vol. 14, no. 3, pp. 4154–4166, 2014, <https://doi.org/10.3390/s140304154>.
- [8] A. Hassanvand, A. M. Abazari, R. Moradi, and A. Shafee, "Thermal effects of the nonuniform magnetic force on nanofluid stream along the convergent tube: A computational study," *International Journal of Modern Physics B*, vol. 34, no. 28, 2020, Art. no. 2050264, <https://doi.org/10.1142/S0217979220502641>.
- [9] T. D. Manh, A. M. Abazari, M. Barzegar Gerdroodbary, N. D. Nam, R. Moradi, and H. Babazadeh, "Computational simulation of variable magnetic force on heat characteristics of backward-facing step flow," *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, vol. 144, no. 4, pp. 1585–1596, 2021, <https://doi.org/10.1007/s10973-020-09608-9>.
- [10] Y. M. Chu, R. Moradi, and A. M. Abazari, "Computational investigation of non-uniform magnetic field on thermal characteristic of nanofluid stream inside 180° elbow pipe," *Modern Physics Letters B*, vol. 35, no. 09, 2021, Art. no. 2150157, <https://doi.org/10.1142/S0217984921501578>.
- [11] Y. M. Chu, R. Moradi, A. M. Abazari, and Q. V. Bach, "Effect of nonuniform magnetic field on thermal performance of nanofluid flow in angled

- Electronics and Telecommunications (ISETC)*, Timisoara, Romania, 2018, pp. 1–4, <https://doi.org/10.1109/ISETC.2018.8583925>.
- [31] X. Liu and S. Y. R. Hui, "Equivalent circuit modeling of a multilayer planar winding array structure for use in a universal contactless battery charging platform," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. 1, pp. 21–29, 2007, <https://doi.org/10.1109/TPEL.2006.886655>.
- [32] B. Lee, D. Ahn, and M. Ghovanloo, "Three-phase time-multiplexed planar power transmission to distributed implants," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics (JESTPE)*, vol. 4, no. 1, pp. 263–272, 2016, <https://doi.org/10.1109/JESTPE.2015.2436391>.
- [33] U. M. Jow and M. Ghovanloo, "Geometrical design of a scalable overlapping planar spiral coil array to generate a homogeneous magnetic field," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 6, pp. 2933–2945, 2013, <https://doi.org/10.1109/TMAG.2012.2235181>.
- [34] M. Alizadeh Pahlevani and I. Soltani, "Wireless power transfer in coupled links: coil misalignment model for electric cars," *Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 3, no. 4, pp. 9–18, 2016, (in Persian).
- [35] C. R. Paul, *Inductance: Loop and Partial*, John Wiley & Sons, 2009. <https://doi.org/10.1002/9780470561232>.
- [36] H. Tavakkoli, E. Abbaspour-Sani, A. Khalilzadegan, A. M. Abazari, and G. Rezazadeh, "Mutual inductance calculation between two coaxial planar spiral coils with an arbitrary number of sides," *Microelectronics Journal*, vol. 85, pp. 98–108, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.mejo.2019.01.012>.
- [37] R. Rodriguez, J. Dishman, F. Dickens, and E. Whelan, "Modeling of two-dimensional spiral inductors," *IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology*, vol. 3, no. 4, pp. 535–541, 1980, <https://doi.org/10.1109/TCHMT.1980.1135651>.
- [38] W. A. Roshen and D. E. Turcotte, "Planar inductors on magnetic substrates," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 6, pp. 3213–3216, 1988, <https://doi.org/10.1109/20.92379>.
- [39] Y. P. Su, Xun Liu, and S. Y. R. Hui, "Mutual inductance calculation of movable planar coils on parallel surfaces," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 24, no. 4, pp. 1115–1123, 2009, <https://doi.org/10.1109/TPEL.2008.2009757>, pp. 29–38, 2001, [https://doi.org/10.1016/S0924-4247\(01\)00753-1](https://doi.org/10.1016/S0924-4247(01)00753-1).
- [22] Y. Ji, H. Wang, J. Lin, S. Guan, X. Feng, and S. Li, "The mutual inductance calculation between circular and quadrilateral coils at arbitrary attitudes using a rotation matrix for airborne transient electromagnetic systems," *Journal of Applied Geophysics*, vol. 111, pp. 211–219, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2014.10.003>.
- [23] H. Tavakkoli, E. Abbaspour-Sani, A. Khalilzadegan, G. Rezazadeh, and A. Khoei, "Analytical study of mutual inductance of hexagonal and octagonal spiral planer coils," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 247, pp. 53–64, 2016, <https://doi.org/10.1016/j.sna.2016.04.065>.
- [24] D. C. Jolly, "Identity of the Ampere and Biot-Savart electromagnetic force laws," *Physics Letters A*, vol. 107, no. 5, pp. 231–234, 1985, [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(85\)90589-4](https://doi.org/10.1016/0375-9601(85)90589-4).
- [25] K. B. Kim, E. Levi, Z. Zabar, and L. Birenbaum, "Mutual inductance of noncoaxial circular coils with constant current density," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 5, pp. 4303–4309, 1997, <https://doi.org/10.1109/20.620439>.
- [26] C. Akyel, S. I. Babic, and M. M. Mahmoudi, "Mutual inductance calculation for non-coaxial circular air coils with parallel axes," *Electromagnetics Research*, vol. 91, pp. 287–301, 2009, <https://doi.org/10.2528/PIER09021907>.
- [27] S. Babic, F. Sirois, C. Akyel, and C. Girardi, "Mutual inductance calculation between circular filaments arbitrarily positioned in space: alternative to grover's formula," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 9, pp. 3591–3600, 2010, <https://doi.org/10.1109/TMAG.2010.2047651>.
- [28] W. Dehui, S. Qisheng, W. Xiaohong, and Y. Fan, "Analytical model of mutual coupling between rectangular spiral coils with lateral misalignment for wireless power applications," *IET Power Electronics*, vol. 11, no. 5, pp. 781–786, 2018, <https://doi.org/10.1049/iet-pel.2017.0470>.
- [29] Z. Luo and X. Wei, "Analysis of square and circular planar spiral coils in wireless power transfer system for electric vehicles," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 1, pp. 331–341, 2018, <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2723867>.
- [30] E. Aydin, Y. Kosesoy, E. Yildiriz, and M. Timur Aydemir, "Comparison of hexagonal and square coils for use in wireless charging of electric vehicle battery," in *International Symposium on*