



E-ISSN: 2676-4253

Journal of Technology in Aerospace Engineering

Vol. 9, No. 3, pp. 17-26, 2025

<https://doi.org/10.22034/jtae.2025.9.3.2>

Journal Homepage: <https://jtae.ari.ac.ir>



Original Research Paper

Guidance Algorithm via Numerical Optimization in a Constrained Planar Guidance Problem

Fatemeh Azarniveh¹, Valiollah Ghaffari^{2*}, and Vahid Meygoli³

Faculty of Intelligent Systems Engineering and Data Science, Persian Gulf University, Bushehr, Iran

ARTICLE INFO

Article History:

Received 12 September 2024

Revised 11 October 2024

Accepted 11 November 2024

Available Online 16 November 2024

Keywords:

Guidance law

Line-of-sight angle

Rate of line-of-sight angle

Numerical optimization

ABSTRACT

This study presents an optimal open-loop guidance strategy for a constrained planar guidance problem using a numerical optimization approach. A simplified model is adopted in which both the target and vehicle maintain constant velocities, and lateral acceleration is treated as the control input. The governing equations are derived accordingly, and variable constraints are explicitly included in the problem formulation. A suitable cost function is designed, and lateral acceleration is computed by optimizing this function under the defined constraints. The proposed method is evaluated through several simulation scenarios to demonstrate its performance. Comparative analysis with proportional navigation highlights the enhanced accuracy and efficiency of the optimized guidance law. Robustness is further assessed by introducing uncertainties, time delays, and external disturbances into the model. Simulation results confirm that the guidance algorithm, designed for the nominal case, maintains reliable performance in the presence of such perturbations. Finally, digital implementation and sampling effects are investigated, showing that the proposed approach remains stable and effective across a range of sampling intervals.

* Corresponding Author's E-mail: vghaffari@pgu.ac.ir

How to Cite this Article:

F. Azarniveh, V. Ghaffari, and V. Meygoli, "Guidance algorithm via numerical optimization approach in constrained planar guidance problem," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 9, No. 3, pp. 17-26, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2025.9.3.2>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



الگوریتم هدایت با رهیافت بهینه‌سازی عددی در مسئله هدایت صفحه‌ای دارای قید

فاطمه آذرنیوه^۱، ولی‌اله غفاری^{۲*}، و وحید میگلی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی سیستم‌های هوشمند و علوم داده، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران
۲- دانشیار، دانشکده مهندسی سیستم‌های هوشمند و علوم داده، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران
۳- استادیار، دانشکده مهندسی سیستم‌های هوشمند و علوم داده، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران

چکیده

در مسئله هدایت صفحه‌ای با وجود محدودیت، به‌منظور یافتن قانون هدایت بهینه در فرم حلقه‌باز، مدل ریاضی سیستم هدایت در نظر گرفته می‌شود. در گام نخست، با در نظر گرفتن شتاب جانبی به‌عنوان متغیر ورودی، معادلات دیفرانسیل حاکم تعیین می‌گردد. سپس محدوده مجاز انواع متغیرهای مسئله مشخص شده و متعاقب آن تابع هزینه مناسب انتخاب گردیده است. در مسائل هدایت با یافتن مقدار بهینه چنین تابع هزینه‌ای فرامین شتاب جانبی بهینه جسم استخراج خواهد گردید. برای نشان دادن اثر بخشی ایده در کاربردهای هدایت، رویکرد پیشنهادی در تعدادی سناریوی هدایت بکار گرفته شده‌است. سیگنال شتاب جانبی بهینه توسط یک بهینه‌ساز استخراج گردیده است. ابتدا نتایج شبیه‌سازی با روش هدایت تناسبی مقایسه گردیده و کیفیت روش هدایت نشان داده خواهد شد. سپس به‌منظور مطالعه مقاوم بودن استراتژی هدایت، مواردی مانند عدم قطعیت، تاخیر زمانی و اغتشاش در معادلات هدایت لحاظ شده و شبیه‌سازی تکرار می‌گردد. در شبیه‌سازی عددی دیده می‌شود قانون هدایت استخراج شده برای سیستم نامی تا حد خوبی در برابر انواع عدم قطعیت‌ها مقاوم خواهد بود. در خاتمه، موضوع تحقق دیجیتال هدایت و تاثیر نمونه‌برداری مطالعه می‌گردد. نشان داده خواهد شد در پیاده‌سازی رهیافت مطرح شده تا حد خوبی نسبت به دوره تناوب نمونه‌برداری مقاوم خواهد بود.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۲۲ شهریور ۱۴۰۳
بازنگری ۲۰ مهر ۱۴۰۳
پذیرش ۲۱ آبان ۱۴۰۳
اولین انتشار ۲۶ آبان ۱۴۰۳

واژه‌های کلیدی:

قانون هدایت
زاویه خط دید
نرخ زاویه خط دید
بهینه‌سازی عددی

* پست الکترونیکی نویسنده مسئول: vghaffari@pgu.ac.ir

How to Cite this Article:

F. Azarniveh, V. Ghaffari, and V. Meygoli, "Guidance algorithm via numerical optimization approach in constrained planar guidance problem," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 9, No. 3, pp. 17-26, 2025, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2025.9.3.2>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



لیست نمادها و متغیرها

V_M	سرعت جسم
V_T	سرعت هدف
φ_M	زاویه جسم
φ_T	زاویه هدف
λ	زاویه خط دید
r	فاصله نسبی جسم با هدف
v_c	سرعت نزدیک‌شوندگی
x	نرخ زاویه خط دید
u	شتاب اعمالی به جسم
w	شتاب هدف
t_f	زمان نهایی

۱ مقدمه

اغلب اوقات انتخاب الگوریتم هدایت کارآمد، چالشی جدی و امری ضروری در موضوعات هدایت و ناوبری می‌باشد. از این سبب، نگرش‌های مختلفی برای این مسئله توسعه داده شده‌است. به‌منظور تحقق هدف در موضوع هدایت، برخی از پژوهشگران بر منوال‌های تحلیلی تاکید می‌کنند. با این حال، فنون غیرتحلیلی از قبیل راه‌کار جدول‌بندی بهره، روش سعی و خطا و موارد دیگر نیز در برخی مطالعات مشاهده می‌شود. آن چه واضح است شیوه‌های تحلیلی بر پایه تحلیل و اثبات ریاضی وضع شده‌اند. از طرفی تکنیک‌های غیرتحلیلی همراه با استدلال و منطق انسانی می‌باشد. اصولاً روش‌های تحلیلی مشتمل بر دو دسته عمده هستند. در گونه اول، یک مدل ثانویه برای توصیف دینامیک نرخ زاویه خط دید تشکیل داده می‌شود. غالباً چنین مدلی با یک معادله دیفرانسیل معمولی بیان خواهد شد. نرخ زاویه خط دید به کمک یک حسگر یا جستجوگر اندازه‌گیری می‌گردد. سپس خروجی حسگر به همراه کمیت‌های اندازه‌گیری شده دیگر در قانون هدایت مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نوع دیگر، زاویه خط دید در الگوریتم مستقیماً ظاهر می‌شود. با این حال، به خاطر وجود تئوری‌های متعدد به‌منظور تحلیل پایداری معادلات دیفرانسیل، غالب پژوهش‌های موجود در طراحی الگوریتم هدایت بر گونه اول متمرکز شده‌است.

از شناخته‌شده‌ترین و پرکاربردترین روش‌های مبتنی بر نرخ زاویه خط دید می‌توان به هدایت تناسبی اشاره کرد. با پژوهش بر روی این تکنیک، نسخه‌های متعددی از هدایت تناسبی معرفی شده‌است. از نظر

شکل، روابط ریاضی حاکم بر سیستم هدایت مشابه معادلات سیستم‌های کنترل است. در این معادلات، شتاب جانبی به‌عنوان ورودی مدل تجسم خواهد شد. با این نگرش، به تحلیل پایداری و عملکرد سیستم هدایت با نویز اندازه‌گیری [۱]، تاخیر زمانی [۲]، دینامیک اتوپایلویت [۳]، فیدبک غیرخطی ترکیبی [۴] و موارد دیگر پرداخته شده‌است.

اغلب اوقات هدایت تناسبی به‌رغم ساده و مقاوم بودن، سودمند می‌باشد. برای بهبود هدایت مبتنی بر نرخ زاویه خط دید پژوهش‌های متنوعی صورت گرفته‌است. به‌منظور رسیدن به استراتژی کارآمد، از شیوه‌های بهینه‌سازی [۵]، خطی‌سازی با قانون فیدبک [۶]، ساختار متغیر [۷]، روش گام به عقب [۸]، قابلیت تطبیق [۹] و سایر رویکردها استفاده شده‌است. برخی اوقات، بایستی زمان رسیدن وسیله به هدف کمینه شود. لذا زمان پرواز بهینه و زاویه بهینه رسیدن وسیله به هدف با انجام بهینه‌یابی تعیین خواهد شد [۱۰]. اگرچه در اکثر مسائل هدایت درجه مشتق مقدار صحیحی است، از در قانون هدایت می‌توان مشتقات مرتبه کسری بهره‌مند شد. برای بهبود عملکرد هدایت، طراحی قانون هدایت با ایده مد لغزشی دارای مرتبه مشتق کسری انجام شده‌است [۱۱].

با لحاظ کردن قیود و محدودیت‌ها، الگوریتم هدایت زیربهینه حاصل می‌گردد [۱۲]. با کمینه کردن اندازه خطا در حضور عدم قطعیت‌ها، الگوریتم هدایت مقاومی برای یک حلقه هدایت مطرح گردیده است [۱۳]. از تئوری پایداری لیاپانف می‌توان برای استخراج منطق هدایت کارآمد استفاده کرد [۱۴]. برخی اوقات، همگرایی در زمان محدود [۱۵] و پایدار در زمان محدود ورودی به حالت [۱۶] نقش ضروری در امر هدایت دارد. در سالیان اخیر، برای انتخاب و بهبود دادن قانون هدایت از قضیه پایداری در زمان محدود جزیی بهره گرفته شده‌است [۱۷]. برای طراحی قانون هدایت اثربخش می‌توان از کنترل مد لغزشی استفاده کرد [۱۸]. پاره‌ای اوقات، برای اهداف با مانور قانون هدایت تعیین می‌شود. از آن جهت ضروری است در معادلات سیستم تغییرات هدف نیز لحاظ گردد [۱۹-۲۱]. هر چند الگوریتم‌های هدایت برای مسائل دو بعدی مانند شناورهای سطحی عموماً ارائه می‌شوند، با تجسم دو صفحه عمود بر هم، روش هدایت برای دستگاه مختصات سه بعدی قابل تعمیم است [۲۱، ۲۲]. عمدتاً موضوعات هدایت متأثر از قیود و محدودیت‌های فیزیکی است، در انتخاب قوانین هدایت مؤثر از قابلیت‌ها و مبانی کنترل پیش‌بین استفاده شده‌است [۲۳، ۲۴]. اخیراً پژوهش‌های متنوعی در ارتباط با هدایت مبتنی بر زاویه خط دید صورت گرفته‌است. از آن جمله، قانون هدایت تحلیلی بر پایه زاویه خط دید در [۲۵] و پایداری هدایت وابسته به زاویه خط دید در [۲۶] مطالعه شده‌است. برای شناور زیرآبی در مراجع [۲۷، ۲۸] و در مراجع

$$\begin{cases} \dot{r} = V_T \cos(\lambda - \varphi_T) - V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \\ r\dot{\lambda} = -V_T \sin(\lambda - \varphi_T) + V_M \sin(\lambda - \varphi_M) \end{cases} \quad (1)$$

روابط فوق عملاً معادلات حرکت در راستای خط دید و عمود بر خط دید می‌باشد. در معادله (۱) به دنبال آن هستیم زاویه فرمان سمت جسم φ_M به گونه‌ای محاسبه گردد که جسم به سمت هدف مورد نظر میل نماید. در شکل ۱، موقعیت لحظه‌ای جسم به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\begin{cases} x_M(t) = x_M(t_0) + V_M \int_{t_0}^t \cos(\varphi_M(\tau)) d\tau \\ y_M(t) = y_M(t_0) + V_M \int_{t_0}^t \sin(\varphi_M(\tau)) d\tau \end{cases} \quad (2)$$

به طریق مشابه، موقعیت لحظه‌ای هدف نیز به فرم زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} x_T(t) = x_T(t_0) + V_T \int_{t_0}^t \cos(\varphi_T(\tau)) d\tau \\ y_T(t) = y_T(t_0) + V_T \int_{t_0}^t \sin(\varphi_T(\tau)) d\tau \end{cases} \quad (3)$$

از طرفی، فاصله بین جسم و هدف از فرمول زیر محاسبه می‌گردد:

$$r(t) = \sqrt{(x_T(t) - x_M(t))^2 + (y_T(t) - y_M(t))^2} \quad (4)$$

با مشتق‌گیری از معادلات دیفرانسیل (۱) و تعریف متغیرهای نرخ زاویه خط دید $\dot{\lambda} = x$ ، سرعت نزدیک شونده $\dot{r} = -v_c$ ، شتاب جانبی جسم $u = \dot{\varphi}_M V_M \cos(\lambda - \varphi_M)$ و شتاب جانبی هدف $w = \dot{\varphi}_T V_T \cos(\lambda - \varphi_T)$ ، به معادله دیفرانسیل زیر دست خواهیم یافت:

$$\dot{x} = \frac{1}{r} (2v_c x + w - u) \quad (5)$$

رابطه فوق مشابه معادله یک سیستم کنترل بوده که ورودی آن شتاب جانبی اعمالی به جسم و خروجی آن نرخ زاویه خط دید است. همچنین شتاب جانبی هدف نقش اغتشاش خارجی را در سیستم هدایت خواهد داشت. منظور از شتاب جانبی آن شتابی است که در راستای عمود بر حرکت وارد شده و باعث تغییرات زاویه سمت می‌گردد. بدیهی است در غیاب شتاب جانبی، زاویه سمت (جسم یا هدف) مقدار ثابتی می‌گردد. با انتخاب تابع لیپانوف $V(x) = \frac{1}{2}x^2$ ، با جایگزین کردن قانون هدایت $u = N_{pn}v_c x + w$ ، مشروط به $N_{pn} > 2$ ، می‌توان نشان داد سیستم هدایت پایدار مجانبی خواهد گردید [۳۱]. به زبان دیگر، زاویه خط دید به مقدار ثابتی میل خواهد کرد. در شرایطی که زاویه هدف ثابت می‌باشد به فرمان شتاب جانبی $u = N_{pn}v_c x$ منجر خواهد شد. رابطه اخیر به هدایت تناسبی یا به اختصار PN مشهور است.

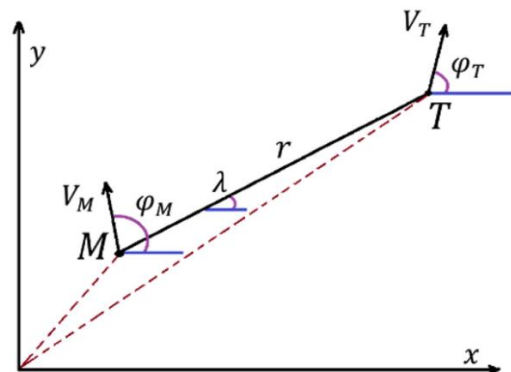
[۲۹، ۳۰] برای سیستم‌های چند عاملی هدایت بر پایه زاویه خط دید بررسی گردیده است. در این رویکرد، زاویه خط دید به همراه دیگر داده‌ها در الگوریتم هدایت استفاده خواهد گردید.

در این مقاله، بر محاسبه سیگنال هدایت بهینه با رهیافت حلقه‌باز در مسئله هدایت صفحه‌ای دارای محدودیت متمرکز شده است. لذا مقادیر حالت‌ها و سیگنال ورودی (شتاب جانبی) مقید خواهد بود. از روش‌های عددی برای بهینه‌سازی شاخص دارای قیود غیرخطی استفاده خواهد گردید. با فرض ثابت بودن سرعت‌های جسم و هدف، معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله تعیین می‌گردد. سپس محدوده مجاز متغیرها مشخص و تابع هزینه مناسب انتخاب گردیده است. در صورت یافتن مقدار بهینه شاخص عملکرد، دستورات شتاب جانبی جسم به صورت بهینه برای مسائل هدایت محاسبه شده و به سیستم اعمال خواهد گردید.

بنابر آن چه بیان شد بخش‌های مقاله به شرح ذیل می‌باشد: در بخش دوم، فرمولاسیون مسئله هدایت صفحه‌ای دارای محدودیت بیان می‌گردد. بخش سوم به نحوه دستیابی به قانون هدایت با بهینه‌سازی عددی متمرکز شده است. با رویکرد ارائه شده، تعدادی سناریوی هدایت در بخش چهارم شبیه‌سازی می‌شود. در نهایت، نتیجه‌گیری در بخش پنجم تشریح می‌گردد.

۲ بیان مسئله هدایت

در شکل زیر شماتیک یک مسئله هدایت در دستگاه مختصات ۲ بعدی به تصویر کشیده شده است:



شکل ۱- مسئله هدایت ۲ بعدی.

Fig. 1. Two dimensional guidance problem.

در شکل ۱، V_M بیانگر سرعت جسم، V_T بیانگر سرعت هدف، φ_M بیانگر زاویه [۲۵] جسم، φ_T بیانگر زاویه هدف، λ بیانگر زاویه خط دید و r بیانگر فاصله نسبی جسم با هدف خواهد بود. در شرایطی که سرعت‌های جسم و هدف مقادیر ثابتی باشد، معادلات ریاضی حاکم بر مسئله هدایت شکل ۱ به فرم زیر خواهد بود [۳۱]:

۳ قانون هدایت بهینه

اصولاً هدف غایی در طراحی قانون هدایت، یافتن فرمان زاویه سمت مناسب $\varphi_M(t)$ است. از این رو، با دو رویکرد زیر می‌توان به این مهم دست یافت:

الف) محاسبه غیرمستقیم زاویه $\varphi_M(t)$. در این روش، ابتدا شتاب جانبی $u(t)$ با یک روش طراحی شده و سپس فرمان مورد نیاز زاویه سمت جسم از رابطه $\dot{\varphi}_M = \frac{u}{V_M \cos(\lambda - \varphi_M)}$ محاسبه خواهد گردید.

ب) محاسبه مستقیم زاویه $\varphi_M(t)$. از معادلات حرکت (۱) مستقیماً برای یافتن زاویه $\varphi_M(t)$ استفاده می‌شود. معمولاً از روش‌های عددی برای یافتن فرمان زاویه $\varphi_M(t)$ استفاده خواهد گردید.

به دلیل وجود حساسیت در محاسبه زاویه φ_M و وجود جملات غیرخطی (سینوسی)، راه کار (ب) پیچیدگی‌های مضاعفی ایجاد می‌کند. لذا در این مقاله بر رویکرد (الف) متمرکز خواهیم شد. شایان ذکر است محدودیت‌های شتاب جانبی در عمل یک چالش جدی است، در راه کار (الف) به سهولت می‌تواند قید شتاب جسم لحاظ گردد. به منظور دستیابی به هدایت بهینه، تابع هزینه به فرم زیر انتخاب می‌گردد:

$$J = \int_0^{t_f} \left(c_1(r(t) + \bar{r})^2 + c_2(\lambda(t) + \bar{\lambda})^2 + c_3(\varphi_M(t) + \bar{\varphi}_M)^2 + c_4(u(t) + \bar{u})^2 \right) dt \quad (6)$$

در شاخص فوق، ضرایب c_i به ازای $i = 1, 2, 3, 4$ اعداد مثبتی است. همچنین $\bar{r} = 0$ و $\bar{u} = 0$ می‌باشد. در شرایطی که زاویه هدف φ_T ثابت فرض شده‌است، مقادیر $\bar{\lambda} = \bar{\varphi}_M = \varphi_T$ خواهد بود. دلیل انتخاب تابع هزینه به فرم شاخص انتگرالی مربعی (۶) آن است که حالت‌ها و ورودی به مقادیر ماندگار خود میل کرده و دامنه تغییرات آن حول مقادیر ماندگار کمینه گردد. از طرفی، محدوده مجاز متغیرها یا قیود حاکم بر مسئله به قرار زیر است:

$$\begin{aligned} r_{\min} &\leq r(t) \leq r_{\max} \\ \lambda_{\min} &\leq \lambda(t) \leq \lambda_{\max} \\ \varphi_{M\min} &\leq \varphi_M(t) \leq \varphi_{M\max} \\ u_{\min} &\leq u(t) \leq u_{\max} \end{aligned} \quad (7)$$

با در نظر گرفتن شتاب جانبی به‌عنوان متغیر ورودی، معادلات هدایت به قرار زیر نوشته خواهد شد:

$$\begin{cases} \dot{r} = V_T \cos(\lambda - \varphi_T) - V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \\ \dot{\lambda} = \frac{1}{r} (-V_T \sin(\lambda - \varphi_T) + V_M \sin(\lambda - \varphi_M)) \\ \dot{\varphi}_M = \frac{u}{V_M \cos(\lambda - \varphi_M)} \end{cases} \quad (8)$$

لذا با کمینه کردن (۶)، مشروط به معادلات دیفرانسیل (۸) و برآورده شدن قیود (۷)، شتاب جانبی به طریق بهینه محاسبه خواهد شد.

۴ حل عددی مسئله بهینه‌یابی

تجسم کنید در سیستم غیرخطی $\dot{x} = f(x, u)$ با شرایط اولیه معلوم x_0 ، به دنبال یافتن سیگنال ورودی $u(t)$ در بازه زمانی t_0 تا t_f هستیم که شاخص زیر کمینه گردد:

$$J = \psi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t)) dt \quad (9)$$

به‌علاوه، ورودی‌ها و حالت‌های سیستم دارای قیود زیر باشند:

$$\begin{cases} \underline{x} \leq x(t) \leq \bar{x} \\ \underline{u} \leq u(t) \leq \bar{u} \end{cases} \quad (10)$$

روشن است چنین مسئله بهینه‌سازی دارای قید با رهیافت‌های تحلیلی قابل حل نیست. به‌منظور حل عددی این مسئله کنترل بهینه غیرخطی، نخست معادلات مشتقی و انتگرالی فوق با دوره تناوب T_i گسسته‌سازی می‌شود. از این رو، سیستم غیرخطی به فرم زیر تقریب زده خواهد شد:

$$x_{k+1} = x_k + T_i f(x_k, u_k) \quad (11)$$

در رابطه فوق، $x_k = x(kT)$ و $u_k = u(kT)$ خواهد بود. همچنین شاخص (۹) به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$J = \psi(x(t_f)) + T_i \sum_{k=0}^{N-1} f(x_k, u_k) \quad (12)$$

در رابطه فوق، $N = \frac{t_f - t_0}{T_i}$ می‌باشد. لذا با برآورده شدن قیود (۱۰)، به دنبال محاسبه مقادیر u_0 تا u_{N-1} (عدد N خواهیم بود که تابع (۱۲) کمینه شود. در نهایت، سیگنال کنترل با رابطه زیر تولید و به سیستم پیوسته اعمال خواهد گردید:

$$u(t) = u_k, kT_i \leq t < (k+1)T_i \quad (13)$$

هر چند در یافتن ورودی کنترل بهینه از گسسته‌سازی (روش تقریبی) بهره گرفته شده‌است، با انتخاب مقادیر کوچک T_i می‌توان به جواب مناسبی دست یافت.

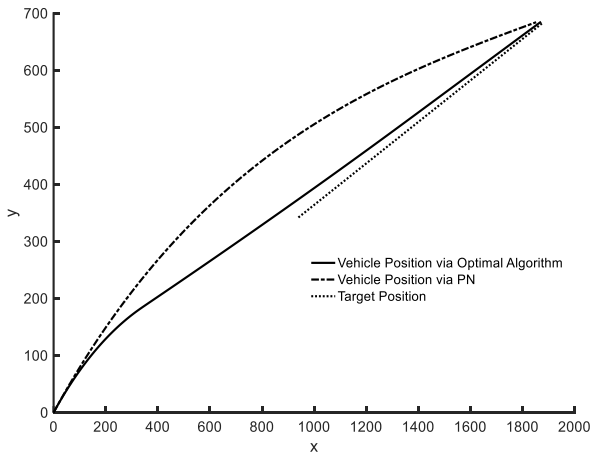
۵ شبیه‌سازی عددی

تجسم کنید متحرکی از مختصات اولیه مبدا با سرعت ثابت ۱۰۰ متر بر ثانیه در حال حرکت می‌باشد. به‌علاوه، هدف نیز دارای سرعت ۵۰ متر بر ثانیه و زاویه $\varphi_T = 20$ درجه است. شرایط اولیه مسئله به‌صورت زیر قرار داده شده‌است:

$$r(0) = 1000, \lambda(0) = 20 \frac{\pi}{180}, \varphi_M(0) = 40 \frac{\pi}{180}$$

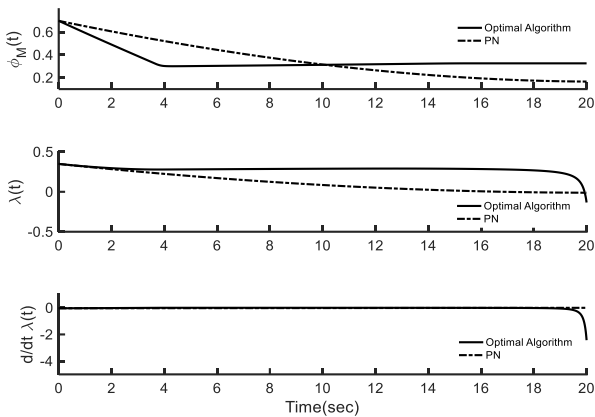
محدوده مجاز حالت‌ها و شتاب جانبی به‌شرح زیر است:

$$r_{\min} = 0, r_{\max} = 1000$$



شکل ۳- مسیر حرکت جسم و هدف.

Fig. 3. Trajectories of the vehicle and the target.



شکل ۴- زاویه جسم، زاویه خط دید و نرخ زاویه خط دید.

Fig. 4. Vehicle angle, LOS angle, and rate of LOS angle.

عموماً روش‌های حلقه‌باز نسبت به عدم قطعیت و اغتشاش خارجی حساس هستند. لذا ممکن است اثرات نامطلوبی به دلیل خطای محاسباتی ناشی از موارد مذکور ایجاد گردد. به همین منظور، در ادامه وجود اغتشاش و اثرات عدم قطعیت بر پاسخ سیستم هدایت بررسی گردیده است.

ب) بررسی تاثیر عدم قطعیت بر عملکرد هدایت

به منظور بررسی تاثیر هم زمان اغتشاش خارجی، عدم قطعیت و تاخیر زمانی بر پاسخ حلقه هدایت، ابتدا با مقادیر نامی $V_M = 100$ متر بر ثانیه، $V_T = 50$ متر بر ثانیه و $\varphi_T = 25$ درجه فرمان شتاب جانبی بهینه پیدا می‌شود. سپس در محیط شبیه‌سازی، برای نشان دادن مقاوم بودن تکنیک، تمثلاً مقادیر $V_M = 99$ ، $V_T = 51$ و $\varphi_T = 24$ قرار داده می‌شود. شایان ذکر است عدم قطعیت همواره اثرات نامطلوبی بر عملکرد سیستم ندارد. در این شبیه‌سازی بدترین شرایط در نظر گرفته

$$\begin{aligned} \lambda_{\min} &= -1, \lambda_{\max} = 1 \\ \varphi_{M\min} &= 0, \varphi_{M\max} = 1 \\ u_{\min} &= -10, u_{\max} = 10 \end{aligned}$$

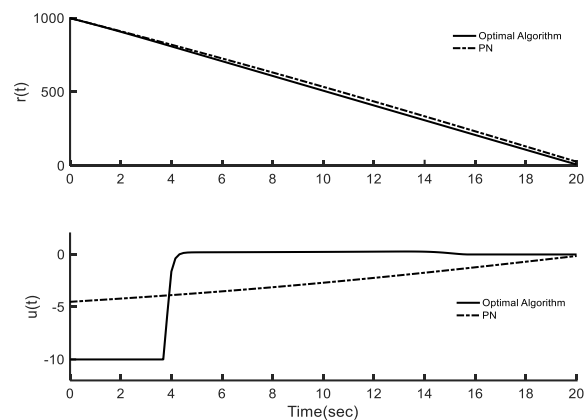
ضرایب تابع هزینه (۶) به فرم زیر انتخاب شده‌است:

$$c_1 = 1, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 1$$

با انتخاب $N = 100$ و زمان نهایی $t_f = 16$ مسئله بهینه‌یابی توسط بهینه‌ساز CasADi حل می‌گردد. همچنین معادلات هدایت به مدت زمان 20 ثانیه با روش رانگ‌کوتا و بیشینه اندازه گام 0.01 ثانیه حل و شبیه‌سازی شده‌اند. در ادامه، ابتدا قانون هدایت بهینه با هدایت تناسبی مقایسه می‌شود. سپس اثرات عدم قطعیت، تاخیر زمانی و اغتشاشات بررسی می‌گردد. در نهایت، به پیاده‌سازی دیجیتال قانون هدایت پیشنهادی پرداخته خواهد شد.

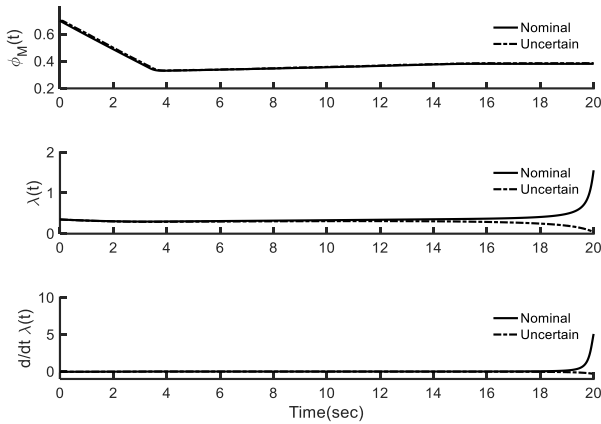
الف) شبیه‌سازی قانون هدایت بهینه در شرایط نامی

با داده‌های پیشین، سیگنال شتاب جانبی بهینه توسط بهینه‌ساز با روش عددی محاسبه و به مدل (۸) اعمال می‌گردد. فاصله جسم تا هدف به همراه شتاب جانبی در شکل ۲ دیده می‌شود. در شکل ۳، مسیر حرکت جسم و هدف به تصویر کشیده شده‌است. همچنین زاویه جسم به همراه زاویه خط دید و نرخ زاویه خط دید در شکل ۴ ترسیم شده‌است. برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی با قانون هدایت تناسبی با بهره $N_{pn} = 3$ مقایسه شده‌است. در قیاس با هدایت تناسبی، کارایی الگوریتم هدایت بهینه از نتایج شبیه‌سازی‌ها دیده می‌شود. در محاسبه فرمان شتاب بهینه، دیده شد با رهیافت پیشنهادی مقادیر دقیق پارامترها در انجام محاسبات بهینه‌سازی مورد نیاز است. از طرفی، محاسبات مورد نیاز در الگوریتم نیز هدایت ماهیتی حلقه‌باز دارد. پس تنها یک مرتبه در ابتدای شبیه‌سازی محاسبات انجام خواهد گردید.



شکل ۲- فاصله جسم تا هدف و شتاب جانبی.

Fig. 2. The vehicle distance from the target and lateral acceleration.

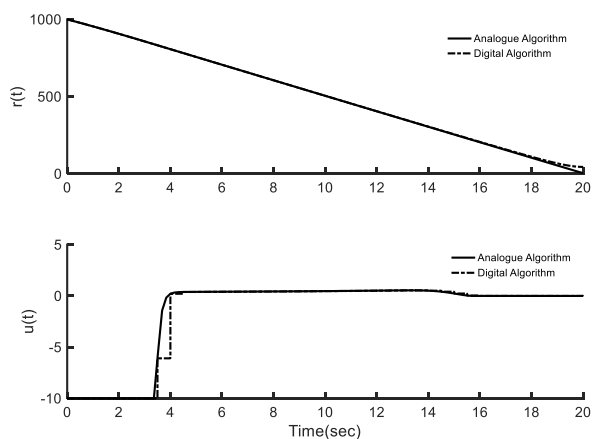


شکل ۷- زاویه جسم، خط دید و نرخ زاویه خط دید با عدم قطعیت.

Fig. 7. Vehicle angle, LOS angle, and rate of LOS angle under uncertainty.

ج) پیاده‌سازی دیجیتال قانون هدایت

به منظور بررسی تاثیر فرآیند نمونه‌برداری بر عملکرد قانون هدایت، شتاب جانبی با دوره تناوب 0.5 ثانیه نمونه‌برداری شده و از طریق مدار ZOH به معادلات دیفرانسیل (۸) اعمال می‌گردد. در شبیه‌سازی، الگوریتم هدایت دیجیتال با پاسخ مدل پیوسته‌زمان (آنالوگ) مقایسه شده‌است. در شکل ۸، فاصله جسم تا هدف و شتاب جانبی مشاهده می‌شود. در شکل ۹، مسیر حرکت جسم و هدف به تصویر کشیده شده‌است. همچنین زاویه جسم، زاویه خط دید و نرخ زاویه خط دید در شکل ۱۰ ترسیم شده‌است. نتایج شبیه‌سازی موید آن است الگوریتم هدایت بهینه نسبت به گسسته‌سازی تا حد خوبی مقاوم است. لذا در پیاده‌سازی دیجیتال به عملکرد مورد نیاز محقق خواهد گردید.

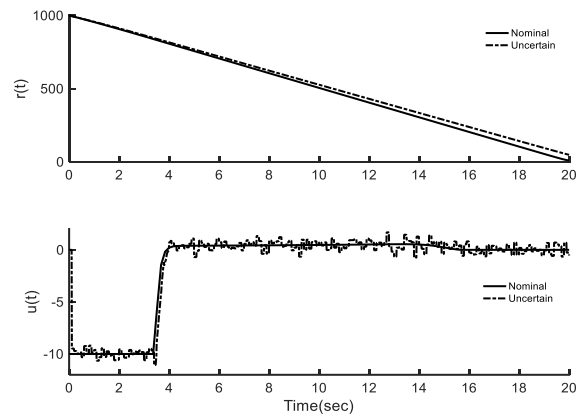


شکل ۸- فاصله جسم تا هدف و شتاب با الگوریتم هدایت دیجیتال.

Fig. 8. The vehicle distance from the target and lateral acceleration via digital guidance algorithm.

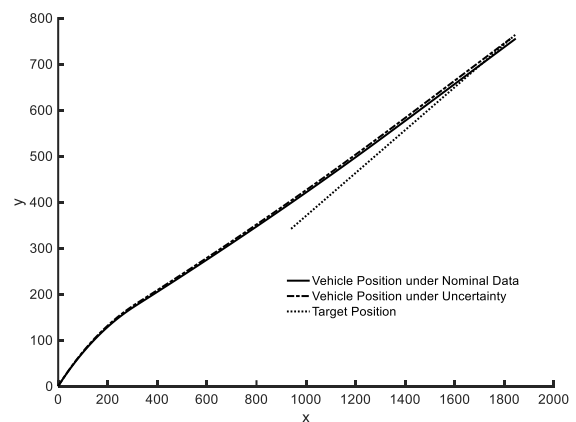
شده‌است. برای مثال، اگر $V_T = 49$ و $V_M = 101$ انتخاب می‌گردید پاسخ بهتری حاصل می‌شد. همچنین شتاب جانبی بهینه با یک اغتشاش تصادفی (دارای میانگین صفر و واریانس 0.2) جمع شده و با تاخیر زمانی 0.1 ثانیه به مدل (۸) اعمال می‌گردد. شایان ذکر است مابقی داده‌ها، مشابه قبل استفاده شده‌است.

در شبیه‌سازی، پاسخ سیستم دارای عدم قطعیت با رفتار مدل نامی مقایسه شده‌است. فاصله جسم تا هدف به همراه شتاب جانبی شکل ۵ دیده می‌شود. در شکل ۶، مسیر جسم و هدف به تصویر کشیده شده‌است. همچنین زاویه جسم، زاویه خط دید و نرخ زاویه خط دید در شکل ۷ نمایش داده شده‌است. نتایج شبیه‌سازی موید آن خواهد بود الگوریتم هدایت بهینه ارائه شده نسبت به اغتشاش خارجی، عدم قطعیت و تاخیر زمانی تا حد خوبی مقاوم است. لذا در حضور موارد مذکور عملکرد مورد نیاز محقق خواهد گردید.



شکل ۵- فاصله جسم تا هدف و شتاب در حضور عدم قطعیت.

Fig. 5. The vehicle distance from the target and lateral acceleration under uncertainty.



شکل ۶- مسیر حرکت جسم و هدف در حضور عدم قطعیت.

Fig. 6. Trajectories of the vehicle and the target under uncertainty.

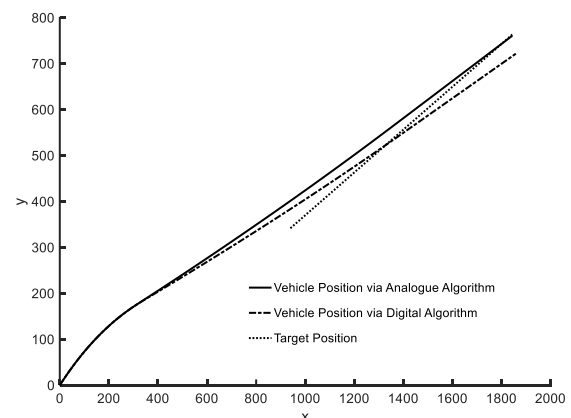
نمونه‌برداری مطالعه گردید. نشان داده شد در پیاده‌سازی رهیافت حلقه‌باز مطرح شده تا حد خوبی نسبت به زمان نمونه‌برداری مقاوم خواهد بود. در مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد اثرات دینامیکی جسم، حسگر و عملگر در هدایت لحاظ گردیده و قانون هدایت مناسب استخراج شد. همچنین رویکرد هدایت پیشنهادی در مسائل سه بعدی بررسی و فرامین هدایت بهینه به‌دست آید.

تعارض منافع

هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده‌است.

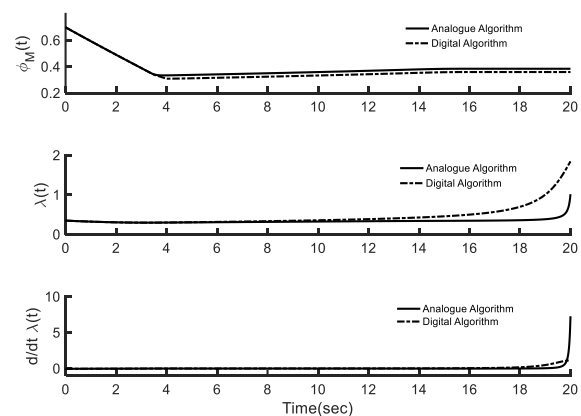
مراجع

- [1] V. Ghaffari and P. Karimaghvae, "Performance and stability investigation of a line of sight based guidance system in the presence of measurement noise," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 11, pp. 31-40, 2018, https://julist.sinaweb.net/article_64942.html.
- [2] S. Talole, A. Ghosh, and S. B. Phadke, "Proportional navigation guidance using predictive and time delay control," *Control Engineering Practice*, vol. 14, no. 12, pp. 1445-1453, 2006, <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2005.11.003>.
- [3] D. Zhou and B. Xu, "Adaptive dynamic surface guidance law with input saturation constraint and autopilot dynamics," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 39, no. 5, pp. 1155-1162, 2016, <https://doi.org/10.2514/1.G001236>.
- [4] V. Ghaffari and H. Mohammadkhani, "A composite nonlinear feedback based guidance law for planar guidance problem in the presence of constrained lateral acceleration," *Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering*, vol. 10, pp. 84-97, 2023, <http://dorl.net/dor/20.1001.1.23223146.1402.10.1.4.7>.
- [5] M. Guelman and J. Shinar, "Optimal guidance law in the plane," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 7, no. 4, pp. 471-476, 1984, <https://doi.org/10.2514/3.19880>.
- [6] I. J. Ha and S. Chong, "Design of a CLOS guidance law via feedback linearization," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 1, pp. 51-63, 1992, <https://doi.org/10.1109/7.135432>.
- [7] J. Moon, K. Kim, and Y. Kim, "Design of missile guidance law via variable structure control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, no. 4, pp. 659-664, 2001, <https://doi.org/10.2514/2.4792>.
- [8] H. G. Kim and H. J. Kim, "Backstepping-based impact time control guidance law for missiles with reduced seeker field-of-view," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 55, no. 1, pp.



شکل ۹- مسیر حرکت جسم و هدف با الگوریتم هدایت دیجیتال.

Fig. 9. Trajectories of the vehicle and the target via digital guidance algorithm.



شکل ۱۰- زاوای جسم، خط دید و نرخ زاویه خط دید با الگوریتم هدایت دیجیتال.

Fig. 10. Vehicle angle, LOS angle, and rate of LOS angle via digital guidance algorithm.

۶ نتیجه‌گیری

به‌منظور یافتن شتاب بهینه در مسئله هدایت صفحه‌ای با وجود محدودیت، یک مدل ریاضی برای سیستم هدایت تعیین شد. با انتخاب شتاب جانبی به‌عنوان متغیر ورودی، معادلات مورد نیاز تعیین گردید. محدوده مجاز متغیرها مشخص و به دنبال آن تابع هزینه مناسب انتخاب شد. برای بررسی کارایی ایده، رویکرد پیشنهادی در تعدادی سناریوی هدایت استفاده شد. در این استراتژی، سیگنال شتاب جانبی بهینه توسط یک بهینه‌ساز استخراج می‌شود. نتایج شبیه‌سازی ابتدا با هدایت تناسبی مقایسه و کیفیت هدایت ارائه شده نشان داده شد. سپس عدم قطعیت، تاخیر زمانی و اغتشاش در معادلات هدایت لحاظ شده و شبیه‌سازی تکرار گردید. در شبیه‌سازی عددی دیده شد قانون هدایت حلقه‌باز استخراج شده برای سیستم نامی تا حد خوبی در برابر انواع عدم قطعیت‌ها مقاوم خواهد بود. در خاتمه، تحقق دیجیتال قانون هدایت و تاثیر

- [19] S. Xiong, W. Wang, X. Liu, S. Wang, and Z. Chen, "Guidance law against maneuvering targets with intercept angle constraint," *ISA Transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1332-1342, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2014.03.007>.
- [20] S. Khankalantary, M. Hajizadeh, A. Heidari, and H. Mohammadkhani, "Impact time guidance law against maneuvering targets using sliding mode control," *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, vol. 53, no. 2, pp. 913-922, 2021, <https://doi.org/10.22060/mej.2020.15933.6232>.
- [21] C. Wang, X. Ding, J. Wang, and J. Shan, "A robust three-dimensional cooperative guidance law against maneuvering target," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 10, pp. 5735-5752, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.franklin.2020.03.007>.
- [22] Y. Ji, D. Lin, W. Wang, S. Hu, and P. Pei, "Three-dimensional terminal angle constrained robust guidance law with autopilot lag consideration," *Aerospace Science and Technology*, vol. 86, pp. 160-176, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2019.01.016>.
- [23] S. Ebadollahi, M. Madani, and M. Golestani, "Guidance law based on lmi-based robust model predictive control to obtain optimal LOS for flying vehicle," *Tabriz Journal of Electrical Engineering* vol. 48, no. 4, pp. 1645-1652, 2019, https://tjee.tabrizu.ac.ir/article_8485.html.
- [24] V. Ghaffari, "Model predictive guidance law design in a two-dimensional guidance problem in presence of input constraint," *Aerospace Knowledge and Technology Journal*, vol. 8, no. 2, pp. 169-178, 2020, https://www.astjournal.ir/article_38519.html.
- [25] V. Ghaffari and H. Mohammadkhani, "A guidance approach based on line-of-sight angle in planar guidance problem," *High Speed Craft Engineering*, vol. 21, no. 61, pp. 73-81, 2023, https://mst.ihu.ac.ir/article_208932.html.
- [26] L. Lin and J. J. Zhu, "Line-of-sight pure pursuit guidance stability analysis and design guideline for car-like autonomous ground vehicles," in *Dynamic Systems and Control Conference*, 2019, <https://doi.org/10.1115/DSCC2019-9108>.
- [27] R. Rout and B. Subudhi, "Design of line-of-sight guidance law and a constrained optimal controller for an autonomous underwater vehicle," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 68, no. 1, pp. 416-420, 2020, <https://doi.org/10.1109/TCSII.2020.3000597>.
- [28] N. Gu, D. Wang, Z. Peng, J. Wang, and Q. L. Han, "Advances in line-of-sight guidance for path following of autonomous marine vehicles: An 82-94, 2018, <https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2848319>.
- [9] J. Guo, Y. Li, and J. Zhou, "A new continuous adaptive finite time guidance law against highly maneuvering targets," *Aerospace Science and Technology*, vol. 85, pp. 40-47, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.08.018>.
- [10] X. Chen and J. Wang, "Optimal control based guidance law to control both impact time and impact angle," *Aerospace Science and Technology*, vol. 84, pp. 454-463, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.10.036>.
- [11] Y. Sheng, Z. Zhang, and L. Xia, "Fractional-order sliding mode control based guidance law with impact angle constraint," *Nonlinear Dynamics*, vol. 106, no. 1, pp. 425-444, 2021, <https://doi.org/10.1007/s11071-021-06820-6>.
- [12] C. Wang, W. Dong, J. Wang, and J. Shan, "Nonlinear suboptimal guidance law with impact angle constraint: An SDRE-based approach," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 56, no. 6, pp. 4831-4840, 2020, <https://doi.org/10.1109/TAES.2020.3003105>.
- [13] D. Zhou, C. Mu, and T. Shen, "Robust guidance law with L2 gain performance," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, vol. 44, no. 144, pp. 82-88, 2001, <https://doi.org/10.2322/tjsass.44.82>.
- [14] A. Saleem and A. Ratnoo, "Lyapunov-based guidance law for impact time control and simultaneous arrival," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 39, no. 1, pp. 164-173, 2016, <https://doi.org/10.2514/1.G001349>.
- [15] D. Zhou, S. Sun, and K. L. Teo, "Guidance laws with finite time convergence," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 32, no. 6, pp. 1838-1846, 2009, <https://doi.org/10.2514/1.42976>.
- [16] G. Li, M. Xin, and C. Miao, "Finite-time input-to-state stability guidance law," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 41, no. 10, pp. 2199-2213, 2018, <https://doi.org/10.2514/1.G003519>.
- [17] T. Binazadeh, M. H. Shafiei, and E. Bazregarzadeh, "New approach in guidance law design based on finite-time partial stability theorem," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 8, no. 1, pp. 1-7, 2015, https://www.jsstpub.com/article_14523.html.
- [18] V. Behnam Gol, I. Mohammad Zaman, A. Val, and N. A. Ghahramani, "Guidance law design using finite time second order sliding mode control," *Journal of Control*, vol. 5, no. 3, pp. 36-44, 2011, <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.20088345.1390.5.3.4.3>.

- [30] M. Zhang and J. Ma, "Adaptive fixed-time cooperative intercept guidance law with line-of-sight angle constraint," in *International Conference on Mechatronics and Automation*, Tianjin, China, 2019, <https://doi.org/10.1109/ICMA.2019.8816552>.
- [31] G. M. Siouris, *Missile Guidance and Control Systems*, Springer Science and Business Media, 2004, <https://link.springer.com/book/10.1007/b97614>.
- overview," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 53, no. 1, pp. 12-28, 2022, <https://doi.org/10.1109/TSMC.2022.3162862>.
- [29] Z. Qian, W. Lyu, Y. Dai, and J. Xu, "A consensus-based model predictive control with optimized line-of-sight guidance for formation trajectory tracking of autonomous underwater vehicles," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 106, no. 1, pp. 1-13, 2022, <https://doi.org/10.1007/s10846-022-01710-4>.