

فرود آرام از دیدگاه کنترل بهینه

در این نوشته، نخست اکتشافات فضایی از دیدگاه تاریخی بیان و سپس مأموریت‌های مهم جاری و آینده در این حوزه به اختصار معرفی می‌شوند. همچنین، سطح نشین‌ها با تمرکز بر ماه نشین‌ها و مریخ نشین‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند و چالش‌های فنی و مأموریت آنها مرور می‌شود. در ادامه به مسئله فرود آرام به‌عنوان یکی از ضروریات مأموریت‌های فضایی سطح نشین پرداخته می‌شود. سپس، مسئله فرود آرام بر ماه به‌عنوان یک مسئله خاص همراه با فازهای مأموریتی آن معرفی می‌شود. به‌دلیل اهمیت صرفه‌جویی در مصرف سوخت، مسئله فرود آرام بر ماه در قالب یک مسئله کنترل بهینه مصرف سوخت یا معادلات دیفرانسیل عادی غیر خطی مدل‌سازی می‌شود. همچنین، معادلات حاکم، شرایط اولیه و نهایی آن در شرایط مختلف و نیز توابع هدف مرسوم در این دست مسائل بر حسب مراجع موجود بیان می‌شود. در پایان نیز نتایج حل عددی یک مسئله نمونه برای فرود آرام بر سطح ماه بیان خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: فرود آرام، کنترل بهینه، کمینه مصرف سوخت، اکتشافات فضایی

سیدحامد هاشمی مهینه^{۱*}، استادیار،
پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و
فناوری

*نویسنده مخاطب، آدرس تهران، کد پستی:
۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱

hmehe@ari.ac.ir

Optimal Control Approach to Soft Landing

First, the history of space explorations is reviewed briefly in this paper alongside with current successful and future missions in this field. Then, missions with landing on celestial bodies, especially Moon and Mars landings, and their technical problems and mission challenges are reviewed. Then, as one of the requirements for landing missions, the soft landing problem is introduced in details. As a special case, the soft landing on the Moon with mission phases and other system requirements is presented. Due to the importance of fuel saving in the space, the soft landing problem on Moon is modeled as a minimum fuel optimal control problem with nonlinear ordinary differential equations. The governing equations, initial and final conditions in various cases and common performance index formulations are also given based on the recent references. Finally, the results of a numerical simulation in a test case problem of Moon landing are reviewed.

Keywords: Soft landing, Optimal control, Minimum fuel, Space explorations

S.H. Hashemi Mehne^{1*}, Assistant
Professor, Aerospace Research
Institute, Ministry of Science,
Research and Technology

*Corresponding Author, Postal
Code: 1465774111, Tehran, IRAN

hmehe@ari.ac.ir

مقدمه

فضاپیمای اوریون^۱ نخستین گروه از آژانس فضایی اروپا را به مدار ماه خواهد برد.

سایر اجرام آسمانی نیز از اکتشافات فضایی انسان بی بهره نمانده‌اند. شاید بتوان دومین مقصد انسان بعد از ماه را مریخ دانست. این سیاره سرخ فام چهارمین سیاره منظومه شمسی و دارای قطری تقریباً نصف قطر زمین است. مریخ نیز همانند ماه مورد توجه انسان بوده و مشاهدات تلسکوپی اولیه حاکی از تغییر رنگ سطحی بودند که شاهدی بر تغییرات فصلی در این سیاره بوده است. مریخ همانند زمین دارای بیابان‌های خشک، یخ‌های قطبی، آتشفشان، دره‌های ژرف و آب و هوای متغیر است. وجود آب و برخورداری جو مریخ از گازهای دی اکسید کربن، نیتروژن، اکسیژن و بخار آب آن را به گزینه‌ای قابل بررسی جهت سکونت انسان تبدیل کرده است. این مسئله منجر به انجام کاوش‌های فضایی در مریخ شده است. پروژه مریخ‌نوردی روس‌ها در سال ۱۹۶۲ شروع شد و در سال ۱۹۷۳، پس از چند شکست توانستند مأموریتی نیمه موفق در فرود روی مریخ را انجام دهند. پروژه اکتشافات مریخ ایالات متحده آمریکا نیز در سال ۱۹۷۵ با پرتاب فضاپیماها وایکینگ ۱ و ۲ آغاز شد. آنها توانستند پس از یکسال از زمان اولین پرتاب، فرودهای آرامی در سطح مریخ انجام دهند و تصاویر و اطلاعات مفیدی را به زمین مخابره کنند.

دو مریخ‌نورد دیگر ناسا، روح^۲ و فرصت^۳ نام داشتند که در سال ۲۰۰۴ توانستند بر سطح مریخ فرود آیند و به جمع‌آوری تصویر و اطلاعات و ارسال آنها به زمین بپردازند. یکی از دستاوردهای مهم این مأموریت بدست آوردن شواهد محکمی مبنی بر وجود آب در مریخ است. این دو مریخ‌نورد هم‌اکنون نیز به صورت نیمه عملیاتی در مریخ حضور دارند.

سطح‌نشین فونیکس^۴ یکی دیگر از فضاپیماهای مریخ‌نورد است که توانست در سال ۲۰۰۹ بر سطح آن فرود آید و بررسی‌های زمین‌شناسی، بررسی وجود آب و یافتن محیط مناسب برای حیات بین لایه‌های یخ و خاک را انجام دهد. اما، مدارگرد اگزومارس^۵ که در سال ۲۰۱۶ پرتاب شد و طبق برنامه در سطح مریخ تحقیقات فرازیستی انجام خواهد داد. از آنجا که وجود متان در جو مریخ توسط در سال ۲۰۱۶ پرتاب شد و طبق برنامه در سطح مریخ تحقیقات فرازیستی انجام خواهد داد. از آنجا که وجود متان در جو مریخ توسط

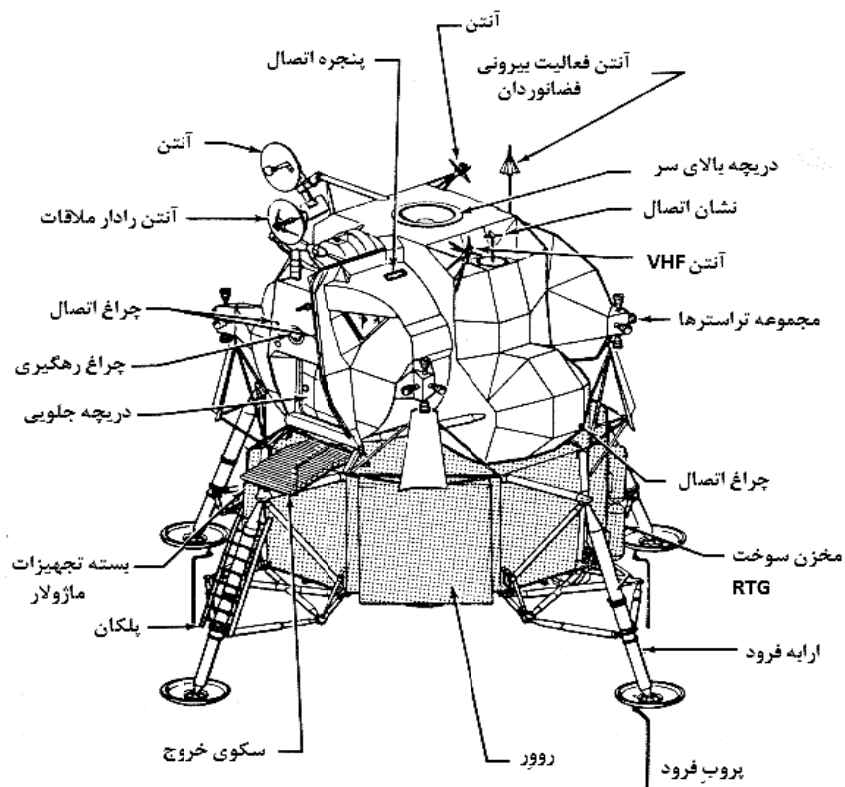
آسمان و محتوای نورانی، رنگارنگ و ناشناخته آن همواره مورد توجه ذهن کنجکاو و خیال‌پرداز انسان بوده است. ابداع ابزارهای نجومی، ساخت تلسکوپ و در ادامه آن وسایل پرنده فضایی مسیر دستیابی به فضا و شناخت آن را برای انسان مهیا کرده است. بیش از پنجاه سال است که محققان علاوه بر مشاهده، تصویربرداری و طیف‌سنجی از اجرام گوناگون و دور دست، امکان نمونه‌برداری و آزمایش در سطح آنها را به کمک سطح‌نشین‌ها و ابزارهای پیمایش رباتیک و انسان فراهم کرده‌اند [۱-۴]. با وجود محدودیت‌های بودجه‌ای که گاهی برخی پروژه‌ها را متوقف کرده است، اکتشافات فضایی مسیر خود را همچنان ادامه می‌دهد و هر روز منابع جدیدی از آب، مواد معدنی، گازهای مختلف و منابع انرژی در فضا شناسایی می‌شود.

شناخت مواد تشکیل دهنده ماه، سیاره‌ها و سیارک‌ها به درک بهتر ما از مبدا و چگونگی پیدایش کیهان کمک می‌کنند. یکی دیگر از اهدافی که اکتشافات فضایی دنبال می‌کند، یافتن آثاری از حیات در خارج از جو زمین است. با چنین انگیزه‌هایی است که سفرهای کاوشی به ماه، سیاره‌های ناهید، مریخ، عطارد، تایتان، سیارک‌ها و دنباله‌دارها صورت گرفته است.

از نظر تاریخی، ماه نخستین هدف فضاپیماهای سطح‌نشین بوده است. ماه به دلیل نزدیکی به زمین و تأثیرات دوره‌ای تجربه شده بر زمین هم از منظر تحقیقاتی و هم از منظر توسعه فناوری به عنوان راه‌گشای اکتشافات فضایی گسترده‌تر، مطرح است. سفر به ماه، بستری مناسب برای کسب تجارب جدید و آموختن زندگی و کار در شرایط متفاوت با زمین است.

از جمله مأموریت‌های سفر به ماه می‌توان به فرود و تصویربرداری سطح‌نشین روسی لونا ۹ و پس از آن به فرود انسان بر ماه در پروژه آپولو در سال ۱۹۶۶ اشاره کرد. پس از وقفه‌ای که در اکتشافات ماه صورت گرفت، ناسا مجدداً در سال ۲۰۱۲ توسعه راکت موتورهای فرود را آغاز کرد که در پروژه‌های ماه‌نشین استفاده خواهند شد. چین نیز در سال ۲۰۱۳ موفق به فرود یک ماه‌نورد بر سطح ماه شده است. آژانس فضایی اروپا نیز برنامه‌ای بین‌المللی برای استقرار پایگاه بر روی ماه دارد که چین و روسیه در این پروژه مشارکت دارند. منابع موجود در ماه مانند آب یخ‌زده، مواد معدنی و فلزات و نیز برخورداری از نور خورشید به عنوان منبع تأمین انرژی، انگیزه ساخت این پایگاه را بیشتر کرده است. از این‌رو، طبق برنامه‌ریزی انجام شده تا سال ۲۰۲۰،

1. Orion
2. Spirit
3. Opportunity
4. Phoenix
5. ExoMars Orbiter



شکل ۱- ماه‌نشین آپولو و اجزای آن

می‌کند. یکی از پایه‌ها مجهز به پلکان است که خدمه پروازی برای بالا و پایین رفتن از ماه‌نشین در سطح ماه از آن استفاده می‌کنند. کف هر یک از سه پایه دیگر دارای یک حسگر تماس با سطح است که این حسگرها تماس با سطح ماه را تشخیص می‌دهند و دستوری برای خاموش کردن موتور ترمزی به کنترل‌کننده ارسال می‌کنند. آنها بر خلاف ماه‌نشین‌های دیگر از چتر نیز برای کمک به فرود استفاده می‌کنند.

پیکره‌بندی بیرونی مریخ‌نشین‌ها، با توجه به گرمایش آبرودینامیک معمولاً به شکل مخروط‌های ایروشل^۷ یا ترکیبی از چند مخروط با زوایای مختلف است. پیش‌رانه‌ها به‌صورت آرایه چهارتایی در اطراف آن نصب می‌شوند. وظیفه این پیش‌رانه‌ها علاوه بر کاهش سرعت، کنترل وضعیت است.

مسائل فنی پیچیده و بسیاری در موفقیت مأموریت سطح‌نشین مؤثر است و به‌همین دلیل تعدادی از آنها در انجام مأموریت خود ناتوان مانده‌اند. به‌عنوان مثال، در خصوص مریخ‌نشین‌ها نرخ شکست آنها نسبتاً بالاست و دو سوم آنها پیش از تکمیل مأموریتشان شکست خورده‌اند و تاکنون مأموریت بازگشتی موفق از مریخ انجام نشده است. برخی از چالش‌های فرود بر مریخ عبارتند از:

کاوشگرهای پیشین به اثبات رسیده است، دانشمندان ناسا حدس زده‌اند که این گاز منشاء زیستی دارد و به‌همین دلیل آگزومارس برای بررسی منشاء گاز متان به مدار مریخ فرستاده شد.

چالش‌های مأموریتی یک سطح‌نشین

سطح‌نشین نوعی فضایی‌ماست که پس از پرتاب و قرارگیری در مدار پارک جرم سماوی، از مدارگرد اصلی جدا می‌شود و به کمک سامانه‌های فرود، در محل مشخصی از سطح فرود می‌آید و بخش‌هایی از آن به انجام مأموریت می‌پردازند. برخی از سطح‌نشین‌ها قابلیت بازگشت به بخش مدارگرد، اتصال مجدد و بازگشت به زمین را نیز دارند. به عنوان نمونه در شکل شماتیکی از سطح‌نشین فضایی‌مای آپولو نشان داده شده است که ۶ مأموریت موفق فرود بر ماه را در کارنامه خود دارد [۴].

این ماه‌نشین شکلی هشت وجهی با آرایه فرودی مجهز به چهار پایه دارد. یک موتور رانش متغیر^۸ نیز به‌عنوان موتور ترمزی در آن به کار رفته است. در انتهای آن یک آنتن رادار داپلر موج پیوسته نصب شده است که ارتفاع و نرخ نزول را در زمان فرود به سیستم ناوبری و خدمه پروازی ارسال

7. Aeroshell

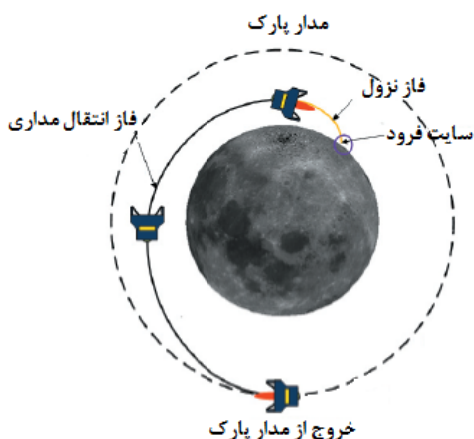
6. Variable Thrust

می‌شود و مسیر نزول را تا ارتفاع نقطهٔ پریلون^۸ (حدود ۱۸ کیلومتر است) براساس انتقال هوهمان^۹ و با پیشران خاموش طی می‌کند.

انتقال مدار: انتقال ماه‌نشین از مدار پارک به مدار نزول در این فاز انجام می‌شود. این عملیات باید طوری انجام شود که شرایط اولیهٔ مطلوب از جمله وضعیت، سرعت و موقعیت برای شروع فاز بعد محقق شود. در غیراین‌صورت، عملیات‌های خارج از برنامه و هدف‌گیری مجدد باید اجرا شود که منجر به اتلاف سوخت و زمان خواهد شد.

فاز نزول: این فاز از نقاط نهایی فاز انتقال مدار شروع می‌شود و از سه مرحله تشکیل شده است. در مرحلهٔ اول که مرحلهٔ ترمز سخت است، سرعت سطح‌نشین به کمک سیستم پیشران معکوس خود، تا حد روشن شدن دوربین تصویربرداری کاهش داده می‌شود. دوربین تشخیص مخاطرات برای تعیین مکان فرود بی‌خطر استفاده می‌شود. مرحلهٔ دوم، فاز تثبیت وضعیت است که در آن وضعیت سطح‌نشین طوری تنظیم می‌شود که تصویربرداری از سطح ماه به‌صورت مطلوب میسر شود. فاز سوم که هدف‌گیری مجدد نام دارد در پی هدایت ماه‌نشین به نقطه فرود ایمن مشخص می‌شود و شامل کاهش انرژی جنبشی و در نهایت جهت‌دهی لازم برای فرود قائم است.

از دید کنترل بهینه، در مرحلهٔ ترمز سخت بحث بهینگی سوخت مطرح است و دو مرحلهٔ دیگر که به آنها ترمز ظریف نیز گفته می‌شود، بحث بهینگی سوخت نسبت به دقت در محل و سرعت فرود اولویت کمتری دارد. شکل نمایی از فاز فرود یک ماه‌نشین نوعی را نشان می‌دهد. توجه داریم که بسته به مأموریت ممکن است تغییرات جزئی در این فازبندی وجود داشته باشد یا برخی مراحل از جمله فرود به زیر مراحل تقسیم شوند [۲].



شکل ۲- فازهای نهایی در مأموریت یک ماه‌نشین

سرعت بالا در زمان رسیدن به سطح مریخ، وجود جو رقیق، عوارض و پیچیدگی سطحی و هزینهٔ بالای شبیه‌سازی محیط آن.

سرعت بالا در زمان رسیدن به سطح را باید به طریقی کاهش داد تا در زمان برخورد سرعت به صفر برسد. این مسئله را فرود آرام می‌گویند. وجود جو در مریخ در زمان فرود باعث ایجاد حرارت بالا در سطح‌نشین‌ها می‌شود، ولی این جو آنقدر غلیظ نیست که بتواند به کاهش سرعت نزول کمک قابل ملاحظه‌ای نماید. جو مریخ تقریباً ۱۰۰ برابر از جو زمین رقیق‌تر است. در نتیجه برای کاهش سرعت فرود با چتر باید عملیات باز شدن در ارتفاعی پایین‌تر صورت گیرد که با توجه به جرم سطح‌نشین ممکن است نتواند مشابه آنچه در فرودهای زمینی تجربه شده، به‌سرعت حدی مادون صوت برسد و در نتیجه به فرود سخت و صدمه به تجهیزات سطح‌نشین منجر شود. پیچیدگی سطح مریخ زیاد بوده و دارای کوه، دره و عوارض سطحی است که فرود را دشوار می‌کند و با توجه به زمان کمی که برای انتخاب نقطهٔ فرود مناسب باقی می‌ماند، فرود در نقاط نامناسب می‌تواند به سیستم پیشران و ارباب فرود آسیب بزند. یکی دیگر از مشکلات پروژه‌های مریخ‌نوردی، هزینهٔ بسیار زیاد شبیه‌سازی محیط مریخ در روی زمین برای انجام آزمون‌های کنترل کیفی است.

بنا به‌دلایلی که مطرح شد، مأموریت‌های فرود برماه با چالش‌های کمتری مواجه است. اما، در هر صورت مسائل و ملاحظات مربوط به فرود آرام در ماه نیز وجود دارد. در ادامه مسئلهٔ فرود آرام به‌طور خاص برای فرود بر ماه مدل‌سازی و بررسی می‌شود.

فازهای مأموریتی یک ماه‌نشین

ماه‌نشین پس از پرتاب با حامل، به مدار پارک زمین می‌رود. پس از تنظیم وضعیت خود با ایستگاه زمینی ارتباط برقرار و مسیر بهینه و زمان مناسب برای ترک مدار پارک و حرکت به‌سوی ماه را محاسبه می‌کند. سپس به کمک پیشران‌های خود شتاب می‌گیرد و به فضای بین ماه و زمین می‌رود. در این مدت مسیر حرکت به‌طور عمده تابع گرانش ماه و زمین است. پس از نزدیک شدن به ماه، پیشران‌ها دوباره روشن می‌شوند و شرایط لازم برای قرارگیری ماه‌نشین را در مدار پارک ماه فراهم می‌کنند که مستلزم ورود مماس با سرعت معین است. سپس، ماه‌نشین وضعیت خود را بررسی و ضمن تماس با زمین، زمان و موقعیت بهینه برای ترک مدار پارک ماه را محاسبه می‌کند. فاز فرود شامل سه مرحله به شرح زیر است:

عملیات خروج از مدار پارک: در این عملیات، با روشن شدن سیستم پیشران، سطح‌نشین از ارتفاع ۱۰۰ کیلومتری مدار پارک خارج

8. Perilune
9. Hohmann Transfer

فرود آرام از دیدگاه کنترل بهینه

همچنین، فرض می‌کنیم $F(t)$ نیروی پیشرانش پیشرانه باشد که به صورت $0 \leq F(t) \leq F_{max}$ کراندار است. این تابع در واقع یکی از مؤلفه‌های ورودی کنترل‌کننده است. در برخی مراجع آن را به صورت ضریبی متغیر از بیشینه پیشران نیز نمایش می‌دهند، مثلاً به مانند رابطه (۱) داریم:

$$F(t) = k(t)F_{max} \quad (۱)$$

که $0 \leq k(t) \leq 1$ ، ضریب پیشرانش است. مرسوم است که مقدار پیشرانش و زاویه آن را در هم ترکیب کرده و دو مؤلفه افقی و قائم برای کنترل به شکل رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$u_x(t) = \frac{F}{m} \cos \psi, \quad u_y(t) = \frac{F}{m} \sin \psi \quad (۲)$$

بنابراین، معادلات حرکت به صورت رابطه (۳) بیان می‌شوند [۱]:

$$\begin{cases} \dot{r} = v \\ \dot{\theta} = \omega \\ \dot{v} = \frac{F}{m} \sin \psi - \frac{\mu}{r^2} + r\omega^2 \\ \dot{\omega} = -\frac{\left(\frac{F}{m} \cos \psi + 2v\omega\right)}{r} \\ \dot{m} = -\frac{F}{C} \end{cases} \quad (۳)$$

که در این معادلات، $v(t)$ سرعت در راستای r μ نیروی گرانش ماه و ثابت، C ثابت مبین ضریب سرعت خروجی پیشرانه (به صورت $I_{sp}g$ نیز بیان می‌شود)، $m(t)$ جرم سطح‌نشین (به دلیل مصرف سوخت، متغیر با زمان است) و $\omega(t)$ سرعت زاویه‌ای سطح‌نشین نسبت به مرکز ماه است.

شرایط اولیه و نهایی

شرایط اولیه و نهایی برای موقعیت به شکل رابطه (۴) است:

$$r(0) = r_0, \quad r(t_f) = r_f \quad (۴)$$

که در آن، r_0 فاصله اولیه ماه‌نشین با مرکز ماه در پریلون برابر است با ۱۷۵۳ کیلومتر و r_f شعاع ماه برابر است با $۱۷۳۴/۴$ کیلومتر. لذا شرط مرزی بالا به این معنی است که در آغاز فاز نزول، سطح‌نشین در موقعیت پریلون است و در زمان $t = t_f$ پس از طی ارتفاع $۱۸/۶$ کیلومتری به سطح ماه می‌رسد.

شرط اولیه و نهایی سرعت شعاعی به شکل رابطه (۵) است:

$$v(0) = 0, \quad v(t_f) = v_f \quad (۵)$$

بنابراین، سرعت اولیه شعاعی در نقطه پریلون صفر است و در برخورد با سطح ماه سرعت باید به مقدار ثابت و کوچک v_f برسد.

مدل‌سازی مسئله فرود آرام

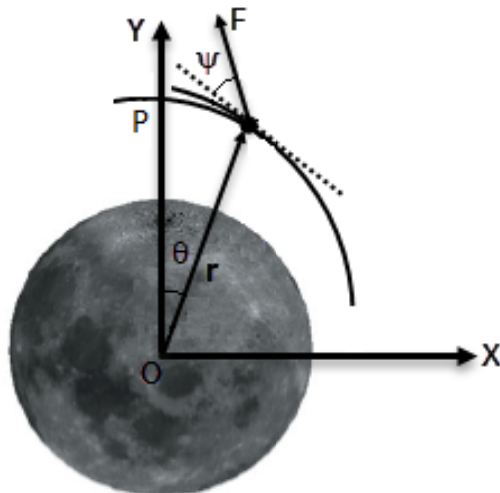
همان‌طور که بیان شد، مسئله فرود آرام در ماه عبارت است از کنترل سطح‌نشین از نقطه پریلون تا سطح ماه به گونه‌ای که ماه‌نشین با سرعت صفر به سطح ماه برسد. کنترل‌ها عبارتند از: مقدار نیروی پیشران معکوس و زاویه آن. وقتی این مسئله به صورت کنترل بهینه مطرح می‌شود، علاوه بر تحقق شرایط نهایی سرعت و موقعیت، مقدار مصرف سوخت نیز کمینه می‌شود. در ادامه این بخش، مسئله فرود آرام به شکل مسئله کنترل بهینه مدل‌سازی می‌شود.

معادلات دینامیک

برای بیان معادلات دینامیکی حاکم بر ماه‌نشین، فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

- چون جو ماه بسیار رقیق است، از نیروی درگ صرف نظر شده است.
- ماه کره کامل فرض شده است.
- میدان مغناطیسی ماه همگن فرض می‌شود.
- تأثیر جاذبه زمین و خورشید نادیده گرفته شده است.
- حرکت ماه‌نشین را می‌توان به جای سه بعد، در دو بعد و به صورت صفحه‌ای در نظر گرفت.

برای بیان مختصات، از دستگاه مختصات ماه-مرکز (شکل ۳) استفاده می‌شود. در این دستگاه، محور Y از مرکز ماه به سمت پریلون است، r فاصله بین ماه‌نشین و مرکز ماه را نشان می‌دهد و θ زاویه بین r و محور Y است. همچنین، فرض می‌کنیم $\psi(t) \geq 0$ متمم زاویه بین راستای پیشران و بردار r است. این زاویه دومین مؤلفه بردار کنترل است.



شکل ۳- دستگاه مختصات استفاده شده

$$J_3 = \int_0^{t_f} \frac{F(t)}{m(t)} dt \quad (9)$$

روش‌های حل عددی

تمرکز عمده روش‌های ابتدایی برای طراحی کنترل‌کننده سطح‌نشین‌ها در دهه ۷۰ میلادی بر استخراج قوانین کنترلی حلقه بسته و مبتنی بر شرایط لازم بهینگی بوده است. یکی از قدیمی‌ترین این مراجع گزارش [۴] در سال ۱۹۷۲ است. در این مرجع، کنترل به صورت یک الگوریتم حلقه بسته است و با توجه به اطلاعات ناوبری اینرسی، در هر لحظه قانون کنترل به صورت تابعی درجه ۲ از زمان استخراج و از طریق سیستم پیشران اعمال می‌شود. در مرجع [۵] که در سال ۱۹۷۴ منتشر شده، با ارائه یک چندجمله‌ای تقریبی برای بردار موقعیت سطح‌نشین برحسب پارامترهایی از جمله سرعت، شتاب و موقعیت نقطه فرود، قانون کنترلی به صورت تحلیلی برای فرود بهینه بر ماه استخراج شده است.

با توسعه روش‌های حل عددی، توسعه فناوری رایانه، و نیز پیچیده‌تر شدن مدل‌های حاکم بر مسئله، محققان به سمت روش‌های نیمه تحلیلی و سپس روش‌های عددی گرایش پیدا کرده‌اند. یکی از این فعالیت‌های در مرجع [۶] به سال ۱۹۹۷ گزارش شده است. در این مرجع، معادلات حرکت سه بعدی به صورت خطی در نظر گرفته و تابعی ترکیبی از زمان رسیدن به سطح و شتاب‌های سه‌گانه کمینه شده است. کنترل‌های بهینه در نهایت با کمک معادلات اوپلر-لاگرانژ به صورت تحلیلی به دست آمده است.

یکی از این روش‌های متداول حل عددی مسئله فرود آرام، گسسته‌سازی فضای کنترل-وضعیت است که در نهایت به حل یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی^{۱۱} منجر می‌شود. از جمله کارهایی که از این روش بهره می‌برد، مرجع [۱] مربوط به سال ۲۰۰۸ است. در این مرجع با استفاده از تقریب قطعه-قطعه ثابت توابع کنترل، مسئله کنترل بهینه فرود آرام از این روش گسسته‌سازی و حل عددی شده است. در مرجع [۷] که در سال ۲۰۰۹ منتشر شده، مسئله کنترل بهینه از مدار پارک و از زمان خروج از مدار تا نقطه پریلون و سپس تا فرود مدل‌سازی شده است. در نتیجه، علاوه بر کمینه مصرف سوخت در فاز فرود، وضعیت در نقطه پریلون نیز بهینه شده است. مسئله با استفاده از شرایط لازم بهینگی به یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای منتهی شده که در نهایت آن را با روش پرتابی حل کرده‌اند.

برای زاویه اولیه فقط شرط اولیه $\theta(0) = 0$ اعمال می‌شود که نشان می‌دهد در لحظه شروع کنترل، ماه‌نشین در راستای نصف النهار ماه در نقطه P شکل ۳ قرار دارد. در برخی مراجع از جمله مرجع [۲]، برای اینکه پایه‌های ماه‌نشین به طور مطلوب فرود آید، زاویه فرود را قائم گرفته‌اند. یعنی شرط نهایی $\theta(t_f) = \pi/2$ نیز منظور شده است.

شرایط اولیه و نهایی روی سرعت زاویه‌ای به شکل رابطه (۶) است:

$$\omega(0) = \omega_0, \quad \omega(t_f) = 0 \quad (6)$$

در واقع سرعت زاویه‌ای اولیه در پریلون برابر مقدار ثابت ω_0 است که در نهایت باید به صفر برسد. مقدار اولیه را $9/64 \times 10^{-4}$ رادیان بر ثانیه می‌گیریم. جرم اولیه ماه‌نشین برابر $m(0) = m_0$ است که آن را در ۶۰۰ کیلوگرم فرض می‌کنیم.

در مرجع [۳] از مدل دقیق‌تری استفاده می‌شود و حالتی در نظر گرفته شده که نقطه فرود از پیش تعیین شده و مقید است. در واقع، علاوه بر فرود آرام و رساندن ماه‌نشین به سطح ماه که در مسئله قبل مطرح بود، رساندن آن به نقطه معین یا همان مکان فرود نیز مدنظر است. وقتی که مکان فرود را لحاظ می‌کنیم، دوران ماه حرکت سطح‌نشین را در قاب دوار تحت تأثیر قرار می‌دهد. از این رو، سرعت زاویه‌ای ماه را که برابر است با $\omega_m = 9/64 \times 10^{-6}$ رادیان بر ثانیه، باید لحاظ کرد.

تابع هدف

برخی سطح‌نشین‌ها فضایی‌هایی بازگشتی هستند و نمونه‌ها و نتایج اکتشافاتی خود را در بازگشت حمل می‌کنند. از این رو، هرچه سوخت بیشتری برای بازگشت داشته باشند، مطلوب‌تر است. لذا، یک تابع هدف عمومی برای مسئله فرود آرام بهینه، مصرف سوخت است که کمینه آن امکان حمل محموله سنگین‌تر را فراهم می‌نماید. بنابراین، کمینه مصرف سوخت در فاز نزول معادل بیشینه جرم مانده یا کمینه قرینه آن فرض می‌شود و تابع هدف طبق رابطه ۷ را کمینه می‌کنند:

$$J_1 = -m_f \quad (7)$$

می‌توان نوع دیگری به این مسئله نگاه کرد. با توجه به ثابت بودن جرم اولیه، می‌توانیم مصرف سوخت را با نسبت جرم اولیه به جرم نهایی سطح‌نشین به صورت رابطه (۸) مرتبط کنیم:

$$J_2 = \frac{m_0}{m_f} \quad (8)$$

همچنین، می‌توان به جای J_2 به طور معادل رابطه (۹) را کمینه کرد.

مأموریت‌های جدید فرود بر ماه و مریخ در سطح دنیا در حال طرح‌ریزی و اجرا هستند، ارائه روش‌های عددی مؤثر برای تعیین قانون کنترل برای این مسئله به واسطه تأثیری که بر کاهش مصرف سوخت و نیز افزایش توان حمل محموله‌های تحقیقاتی می‌گذارد، همواره مورد استقبال خواهد بود.

مراجع

- [1] Liu, X-L., Duan, G.R. and Teo, K. L., "Optimal soft landing control for Moon lander", *Automatica*, Vol. 44, No.4, 2008, pp. 1097-1103.
- [2] Rijesh, M.P., Sijo, G., Philip, N. K., Natarajan, P., "Geometrical Guidance Algorithm for Soft Landing on Lunar Surface", *Third International Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems*, Indian Institute of Technology Kanpur, 2014.
- [3] Park, B.G., Ahn, J.S., Tahk, M. J., "Two-Dimensional Trajectory Optimization for Soft Lunar Landing Considering a Landing Site", *International Journal of Aeronautical & Space Science*, Vol. 12, No. 3, 2011, pp. 288-295.
- [4] Bennett, F.V., "Apollo Experiment Report - Mission Planning for Lunar Module Descent and Ascent", *NASA Technical Report*, NASA TN D-6846, 1972, pp.1-24.
- [5] Klumppi, A.R., "Apollo Lunar Descent Guidance", *Automatica*, Vol. 10, No. 2, 1974, pp. 133-146.
- [6] D'Souza C.N., "An Optimal Guidance law for Planetary Landing", *Guidance, Navigation, and Control Conference*, New Orleans, 1997, pp. 1376-1371.
- [7] Ch, D.H., Jeong, B., Lee, D. and Ban, H., "Optimal Perilune Altitude of Lunar Landing Trajectory", *International Journal of Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 10, No. 1, 2009, pp. 67-74.
- [8] Zhou, J.Y., Teo, K.L., Zhou, D. and Zhao G.H., "Optimal Guidance for Lunar Module Soft Landing", *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*, Vol. 10, No.2, 2010, pp.189-201.
- [9] Mathavaraj, S., Pandiyan, R. and Padhi, R., "Minimum-Landing-Error Powered-Descent Guidance for Mars Landing Using Convex Optimization", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.33, No.4, 2010, pp. 1161-1171.
- [10] Mathavaraj, S., Pandiyan, R. and Padhi, R., "Optimal trajectory planning for multiple Lunar landing", *IFAC-Papers On Line*, Vol.49, No. 1, 2016, pp. 124-129.

در مرجع [۳] مسئله مورد بحث با پارامتری‌سازی کنترل وضعیت براساس چندجمله‌ای‌های لژاندر به یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی تبدیل و با استفاده از روش برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی حل تقریبی شده است. روش مشابه دیگری در مرجع [۸] مطرح شده که در آن نیز پارامتری‌سازی تابع کنترل به صورت قطعه قطعه خطی به یک مسئله بهینه‌سازی با بعد متناهی منجر شده است.

در مرجع [۹]، مسئله فرود آرام بر مریخ در حالتی مدل‌سازی شده که یک مقدار محدود سوخت موجود است و هدف کمینه‌سازی فاصله نهایی سطح نشین با سایت فرود است. در این مرجع روشی شبه تحلیلی متکی بر بهینه‌سازی محدب ارائه شده است.

از جمله تحقیقات اخیر در این حوزه، می‌توان به مرجع [۱۰] اشاره کرد. در این مرجع با بهره‌گیری از روش شبه طیفی لژاندر، کنترل و وضعیت را گسسته‌سازی کرده و به یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی رسیده است. در نهایت با حل آن تقریب خوبی برای جواب بهینه به دست آمده است. یکی دیگر از تحقیقات جدید، مرجع [۲] است که در آن، از یک روش هندسی مشابه هدایت تناسبی موشک به هدف و براساس خط دید برای فرود آرام در فاز ترمز ظریف استفاده شده است. این روش که مبتنی بر هدایت دایروی است، نیازمند اطلاع از فاصله لحظه‌ای بین سطح ماه و سطح نشین نیست.

نتیجه‌گیری

در این مقاله اهمیت و سوابق تاریخی مسئله فرود آرام بر اجرام سماوی به خصوص ماه و مریخ مطرح شده است. مسئله فرود آرام بر ماه به‌طور خاص از دیدگاه فازهای متداول مأموریتی بررسی شده است. همچنین، مدل‌سازی ریاضی این مسئله به صورت یک مسئله کنترل بهینه با هدف کمینه کردن مصرف سوخت ارائه شده است. در ادامه، روش‌های حل عددی این مسئله و کارهای انجام شده در این زمینه بیان شده است.

همان‌طور که از بررسی تاریخچه ۴۰ ساله این مسئله برمی‌آید، مسئله فرود آرام یکی از مسائل کاربردی است که تحقیقات زیادی روی آن انجام شده و در حال انجام است. از آنجاکه