



Original Research Paper

Nonlinear Control of Two Non-Cooperative Spacecraft for Orbital Rendezvous and Proximity Operations Using a Sliding Mode Controller and a Third-Order Sliding Mode Observer with Finite-Time Convergence

Majid Bakhtiari^{1*}, Seyed Alireza Kazemi¹, Jalil Beyramzad², and Amirhossein Panahyazdan¹

1. School of Advanced Technology, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

2. School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

ARTICLE INFO**Article History:**

Received 12 March 2025

Revised 07 June 2025

Accepted 22 July 2025

Available Online 27 August 2025

Keywords:

Advanced state observer

Sliding mode

Modified Rodrigues parameters

Nonlinear control

Proximity operations

Spacecraft

ABSTRACT

With the growing reliance on space-based technologies in daily applications, space missions have gained strategic significance. Missions such as orbital inspection, space station assembly, debris removal, and in-orbit refueling now represent critical operational priorities. Consequently, simultaneous control of relative position and attitude in spacecraft systems has attracted increasing research interest. This study presents a nonlinear control strategy for rendezvous and proximity operations between two non-cooperative spacecraft. The 6-degree-of-freedom relative motion dynamics are modeled by coupling translational and rotational motions into a set of second-order nonlinear equations. An integral nonsingular terminal sliding mode control method is proposed to enhance tracking performance during both transient and steady-state phases. To estimate aggregated uncertainties—including external disturbances and parametric variations—and accurately reconstruct velocity states, a third-order sliding-mode observer is designed. This observer ensures finite-time convergence and delivers high-precision estimation of system states and uncertainties. Simulation results, compared with prior methods, confirm the proposed control system's superior tracking accuracy, rapid response, reduced chattering, robustness against system uncertainties, and accelerated convergence to the sliding manifold. These findings validate the control system's effectiveness for high-precision orbital rendezvous and proximity operations under non-cooperative conditions.

* Corresponding Author's E-mail: bakhtiari_m@iust.ac.ir

How to Cite this Article:

M. Bakhtiari, S. A. Kazemi, J. Beyramzad, and A. Panahyazdan, "Nonlinear control of two non-cooperative spacecraft for orbital rendezvous and proximity operations using a sliding mode controller and a third-order sliding mode observer with finite-time convergence," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 10, No. 1, pp. 15-26, 2026, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2026.10.1.2>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by ARI. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

[Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



کنترل غیر خطی دو فضاپیما غیر همکار برای مأموریت ملاقات مداری و مجاورت با استفاده از کنترل کننده مد لغزشی و روتگر مد لغزشی مرتبه سوم با همگرایی زمان محدود

مجید بختیاری^{۱*}، سیدعلیرضا کاظمی^۲، جلیل بیرامزاد^۳، و امیرحسین پناه یزدان^۴

- *۱- استادیار، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
۳- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
۴- دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

چکیده

امروزه، با گسترش روزافزون استفاده از خدمات فضاپایه در جنبه‌های مختلف زندگی روزمره، مأموریت‌های فضایی اهمیت ویژه‌ای یافته‌اند. بنابراین مأموریت‌های فضایی مانند بازرسی در مدار، برپایی ایستگاه فضایی، حذف زباله فضایی و سوخت‌رسانی در مدار از اهمیت ویژه برخوردارند. به همین دلیل کنترل همزمان موقعیت-وضعیت نسبی در سال‌های اخیر توجه دانشمندان را برای تحقیقات بیشتر در این زمینه جلب کرده‌است. مقاله حاضر یک رویکرد کنترل غیر خطی برای عملیات‌های مجاورت و ملاقات مداری برای دو فضاپیمای غیر همکار ارائه می‌دهد. ابتدا دینامیک حرکت نسبی ۶ درجه آزادی کوپل موقعیت-وضعیت به فرم کلی معادلات سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم به‌دست‌آمده و در ادامه یک روش کنترلی مد لغزشی ترمینالی غیرتکین‌انگرالی به‌منظور بهبود عملکرد ردیابی در حالت گذرا و پایا ارائه شده‌است. در ادامه به‌منظور تخمین تابع عدم قطعیت‌های تجمع شده سیستم که ترکیبی از اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های پارامتری سیستم است و همچنین تخمین متغیرهای حالت سرعت یک مشاهده‌گر حالت توسعه‌یافته از نوع مد لغزشی مرتبه سوم طراحی شده‌است که به‌صورت زمان محدود همگرا شده و می‌تواند با دقت بالایی تابع سرعت و عدم قطعیت‌های تجمع شده سیستم را تخمین بزند. در نهایت شبیه‌سازی روش پیشنهادی و نتایج به‌دست‌آمده و مقایسه آن با نتایج پژوهش‌های مرتبط قبلی نشان‌دهنده آن است که روش پیشنهادی دقت ردیابی بالا، پاسخ سریع، چترینگ کم، مقاوم در برابر عدم قطعیت‌های تجمع‌شده، سرعت همگرایی بیشتر به سطح لغزش و همگرایی زمان محدود حالت‌های سیستم را فراهم می‌کند. که نشان‌دهنده عملکرد مطلوب سیستم کنترلی پیشنهادی در عملیات ملاقات مداری و مجاورت از نظر دقت سرعت ردیابی می‌باشد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله

دریافت ۲۲ اسفند ۱۴۰۳
بازنگری ۱۷ خرداد ۱۴۰۴
پذیرش ۳۱ تیر ۱۴۰۴
اولین انتشار ۰۵ شهریور ۱۴۰۴

واژه‌های کلیدی

روتگر حالت توسعه یافته
مد لغزشی
عملیات مجاورت
فضاپیما
پارامترهای اصلاح‌شده رودریگز
کنترل غیرخطی


* پست الکترونیکی نویسنده مسئول: bakhtiari_m@iust.ac.ir

How to Cite this Article:

M. Bakhtiari, S. A. Kazemi, J. Beyramzad, and A. Panahyazdan, "Nonlinear control of two non-cooperative spacecraft for orbital rendezvous and proximity operations using a sliding mode controller and a third-order sliding mode observer with finite-time convergence," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 10, No. 1, pp. 15-26 2026, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2026.10.1.2>.

COPYRIGHTS

Authors retain the copyright and full publishing rights.

Published by ARI. This article is an open access article licensed under the [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)  **OPEN ACCESS** Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

۱ مقدمه

پرواز خودمختار فضاپیماها یک فناوری حیاتی و کلیدی برای انواع مأموریت‌های فضایی است، مانند بازرسی در مدار، برپایی ایستگاه‌های فضایی، و سوخت‌رسانی. برای اطمینان از موفقیت این مأموریت‌ها، لازم است که عملیات مجاورت با کنترل دقیق بر موقعیت نسبی و وضعیت نسبی بین فضاپیماهای تعقیب‌کننده و هدف انجام شود. در این مسیر، انواع اغتشاشات محیطی و عدم قطعیت‌های مدل دینامیکی فضاپیما، دستیابی به کنترل دقیق موقعیت و وضعیت دو فضاپیما را دشوار می‌سازند. تحقیقات زیادی بر کنترل حرکت نسبی فضاپیماها متمرکز شده است. به صورت سنتی، سیستم‌های کنترل‌کننده موقعیت نسبی و وضعیت نسبی به صورت مستقل از هم طراحی می‌شوند [۱]. از جمله اهمیت زیر سیستم کنترل وضعیت و موقعیت فضاپیما می‌توان به انواع چرخش‌های فضاپیما برای جهت‌دهی آنتن‌ها، سلول‌های خورشیدی، دوربین‌ها و حسگرها و یا جهت‌دهی فضاپیما برای انجام مانورهای مداری، همتراز کردن درگاه‌های اتصال و یا هماهنگ‌سازی خط دید اعضا در مأموریت‌های نوین چندماهواره‌ای اشاره کرد [۲].

روش‌های کنترلی متنوعی برای کنترل وضعیت سامانه‌های فضایی طراحی، شبیه‌سازی و به صورت عملی پیاده‌سازی شده است. از جمله روش‌های مورد استفاده می‌توان به کنترل (PID) [۳]، کنترل تطبیقی [۴]، کنترل فازی [۵]، کنترل شبکه عصبی [۶] و کنترل مد لغزشی [۷] اشاره نمود. در این میان، کنترل مد لغزشی به دلیل ویژگی‌های جذابی مانند پاسخ دینامیکی سریع [۸]، پایداری نسبت به عدم قطعیت‌ها [۹] و روش طراحی نسبتاً ساده، به طور گسترده‌ای برای کنترل سیستم‌های غیرخطی استفاده شده است. این روش برای انواع مختلفی از سیستم‌های واقعی مانند مبدل‌های DC-DC، موتورها، بالگردها، سیستم‌های شناورسازی مغناطیسی، هواپیماها و بازوهای رباتیکی مناسب است [۱۰]. روش‌های کنترل مد لغزشی به دلیل مقاوم بودن در برابر نامعینی‌ها و قابلیت کنترل سیستم‌های غیرخطی یکی از کارآمدترین روش‌های کنترل تحمل پذیر اغتشاشات فضاپیما به حساب می‌آید [۱۱].

با این حال، همچنان چالش‌هایی برای (SMC) سنتی وجود دارند؛ از جمله نیاز به مدل دینامیکی دقیق، مسئله‌ی تکینگی، پدیده چترینگ و همچنین همگرایی خطای حالت سیستم در زمان محدود تضمین نمی‌شود. مطالعات گوناگونی برای رفع این چالش‌ها انجام شده است [۱۲].

برای رفع عدم همگرایی خطای حالت سیستم در زمان محدود کنترل مد لغزشی ترمینال (TSMC) معرفی شد که در طراحی، به جای تابع لغزشی خطی، از توابع غیرخطی بهره می‌گیرد. با انتخاب مناسب پارامترها، (TSMC) دقت بالاتر و همگرایی در زمان محدود را فراهم می‌کند؛ اما متأسفانه (TSMC) مرسوم با دو محدودیت اصلی مواجه است: ۱) زمان همگرایی کندتر نسبت به (SMC)، ۲) بروز مسئله تکینگی [۱۳].

به منظور رفع مشکل زمان همگرایی و تکینگی، روش‌های گوناگونی از جمله مد لغزشی ترمینال سریع^۸ (FTSMC) [۱۴] و مد لغزشی ترمینال غیرتکین^۹ (NTSMC) [۱۵] ارائه شده است. با این حال، روش‌هایی چون (FTSMC) یا (NTSMC) صرفاً بر بعضی از کاستی‌های خاص (SMC) سنتی متمرکز هستند یا از سایر کاستی‌ها چشم‌پوشی می‌کنند. بر همین اساس، کنترل مد لغزشی ترمینال سریع غیرتکین^{۱۰} (NFTSMC) برای کنترل سیستم‌های غیرخطی نامعین مرتبه دوم معرفی شده است [۱۶].

به دلیل ویژگی‌های برتر (NFTSMC)، از جمله همگرایی در زمان محدود، حذف تکینگی، عملکرد عالی در ردیابی و پایداری در برابر عدم قطعیت‌ها، این روش کنترلی به طور گسترده برای انواع سیستم‌ها به کار گرفته شده است. با وجود این، چه در (SMC) مرسوم و چه در (NFTSMC)، همچنان از یک بخش سوئیچینگ با بهره لغزشی بزرگ و ثابت برای مقابله با اثرات عدم قطعیت‌ها استفاده می‌کند؛ امری که منجر به پدیده چترینگ^{۱۱} (نوسانات نامطلوب) می‌گردد و آسیب جدی به سیستم وارد کرده و در نتیجه، کاربرد عملی این روش‌ها را محدود می‌کند. از سوی دیگر، طراحی کنترل‌کننده به اطلاعات سرعت نیاز دارد که معمولاً در یک سیستم عملی به دلیل صرفه جویی در هزینه و کاهش اندازه دستگاه در دسترس نیست.

به منظور کاهش یا حذف پدیده چترینگ، ایده اصلی کاهش بهره سطح لغزش در عنصر سوئیچینگ است. که یکی از این ایده‌ها استفاده از تابع \tanh به جای تابع sgn در ورودی کنترلی سوئیچینگ است [۱۷] و ایده دیگر، تخمین عدم قطعیت‌های تجمیع‌شده^{۱۲} به طور کامل یا جزئی است که باید برای جبران اثرات آن بر سیگنال‌های کنترل اعمال شود. در نتیجه، عنصر سوئیچینگ اکنون برای رسیدگی به اثرات خطای تخمین عدم قطعیت به جای عدم قطعیت‌های تجمیع‌شده استفاده می‌شود. بنابراین، بهره سطح لغزش کوچک‌تر از روش اصلی انتخاب شده تا تضمین شود که حالت لغزش می‌تواند دست یابد.

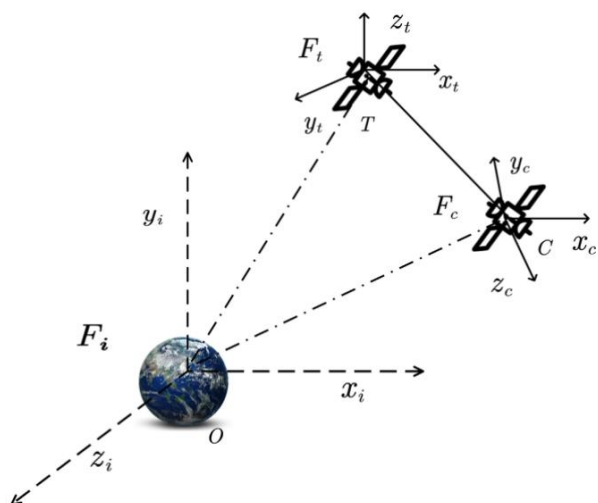
7. Robustness Against the Lumped Uncertainties
8. Fast Terminal Sliding Mode Control
9. Nonsingular Terminal Sliding Mode Control
10. Nonsingular Fast Terminal Sliding Mode Control
11. Chattering Phenomenon
12. Lumped Uncertainties

1. Proportional-Integral-Derivative
2. Adaptive Control
3. Fuzzy Control
4. Neural Network Control
5. Sliding Mode Control
6. Fast Dynamic Response

(TOSM) به‌طور گسترده‌ای برای کنترل سیستم‌های نامعین توسط بسیاری از محققان استفاده شده‌است [۱۸]، [۱۹]، [۲۰] و [۲۱]. در این مقاله، رویکرد (TOSM) برای تخمین سرعت‌های سیستم و عدم قطعیت‌های توده‌ای برای کنترل همزمان موقعیت نسبی و وضعیت نسبی بدون هیچ‌گونه فیلتراسیون طراحی شده‌است. براساس اطلاعات به‌دست‌آمده، یک (NFTSMC) برای مسیر ردیابی موقعیت بدون نیاز به سرعت سیستم پیشنهاد شده‌است. با این استراتژی کنترل، می‌توانیم قانون کنترلی را به‌دست آوریم که دقت بالا، غیرتکنیکی، استحکام در برابر عدم قطعیت‌های تجمع‌شده، چترینگ کم، و هم‌گرایی زمان محدود را بدون نیاز به اندازه‌گیری سرعت ارائه می‌دهد. ساختار ادامه این مقاله به شکل زیر است. پس از مقدمه، در بخش دو دینامیک فضایی تعقیب‌کننده و هدف، در بخش سه دینامیک نسبی کوپل شده شش درجه آزادی، در بخش چهارم طراحی کنترل‌کننده-رویتگر و در بخش پنجم شبیه‌سازی‌های عددی و در انتها نتیجه‌گیری خواهیم پرداخت.

۲ دینامیک فضایی تعقیب‌کننده و هدف

این مقاله مسئله کنترلی را بررسی می‌کند که در آن یک فضایی تعقیب‌کننده یک فضایی هدف غیرهمکار را تحت اختلالات خارجی و عدم قطعیت پارامترها ردیابی می‌کند. مدل دینامیکی هر دو فضایی در دستگاه‌های مختصاتی نشان داده شده در شکل (۱) بیان شده‌اند.



شکل ۱- توصیف موقعیت و وضعیت نسبی دو فضایی تعقیب‌کننده و هدف غیرهمکار در دستگاه مختصات نسبی.

Fig. 1. Description of the relative position and attitude of the chaser and the non-cooperative target spacecraft in the relative coordinate frame.

در پژوهش‌های انجام شده، راهکارهای مختلفی مبتنی بر مدل برای تخمین عدم قطعیت‌های تجمع‌شده مانند تخمین تأخیر زمانی (TDE) [۱۲]، رویکرد شبکه عصبی (NN) [۱۳]، رویکرد مد لغزشی مرتبه دوم (SOSM) [۱۴]، رویکرد مد لغزشی مرتبه سوم (TOSM) [۱۵] ارائه شده و همچنین ترکیب کنترل‌کننده مد لغزشی با کنترل‌کننده‌هایی مانند کنترل‌کننده فازی می‌توانند موجب بهبود ردیابی حالت‌های مطلوب سیستم در حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی شوند [۱۶].

در میان آن‌ها، تکنیک (TDE)، فقط می‌تواند توانایی تخمین ورودی‌های ناشناخته را فراهم کند. بنابراین، یک رویکرد اضافی برای تخمین سرعت سیستم مورد نیاز است [۱۷]. این سیستم را پیچیده‌تر می‌کند و زمان محاسبات را افزایش می‌دهد. به لطف قابلیت یادگیری و تقریب عالی، رویکرد (NN) می‌تواند دقت دلخواه را ارائه دهد. به خصوص، که توانایی تقریب همزمان عدم قطعیت‌های تجمع‌شده و سرعت‌های سیستم راه به‌صورت همزمان دارا می‌باشد. بنابراین، تنها یک رویکرد در سیستم به کار گرفته شده‌است. با این حال، اشکال استفاده از تکنیک‌های یادگیری ماشین این است که در صورت وجود اغتشاشات مدل نشده، رویکرد نیاز به یادگیری آنلاین داشته که هزینه محاسباتی زیادی به سیستم تحمیل می‌کند. علاوه بر این، فرآیند آموزش پیچیده وزن‌های عصبی به محاسبات زیادی نیاز دارد، بنابراین توانایی پیاده‌سازی در یک سیستم عملی را کاهش می‌دهد.

در مقایسه با سایر روش‌های ذکر شده، رویکرد (SOSM) به دلیل توانایی خود در تقریب همزمان سرعت سیستم و عدم قطعیت‌های تجمع‌شده با هم‌گرایی زمان محدود خطای تخمین برجسته است. اگرچه دقت بالا و چترینگ کمتر در تخمین سرعت‌ها ارائه می‌شود، اما تزریق خروجی معادل رویکرد (SOSM) که برای به‌دست آوردن تخمین عدم قطعیت‌های تجمع‌شده استفاده می‌شود، یک ورودی کنترلی ناپیوسته است که باعث ایجاد یک پدیده چترینگ نامطلوب می‌شود. بنابراین، یک فیلتر پایین‌گذر برای بازسازی عدم قطعیت‌های تجمع‌شده از تزریق خروجی معادل مورد نیاز است. با این حال، باعث تأخیر و خطا در تخمین می‌شود، بنابراین دقت برآورد رویکرد (SOSM) را کاهش می‌دهد. به همین دلیل، رویکرد (TOSM) که توانایی ارائه یک تزریق خروجی معادل پیوسته را دارد، ارائه شده‌است. در نتیجه، فیلتراسیون مورد نیاز در رویکرد (SOSM) حذف می‌شود. در نتیجه، فیلتراسیون مورد نیاز در رویکرد (SOSM) حذف می‌شود. در مقایسه با رویکرد (SOSM)، رویکرد (TOSM) تخمین عدم قطعیت‌های یکپارچه را با چترینگ کمتر و دقت تخمین بالاتر ارائه می‌دهد. علاوه بر این، رویکرد (TOSM) تقریباً تمام مزایای ناظر (SOSM) را حفظ می‌کند. به لطف مزایای برتر، رویکرد

از دستگاه مختصات متصل به بدنه هدف F_t به دستگاه مختصات متصل به بدنه تعقیب کننده F_c است که به ترتیب در ادامه تعریف می شود:

$$\sigma_e = \frac{\sigma_t(\sigma^T \sigma - 1) + \sigma(1 - \sigma_t^T \sigma_t) - 2S(\sigma_t)\sigma}{1 + \sigma_t^T \sigma_t \sigma + 2\sigma_t^T \sigma_t} \quad (۳)$$

$$R = I_3 + \frac{4(1 - \sigma_e^T \sigma_e)}{(1 + \sigma_e^T \sigma_e)^2} S(\sigma_e) + \frac{8}{(1 + \sigma_e^T \sigma_e)^2} S^2(\sigma_e) \quad (۴)$$

سپس پارامترهای نسبی بین تعقیب کننده و هدف که در قاب F_c بیان شده است به شرح زیر است:

$$\begin{cases} r_e = r - Rr_t \\ v_e = v - Rv_t \\ w_e = w - Rw_t \end{cases} \quad (۵)$$

با جایگزینی معادله (۵) در (۱) معادله، معادلات دینامیکی نسبی به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_e &= G(\sigma_e)w_e \\ J\dot{w}_e &= -S(w)Jw - J(R\dot{w}_t + S(w)w_e) + \tau + d_{ct} \\ \dot{r}_e &= v_e - S(w)r_e \\ m\dot{v}_e &= -m[S(w)v + \mu r] + mS(w_e)(v - v_e) - mR\dot{v}_t + f + d_f \end{aligned} \quad (۱-۶)$$

که داریم:

$$\begin{cases} \dot{R} = -S(w_e)R \\ RS(a) = S(Ra)R, a \in R^3 \end{cases} \quad (۶-ب)$$

اتریس $G(\sigma_e) = [(1 - \sigma_e^T \sigma_e)I_3 + 2S(\sigma_e) + 2\sigma_e \sigma_e^T]/4$ غیر تکین است [۲۲]. با استفاده از معادله (۲)، معادله (۵)، معادله (۶) و معادله (۷)، \dot{w}_t و $R\dot{v}_t$ به دست می آید:

$$R\dot{v}_t = -S(w - w_e)(v - v_e) + \frac{Rd_{tf}}{m_t} - \frac{\mu_g}{\|R^T(r - r_e)\|^3} (r - r_e) \quad (۷)$$

$$\dot{w}_t = -J_t^{-1}S(R^T(w - w_e))J_t R^T(w - w_e) + J_t^{-1}d_{tt} \quad (۸)$$

جایگزینی معادله (۸) و معادله (۹) در معادله (۶)، معادلات حرکت نسبی ساده شده به دست می آید:

معادلات سینماتیکی و دینامیکی فضاییما تعقیب کننده در قاب F_c بیان شده است. پارامترهای اصلاح شده رودریگز (MRP) برای توصیف حرکت وضعی استفاده شده است [۲۲]. سینماتیک و دینامیک تعقیب کننده در دستگاه مختصات بدنه F_c به شرح زیر است [۲۳]:

$$\begin{cases} \dot{r} = v - s(w)r \\ m\dot{v} + mS(w)v + m\mu r = f + d_{cf} \\ \dot{\sigma} = G(\sigma)w \\ J\dot{w} + s(w)Jw = \tau + d_{ct} \end{cases} \quad (۱)$$

که در آن بردار موقعیت، $r \in R^3$ پارامترهای (MRP) $\sigma \in R^3$ ، $v \in R^3$ سرعت خطی و $w \in R^3$ سرعت زاویه ای است. $f, \tau \in R^3$ نیروی و گشتاور کنترلی $d_{cf}, d_{ct} \in R^3$ به ترتیب نیروی و گشتاور اغتشاشات؛ m نشان دهنده جرم تعقیب کننده و $J \in R^{3 \times 3}$ ماتریس اینرسی مثبت معین تعقیب کننده است، $\mu = \mu_g / \|r\|^3$ و μ_g ثابت گرانشی زمین است و $G(\sigma)$ عبارت است از

همچنین، $G(\sigma) = [(1 - \sigma^T \sigma)I_3 + 2S(\sigma) + 2\sigma \sigma^T]/4$ معادلات سینماتیکی و دینامیکی فضاییما هدف غیرهمکار در دستگاه مختصات F_t به شرح زیر است:

$$\begin{cases} \dot{r}_t = v_t - s(w_t)r_t \\ m_t\dot{v}_t + m_tS(w_t)v_t + m_t\mu r_t = d_{tf} \\ \dot{\sigma}_t = G(\sigma_t)w_t \\ J_t\dot{w}_t + S(w_t)J_t w_t = d_{tt} \end{cases} \quad (۲)$$

همان طور که مشاهده می شود این معادلات همان معادلات فضاییما تعقیب کننده است با این تفاوت که این معادلات در دستگاه متصل به بدنه فضاییما تعقیب کننده F_t بیان شده است که این تمایز با زیر نویس t که به هر پارامتر داده شده است مشخص گردیده است. تفاوت دیگر؛ عدم وجود نیرو و گشتاور کنترلی یعنی $f, \tau \in R^3$ در معادلات دینامیکی است که علت آن در نبود کنترل بر این فضاییما یا به عبارت بهتر به علت غیرهمکار بودن فضاییما می باشد.

عبارت $d_{cf}, d_{ct}, d_{tf}, d_{tt}$ نشان دهنده اغتشاشات خارجی است که بر روی فضاییما اعمال می شود، که عمدتاً شامل کشش اتمسفر، تابش خورشید، عدم توزیع یکنواخت جرم زمین، و نیروی اغتشاشی جسم سوم است [۲۴]. گشتاور گرادیان گرانش نیز به عنوان اختلال در نظر گرفته می شود که در d_{ct} و d_{tt} گنجانده شده است.

۳ دینامیک نسبی کوپل شده شش درجه آزادی

برای کنترل موقعیت و وضعیت میان دو فضاییما از دینامیک نسبی شش درجه آزادی استفاده می شود که برای به دست آوردن این دینامیک از معادله های (۱) و (۲) نیاز به وضعیت نسبی σ_e [۲۲] و ماتریس دوران R

$$\begin{cases} \gamma_1 = \xi_1 L^{1/3}, \gamma_2 = \xi_2 L^{2/3}, \gamma_3 = \xi_3 L \\ \xi_1 = 2, \xi_2 = 2.12, \xi_3 = 1.1 \\ L = d_l + \epsilon_d \end{cases} \quad (23)$$

برای تخمین تابع عدم قطعیت سیستم، ابتدا باید توجه داشته باشیم که پس از همگرایی ناظر، مقادیر حالت های برآورد شده با مقادیر واقعی حالت های سیستم برابر می شود و در نتیجه، تابع خطای تخمین عدم قطعیت خواهد بود. همگرا به صفر $d(e, \hat{e}, u, t) = 0$ $e_1, \hat{e}_2 = e_2 \rightarrow$ بنابراین قسمت سوم معادله ناظر را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\hat{z}}_0 = -\gamma_3 \text{sgn}(\bar{e}_1) + \hat{d}(e, \hat{e}, t) \equiv 0 \quad (24)$$

بنابراین، تابع تخمین عدم قطعیت سیستم را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\hat{d}(e, \hat{e}, t) = \int \gamma_3 \text{sgn}(\bar{e}_1) \quad (25)$$

از آنجایی که تخمین تابع عدم قطعیت در (۲۵) شامل یک بخش جدایی ناپذیر است، یک فیلتر پایین گذر برای بازسازی تخمین عدم قطعیت از عبارت تزریق خروجی ضروری نیست. این ویژگی برجسته به ناظر TOSM اجازه می دهد تا در مقایسه با سایر ناظران مبتنی بر مود لغزشی، تخمین هایی را با دقت بیشتری انجام دهد.

۲.۴ مد لغزشی ترمینالی غیر تکین انتگرالی^۱

برای طراحی کنترل کننده پیشنهادی، ابتدا سطح لغزشی را بر اساس مود لغزشی ترمینال انتگرال (ITSMC) بر حسب معادل (۱۶) به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$s = \lambda_p e_1 + \int_0^t (\lambda_{I1} [e_1]^\beta + \lambda_{I2} [\dot{e}_1]^\beta) dt + \dot{e}_1 \quad (26)$$

مشتق تابع سطح لغزش نیز به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\dot{s} = \lambda_p \dot{e}_1 + \lambda_{I1} [e_1]^\beta + \lambda_{I2} [\dot{e}_1]^\beta + \ddot{e}_1 \quad (27)$$

که با توجه به معادله (۱۶) می توان معادله (۲۷) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{s} = \lambda_p e_2 + \lambda_{I1} [e_1]^\beta + \lambda_{I2} [e_2]^\beta + \dot{e}_2 \quad (28)$$

و همچنین از معادله (۱۶) داریم:

$$\dot{s} = \lambda_p e_2 + \lambda_{I1} [e_1]^\beta + \lambda_{I2} [e_2]^\beta + h + G_c u + d \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_1 &= \gamma_1 |e_1 - \hat{e}_1|^{2/3} \text{sign}(e_1 - \hat{e}_1) + \hat{e}_2 \\ \dot{\hat{e}}_2 &= h(\hat{e}, t) + G_c(\hat{e}, t)u(t) \\ &\quad + \gamma_2 |e_1 - \hat{e}_1|^{1/3} \text{sign}(e_1 - \hat{e}_1) - \hat{z} \\ \dot{\hat{z}} &= -\gamma_3 \text{sign}(e_1 - \hat{e}_1) \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن نشان دهنده خطای تقریب زده شده توسط ناظر (یا همان e) و γ_i نشان دهنده بهره ناظر است. با تفریق (۱۶) از (۱۸) می توان اختلاف میان خطای سیستم e و خطای تقریب زده شده توسط ناظر \hat{e} را به صورت $\bar{e} = e - \hat{e}$ نشان داد و معادله (۱۸) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}}_1 &= -\gamma_1 |\bar{e}_1|^{2/3} \text{sgn}(\bar{e}_1) + \bar{e}_2 \\ \dot{\bar{e}}_2 &= -\gamma_2 |\bar{e}_1|^{1/3} \text{sgn}(\bar{e}_1) + d(e, t) \\ &\quad - d(e, \bar{e}, u, t) + \hat{z} \\ \dot{\hat{z}} &= -\gamma_3 \text{sgn}(\bar{e}_1) \end{aligned} \quad (19)$$

درجایی که تابع خطای تخمین عدم قطعیت به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{cases} d(e, \bar{e}, u, t) = \{h_0(\bar{e}, t) + G_{c_0}(\bar{e}, t)u\} - \{h_0(x) + G_{c_0}(x)u\} \\ \hat{d}(e, \hat{e}, t) = d(e, t) - d(e, \bar{e}, u, t) \end{cases} \quad (20)$$

بنابراین، معادله ناظر نوشته شده در رابطه (۱۹) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}}_1 &= -\gamma_1 |\bar{e}_1|^{2/3} \text{sgn}(\bar{e}_1) + \bar{e}_2 \\ \dot{\bar{e}}_2 &= -\gamma_2 |\bar{e}_1|^{1/3} \text{sgn}(\bar{e}_1) + \hat{d}(e, \hat{e}, t) + \hat{z} \\ \dot{\hat{z}} &= -\gamma_3 \text{sgn}(\bar{e}_1) \end{aligned} \quad (21)$$

با تعریف متغیر جدید $\hat{z}_0 = \hat{d}(e, \hat{e}, t) + \hat{z}$ معادله ناظر به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}}_1 &= -\gamma_1 |\bar{e}_1|^{2/3} \text{sgn}(\bar{e}_1) + \bar{e}_2 \\ \dot{\bar{e}}_2 &= -\gamma_2 |\bar{e}_1|^{1/3} \text{sgn}(\bar{e}_1) + \hat{z}_0 \\ \dot{\hat{z}}_0 &= -\gamma_3 \text{sgn}(\bar{e}_1) \end{aligned} \quad (22)$$

معادله فوق شکل نهایی روی تگر (TOSM) است که به شکل استاندارد متمایز کننده دقیق مرتبه دوم شناخته می شود و دارای ثبات زمانی محدود است که اثبات آن را می توان در مراجع [۶]، [۷] و [۱۵] خواند. با انتخاب مقادیر مناسب برای پارامترهای ناظر، خطاهای تخمین حالت ها و عدم قطعیت های سیستم در یک زمان محدود به صفر همگرا می شوند. مقادیر مناسب برای پارامترهای ناظر TOSM را می توان با توجه به مطالعه انجام شده در مرجع [۱۵] به شرح زیر انتخاب کرد:

۴.۴ طراحی مد لغزشی ترمینالی غیرتکین انتگرالی مبتنی

بر روی‌نگر مرتبه سوم مد لغزشی

به‌منظور به‌دست آوردن سیگنال کنترلی برای کنترل وضعیت و موقعیت نسبی، یک (ITSMC) مبتنی بر روی‌نگر (TOSM) پیشنهاد شده‌است. قانون کنترل به‌شرح زیر پیشنهاد می‌شود:

$$u = -G_c^{-1}(e, t)(u_{eq} + u_{sw}) \quad (۳۴)$$

در معادله (۳۴)، قانون کنترل معادل، u_{eq} طراحی شده‌است تا مسیر حالت خطا را روی سطح لغزش نگه دارد. که در آن داریم $\bar{e} = e - \hat{e}$ که در ادامه u_{eq} به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$u_{eq} = h(e, t) + \gamma_2 |\bar{e}_1|^{\frac{1}{3}} \text{sgn}(\bar{e}_1) + \int \gamma_3 \text{sgn}(\bar{e}_1) + \lambda_{I1} [\hat{e}_2]^\beta + \lambda_{I2} [e_1]^\beta \quad (۳۵)$$

قانون کنترل سوئیچینگ، u_{sw} به‌منظور جبران خطاهای تخمین به شکل زیر ساخته شده‌است:

$$u_{sw} = (d_l + \mu) \text{sign}(\hat{s}) \quad (۳۶)$$

جایی که μ یک مقدار ثابت مثبت کوچک است. که در آن \hat{s} به‌صورت زیر است:

$$\hat{s} = \lambda_p e_1 + \int_0^t (\lambda_{I1} [\hat{e}_2]^\beta + \lambda_{I2} [e_1]^\beta) dt + \hat{e}_2 \quad (۳۷)$$

۵ شبیه‌سازی‌های عددی

همان‌طور که در بخش‌های پیشین اشاره شد، این پژوهش به بررسی یک مأموریت مجاورت توسط دو فضاییما تعقیب‌کننده و هدف می‌پردازد. در این راستا، این بخش به ارائه نتایج شبیه‌سازی‌ها و تحلیل‌های مرتبط اختصاص دارد. پیش از ارائه نتایج، ضروری است که پیکربندی شبیه‌سازی، شامل شرایط اولیه و شرایط مطلوب، که برای ارزیابی عملکرد سیستم کنترل مورد استفاده قرار گرفته‌اند، مشخص گردد. جزئیات این شرایط به‌ترتیب در ادامه و جدول (۱) آورده شده‌اند.

این دو فضاییما مشابه هم فرض می‌شوند که پارامترها در این مدل حرکت نسبی و همچنین شرایط اولیه فضاییما تعقیب‌کننده به شکل زیر فرض شده‌است: $\mu_g = GM_e$ ، جرم زمین $M_e = 5.974 \times 10^{24}$ kg و ثابت جهانی گرانش $G = 6.673 \times 10^{-11}$ m³/kg · s² است.

مؤلفه‌های شناخته‌شده جرم و ماتریس اینرسی فضاییما تعقیب‌کننده و هدف مطابق مرجع [۲۷] به‌ترتیب عبارت‌اند از:

که $\beta, \lambda_p, \lambda_{I1}, \lambda_{I2}$ ثابت‌های مثبت طراحی هستند که باید توسط طراح سیستم کنترل انتخاب شوند. لازم به ذکر است که در معادله فوق $0 <$

$$\text{sgn}(e) = \begin{cases} 1 & \text{if } e > 0 \\ -1 & \text{if } e < 0 \\ 0 & \text{if } e = 0 \end{cases} \text{ و } [e]^\beta = |e|^\beta \text{sgn}(e), \beta < 1$$

حال با استفاده از $\dot{s} = 0$ ورودی‌های کنترل را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} u = u_0 + u_{sw} \\ u_0 = G_c^{-1}(\lambda_p e_2 + \lambda_{I1} [e_1]^\beta + \lambda_{I2} [e_2]^\beta + h) \\ u_{sw} = -(d_l + K) \text{sgn}(s) \end{cases} \quad (۳۰)$$

جایی که k طراحی مثبت ثابت است.

۳.۴ اثبات پایداری مد لغزشی ترمینالی غیرتکین انتگرالی

برای اثبات پایداری روش فوق، ابتدا با جایگزینی (۲۹) در (۳۰)، معادله زیر را برای مشتق تابع سطح لغزش به‌دست می‌آوریم:

$$\dot{s} = -(d_l + k) \text{sgn}(s) + d(e, t) \quad (۳۱)$$

اکنون تابع لیاپانوف به‌صورت (۳۲) تعریف می‌شود و مشتق آن به‌صورت (۳۳) محاسبه می‌شود:

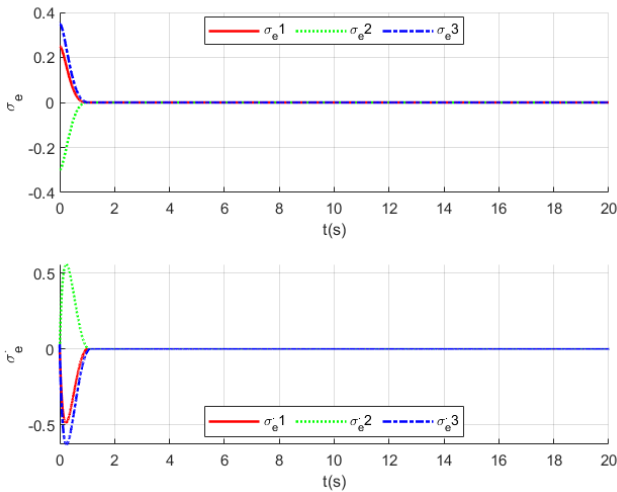
$$V = \frac{1}{2} s^T s \quad (۳۲)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} = s^T (-(d_l + K) \text{sgn}(s) + d(e, t)) \\ &\leq d(e, t) s - d_l |s| - K |s| \leq -K |s| \end{aligned} \quad (۳۳)$$

باتوجه به اینکه K یک ثابت مثبت است، بنابراین رابطه $\dot{V} \leq 0$ برقرار می‌شود و مطابق با تئوری پایداری لیاپانوف، همگرایی سطح لغزش به صفر تضمین می‌شود.

اگرچه ورودی کنترل طراحی شده در (۳۰) می‌تواند عملکرد خوبی ارائه دهد، اما باتوجه به اینکه مقدار ورودی کنترل طراحی شده وابسته به حد بالایی عدم قطعیت‌های سیستم است، به‌منظور جبران اثرات تمامی عدم قطعیت‌ها، لازم است که حد بالایی عدم قطعیت‌ها مقدار زیادی را انتخاب کند که باعث نوسان سیگنال کنترل می‌شود که به پدیده چترینگ معروف است و می‌تواند اثرات نامطلوبی بر عملکرد سیستم کنترل داشته باشد. به‌منظور حل این چالش، روش کنترلی ارائه شده در در بخش ۲/۴ را به‌همراه روی‌نگر ارائه شده در بخش ۱/۴ را مجدد باز طراحی می‌شود تا مرحله قبل با روش کنترل عملکرد تجویز شده ترکیب می‌شود تا از ردیابی دقیق و همگرایی سریع اطمینان حاصل شود.

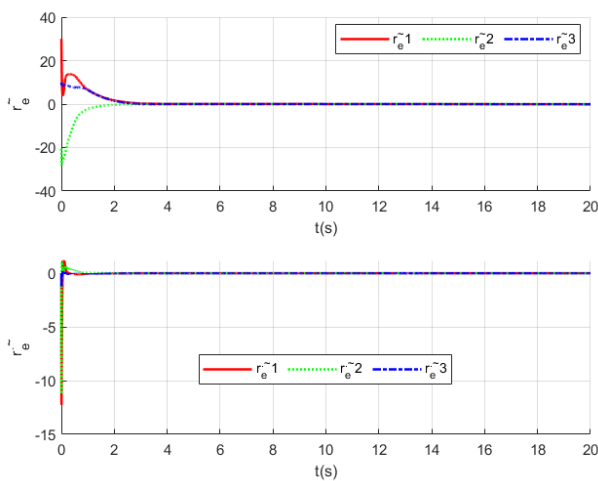
نسبی و نرخ تغییرات وضعیت نسبی را نمایش می‌دهد، که 5×10^{-10} و نرخ تغییرات وضعیت نسبی به کمتر از 4×10^{-10} در کمتر از ۲ ثانیه همگرا می‌شوند. این دقت بالای ردگیری و همگرایی خطا به صفر به این معنی است که تقریباً هیچ خطایی در وضعیت نسبی بین دو فضاپیما باقی نمی‌ماند.



شکل ۲- وضعیت نسبی و نرخ تغییرات آن تحت کنترل کننده (۳۴).

Fig. 2. Relative attitude and angular rate response under Controller (34).

شکل (۳)، فاصله نسبی و سرعت نسبی را نمایش می‌دهد، که 5×10^{-9} و نرخ تغییرات وضعیت نسبی به کمتر از 4×10^{-9} در کمتر از ۵ ثانیه همگرا می‌شوند. این دقت بالای ردگیری و همگرایی خطا به صفر به این معنی است که تقریباً هیچ خطایی در وضعیت نسبی بین دو فضاپیما باقی نمی‌ماند.



شکل ۳- فاصله نسبی و سرعت نسبی تحت کنترل کننده (۳۴).

Fig. 3. Relative position and velocity under Controller (34).

$$m_o = 60 \text{ kg} \quad m_t = 5400 \text{ kg}$$

$$J_t = \begin{bmatrix} 3336 & -135.4 & -154.2 \\ -135.4 & 3184 & -148.5 \\ -154.2 & -148.5 & 2423 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

عدم قطعیت‌های جرم و ماتریس اینرسی فضاپیما تعقیب‌کننده به شرح زیر است:

$$\Delta m = 5 \sin(0.1t) \text{kg}$$

$$\Delta J = \begin{bmatrix} 2 \sin(0.1t) & 0 & 0 \\ 0 & 2 \sin(0.2t) & 0 \\ 0 & 0 & 2 \sin(0.3t) \end{bmatrix} (\text{kg} \cdot \text{m}^3)$$

فاصله نسبی مطلوب به صورت $r_d = [0, 5, 0]^T (m)$ تعریف می‌شود. اغتشاشات خارجی که بر روی فاصله نسبی و وضعیت نسبی اثر می‌گذارند به شکل زیر فرض شده‌اند:

$$d_{cf} = [2 \sin(0.1t), 2 \sin(0.2t), 2 \sin(0.3t)]^T (N)$$

$$d_{ct} = [0.02 \sin(0.1t), 0.02 \sin(0.2t), 0.02 \sin(0.3t)]^T$$

از آنجایی که فاصله فضاپیما تعقیب‌کننده و فضاپیما هدف نسبت به شعاع مدار فضاپیماها در مأموریت‌های مجاورت فضاپیما کم است، بنابراین فرض می‌کنیم $d_{cf} = d_{tf}$ و $d_{ct} = d_{tt}$ است. شرایط اولیه برای حالت‌های سیستم در جدول ۱ ارائه شده‌است.

جدول ۱- شرایط اولیه موقعیت و وضعیت برای فضاپیما تعقیب‌کننده.

Table 1. Initial position and attitude conditions for the pursuing spacecraft.

پارامترها	مقدار	واحد
$r(0)$	$[1, 1, 1]^T \times 7.708 \times 10^6$	m
$v(0)$	$[2, 3, -2]^T \times 10^6$	m/s
$\sigma(0)$	0	
$w(0)$	0	rad/s

جدول ۲- شرایط اولیه موقعیت و وضعیت نسبی میان دو فضاپیما.

Table 2. Initial conditions of position and relative position between the two spacecraft.

پارامترها	مقدار	واحد
$r_e(0)$	$[30, -20, 10]^T$	m
$\dot{r}_e(0)$	$[0.25, -0.25, 0.2]^T$	m/s
$\sigma_e(0)$	$[0.25, -0.3, 0.35]^T$	
$\dot{\sigma}_e(0)$	$[0.02, -0.02, 0.03]^T$	

نتایج شبیه‌سازی بر طبق معادله (۱۶) و تحت کنترل کننده معادله (۳۴) در شکل‌های (۲) تا (۵) نشان داده شده‌اند. شکل (۲)، وضعیت

که این شرایط شامل پارامترهای یکسان مدل دینامیکی، اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های جرمی و ممان اینرسی می‌باشد. برای طراحی کنترل کننده مد لغزشی ترمینال، سطح لغزشی آن از [۲۸] به شرح زیر است:

$$s = \hat{e}_2 + \beta e_1^{\frac{q}{p}} \quad (38)$$

که در آن $p > q$ و $\beta > 0$ اعداد مثبت صحیح فرد هستند.

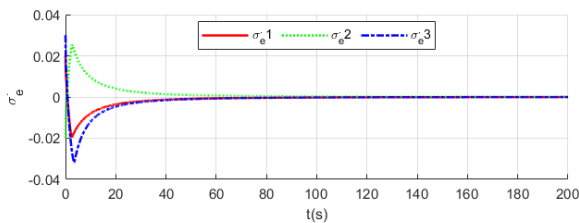
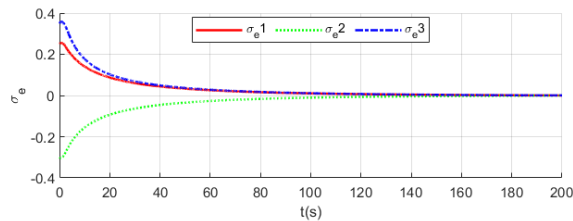
که باتوجه به رویکرد ارائه شده در (۱۸) ورودی کنترلی به صورت زیر است:

$$u_{sw} = (d_l + \mu) \text{sign}(\hat{s}) \quad (39)$$

$$u_{eq} = h(e, t) + \gamma_2 |\tilde{e}_1|^{\frac{1}{3}} \text{sgn}(\tilde{e}_1) + \int \gamma_3 \text{sgn}(\tilde{e}_1) + \beta e_1^{\frac{q}{p}-1} \hat{e}_2 \quad (40)$$

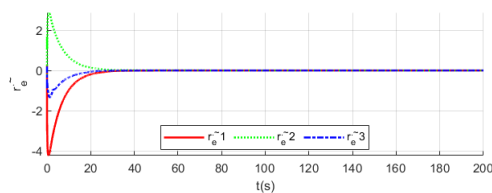
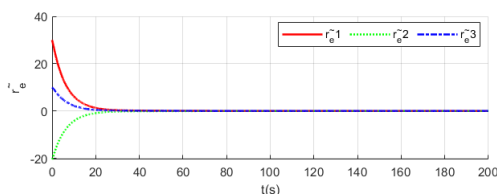
$$u = -G_c^{-1}(e, t)(u_{eq} + u_{sw}) \quad (41)$$

نتایج شبیه‌سازی بر طبق معادله (۱۶) و کنترل کننده ارائه شده در [۲۸] به صورت زیر است:



شکل ۶- وضعیت نسبی و نرخ تغییرات آن تحت کنترل کننده (۴۱).

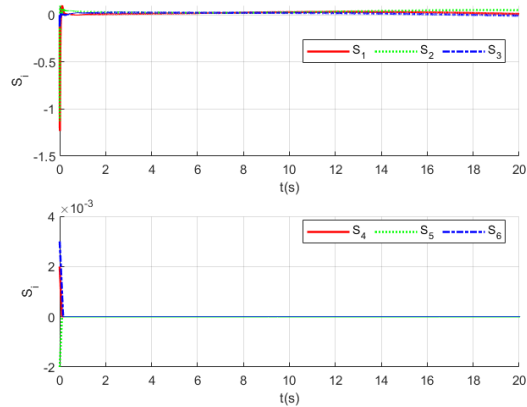
Fig. 6. Relative attitude and angular rate response under Controller (41).



شکل ۷- فاصله نسبی و سرعت نسبی تحت کنترل کننده (۴۱).

Fig. 7. Relative position and velocity under Controller (41).

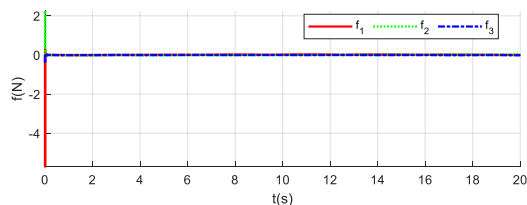
شکل (۴) حالت‌های سیستم را به سوی سطح لغزش نشان می‌دهد، که به سرعت به سطح لغزش رسیده و به‌طور پایدار روی آن باقی می‌مانند. این امر نشان دهنده عملکرد مناسب کنترل کننده و رویکرد همگرایی سریع و حذف چترینگ می‌باشد.



شکل ۴- سطح لغزش تحت کنترل کننده (۳۴).

Fig. 4. Sliding surface under Controller (34).

شکل (۵) نیروها و گشتاورهای کنترلی را نشان می‌دهد. ورودی‌های کنترلی اولیه بزرگ هستند تا فضایما تعقیب کننده را سریعاً به فاصله و وضعیت نسبی مطلوب برسانند. پس از آن اعمال ورودی کنترلی عمدتاً برای خنثی کردن اغتشاشات صرف می‌شود.



شکل ۵- ورودی‌های کنترلی نیرو و گشتاور.

Fig. 5. Control force and torque inputs.

۱.۵ مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با کنترل کننده مد

لغزشی ترمینال

به‌منظور ارزیابی عملکرد روش کنترلی پیشنهادی در فرمول (۲۶)، شبیه‌سازی عددی با استفاده از یک کنترل کننده مد لغزشی ترمینال [۲۸] به‌همراه رویکرد مد لغزشی مرتبه سوم در فرمول (۱۸) در این بخش انجام شده‌است. هر دو روش کنترلی تحت شرایط یکسان شبیه‌سازی شده‌اند،

کنترلی با کنترل کننده مد لغزشی ترمینال همراه با رویکرد مد لغزشی مرتبه سوم مقایسه شد. در این مقایسه نشان داده شده الگوریتم پیشنهادی این مقاله دارای همگرایی سریع تر نسبت به دیگر روش کنترلی ارائه شده است. الگوریتم کنترل کننده-رویتگر پیشنهادی با موفقیت برای مأموریت کنترل وضعیت و موقعیت نسبی بین دو فضاییا تعقیب کننده و هدف غیرهمکار اعمال شده است و اثربخشی آن توسط نتایج شبیه سازی تأیید شده است.

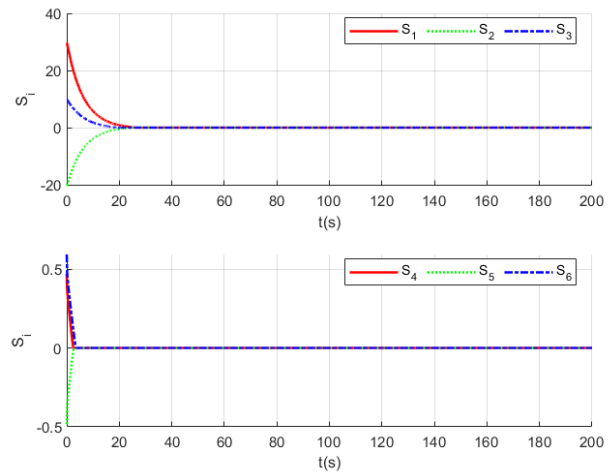
تعارض منافع

هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسنده بیان نشده است.

مراجع

- [1] L. Sun, W. Huo, and Z. Jiao, "Disturbance-observer-based robust relative pose control for spacecraft rendezvous and proximity operations under input saturation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 54, no. 4, pp. 1605–1617, 2018, <https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2798239>.
- [2] M. Barati, M. Sabzehparvar, and M. Navabi, "Automatic mass balancing of spacecraft attitude simulator by parameter estimation and linear control." *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, vol. 8, no. 2, pp. 55-66, 2024, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2024.8.2.5>.
- [3] A. Foroutan, M. Ghazal, and V. Momeni, "Design a robust fault tolerant control based on neural network for spacecraft," 2025.
- [4] N. T. Motlagh, "Adaptive modified sliding-mode-based attitude control of a satellite under reaction wheel fault," *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, vol. 8, no. 3, pp. 33-46, 2024, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jtae.2024.8.3.3>.
- [5] V. C. Nguyen, A. T. Vo, and H. J. Kang, "A non-singular fast terminal sliding mode control based on third-order sliding mode observer for a class of second-order uncertain nonlinear systems and its application to robot manipulators," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 78109–78120, 2020, <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2989613>.
- [6] Y. Wu, X. Yu, and Z. Man, "Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems," *Systems and Control Letters*, vol. 34, no. 5, pp. 281-287, 1998, [https://doi.org/10.1016/S0167-6911\(98\)00036-X](https://doi.org/10.1016/S0167-6911(98)00036-X).
- [7] H. Wang *et al.*, "Design and implementation of adaptive terminal sliding-mode control on a steer-by-wire equipped road vehicle," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 9, pp. 5774–5785, 2016.
- [8] S. Mobayen, "Fast terminal sliding mode controller design for nonlinear second-order systems with time-varying uncertainties," *Complexity*, vol. 21, no. 2, pp. 239-244,

شکل ۶ و ۷ وضعیت و موقعیت نسبی و نرخ تغییرات وضعیت و موقعیت نسبی تحت کنترل کننده (۴۱) را نمایش می دهد، که همان طور که مشاهده می شود همگرایی خطای موقعیت و وضعیت نسبی تحت کنترل کننده (۴۱) در مدت زمان ۱۰۰ ثانیه به مقدار تقریباً صفر همگرا می شود این در حالی است که در شکل ۲ و ۳ همگرایی این خطاها تحت کنترل کننده (۳۶) در مدت زمان کم تر از ۵ ثانیه به مقدار تقریباً صفر همگرا می شود این شرایط نیز برای رسیدن حالت های سیستم به سطح لغزش تحت این کنترل کننده نیز صادق است.



شکل ۸- سطح لغزش تحت کنترل کننده (۴۱).

Fig. 8. Sliding surface under Controller (41).

از مقایسه شکل ۸ با شکل ۴ می توان نتیجه گرفت که همگرایی حالت های سیستم به سطح لغزش تحت کنترل کننده (۳۶) در مدت زمان کم تر از ۲ ثانیه اتفاق می افتد در حالی که همگرایی حالت های سیستم به سطح لغزش تحت کنترل کننده (۴۱) در شرایط یکسان در مدت زمان ۲۰ ثانیه اتفاق می افتد.

۶ نتیجه گیری

در این مقاله یک روش کنترلی برای مأموریت کنترل وضعیت و موقعیت نسبی بین دو فضاییا تعقیب کننده و هدف غیرهمکار با عدم قطعیت های پارامتری، اغتشاشات و دینامیک نسبی کوپل شده شش درجه آزادی ارائه شده است. در این روش کنترلی از کنترل کننده مد لغزشی ترمینالی غیرتکین انتگرالی به همراه رویکرد مد لغزشی مرتبه سوم استفاده شده است. توانایی تقریبی سرعت های رویکرد (TOSM) نیاز به سرعت سنج را در سیستم حذف می کند، بنابراین می توان هزینه و اندازه دستگاه را کاهش داد. روش پیشنهادی (ITSMC) دقت ردیابی بالا، زمان پاسخ سریع، پدیده چترینگ کم، مقاوم در برابر عدم قطعیت های تجمیع شده، سرعت همگرایی بیشتر به سطح لغزش و همگرایی زمان محدود حالت های سیستم را فراهم می کند. پایداری زمان محدود رویکرد و کنترل کننده در تئوری نشان داده شده است. همچنین در انتها این الگوریتم

- <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.11.230>.
- [18] M. Van, P. Franciosa, and D. Ceglarek, "Fault diagnosis and fault-tolerant control of uncertain robot manipulators using high-order sliding mode," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2016, no. 1, 2016, Art. no. 7926280, <https://doi.org/10.1155/2016/7926280>.
- [19] A. Levant, "Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control," *International Journal of Control*, vol. 76, no. 9–10, pp. 924–941, 2003, <https://doi.org/10.1080/0020717031000099029>.
- [20] Q. Xu, "Continuous integral terminal third-order sliding mode motion control for piezoelectric nanopositioning system," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 22, no. 4, pp. 1828–1838, 2017, <https://doi.org/10.1109/TMECH.2017.2701417>.
- [21] X. T. Tran, H. Oh, I. R. Kim, and S. Kim, "Attitude stabilization of flapping micro-air vehicles via an observer-based sliding mode control method," *Aerospace Science and Technology*, vol. 76, pp. 386–393, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.01.045>.
- [22] H. Schaub and J. L. Junkins, *Analytical Mechanics of Space Systems*, Aiaa, 2003.
- [23] L. Sun and Z. Zheng, "Disturbance observer-based robust saturated control for spacecraft proximity maneuvers," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 26, no. 2, pp. 684–692, 2017, <https://doi.org/10.1109/TCST.2017.2669145>.
- [24] H. Gao, X. Yang, and P. Shi, "Multi-objective robust H_{∞} control of spacecraft rendezvous," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 4, pp. 794–802, 2009, <https://doi.org/10.1109/TCST.2008.2012166>.
- [25] C. Damaren and A. de Ruyter, "Effect of attitude parameterization on the performance of passivity-based adaptive attitude control," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2001, Paper 4154, <https://doi.org/10.2514/6.2001-4154>.
- [26] C. Zhang, J. Wang, R. Sun, D. Zhang, and X. Shao, "Multi-spacecraft attitude cooperative control using model-based event-triggered methodology," *Advances in Space Research (ASR)*, vol. 62, no. 9, pp. 2620–2630, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2018.07.019>.
- [27] L. Sun and W. Huo, "6-DOF integrated adaptive backstepping control for spacecraft proximity operations," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 51, no. 3, pp. 2433–2443, 2015, <https://doi.org/10.1109/TAES.2015.140339>.
- [28] Z. Zhao, H. Gu, J. Zhang, and G. Ding, "Terminal sliding mode control based on super-twisting algorithm," *Journal of Systems Engineering and Electronics*, vol. 28, no. 1, pp. 145–150, 2017, <https://doi.org/10.21629/JSEE.2017.01.16>.
- 2015, <https://doi.org/10.1002/cplx.21600>.
- [9] S. Eshghi and R. Varatharajoo, "Nonsingular terminal sliding mode control technique for attitude tracking problem of a small satellite with combined energy and attitude control system (CEACS)," *Aerospace Science and Technology*, vol. 76, pp. 14–26, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.02.006>.
- [10] L. Yang and J. Yang, "Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 21, no. 16, pp. 1865–1879, 2011, <https://doi.org/10.1002/rnc.1666>.
- [11] S. Zarei, M. Bakhtiari, and K. Daneshjou, "Relative attitude tracking of two satellites in the presence of third-body perturbation and considering actuator saturation," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 43, no. 12, 2021, Art. no. 545, <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03267-z>.
- [12] M. Jin, S. H. Kang, and P. H. Chang, "Robust compliant motion control of robot with nonlinear friction using time-delay estimation," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 1, pp. 258–269, 2008, <https://doi.org/10.1109/TIE.2007.906132>.
- [13] Q. Zhou, P. Shi, S. Xu, and H. Li, "Observer-based adaptive neural network control for nonlinear stochastic systems with time delay," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 24, no. 1, pp. 71–80, 2012, <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2012.2223824>.
- [14] A. Chalanga, S. Kamal, L. M. Fridman, B. Bandyopadhyay, and J. A. Moreno, "Implementation of super-twisting control: Super-twisting and higher order sliding-mode observer-based approaches," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 6, pp. 3677–3685, 2016, <https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2523913>.
- [15] V. C. Nguyen, A. T. Vo, and H. J. Kang, "Continuous PID sliding mode control based on neural third order sliding mode observer for robotic manipulators," in *Intelligent Computing Methodologies: 15th International Conference, ICIC 2019, Nanchang, China, Proceedings, Part III 15*, Springer, 2019, pp. 167–178, https://doi.org/10.1007/978-3-030-26766-7_16.
- [16] M. Fakoor, F. Amozegary, M. Bakhtiari, and K. Daneshjou, "Relative tracking control of constellation satellites considering inter-satellite link," *Advances in Space Research*, vol. 60, no. 9, pp. 2021–2046, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.07.012>.
- [17] M. Van, S. S. Ge, and H. Ren, "Finite time fault tolerant control for robot manipulators using time delay estimation and continuous nonsingular fast terminal sliding mode control," *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 47, no. 7, pp. 1681–1693, 2016,